



MECÁNICA DE FLUIDOS CON EJERCICIOS CFD

Irma Hernández Casco
Mario Ibañez Olvera
Juan Alfonso Salazar Torres



investigación
universitaria

**MECÁNICA
DE FLUIDOS
CON EJERCICIOS
CFD**



**Universidad Autónoma
del Estado de México**

Dr. en Ed. Alfredo Barrera Baca
Rector

Dr. en C.I. Amb. Carlos Eduardo Barrera Díaz
Secretario de Investigación y Estudios Avanzados

M. en C. Miguel Angel López Díaz
*Coordinador de la Unidad Académica
Profesional Tlanguistenco*

M. en A. Susana García Hernández
*Directora de Difusión y Promoción de la Investigación
y los Estudios Avanzados*

MECÁNICA DE FLUIDOS CON EJERCICIOS CFD

1a edición: enero de 2019

ISBN E-book: 978-607-422-992-9
D.R. © Universidad Autónoma del Estado de México
Instituto Literario núm. 100 ote., Centro,
C.P. 50000,
Toluca, Estado de México
<http://www.uaemex.mx>

Este libro cuenta con el aval de dos pares ciegos externos.

El contenido de esta publicación es responsabilidad de los autores.

En cumplimiento del Reglamento de Acceso Abierto de la Universidad Autónoma del Estado de México, la versión electrónica de esta obra se pone a disposición del público en el repositorio de la UAEM (<http://ri.uaemex.mx>) para su uso en línea con fines académicos y no de lucro, por lo que se prohíbe la reproducción parcial o total, directa o indirecta del contenido de esta presentación impresa sin contar previamente con la autorización expresa y por escrito de los editores, en términos de lo así previsto por la Ley Federal del Derecho de Autor y, en su caso, por los tratados internacionales aplicables.

Hecho en México

MECÁNICA DE FLUIDOS CON EJERCICIOS CFD

Irma Hernández Casco
Mario Ibañez Olvera
Juan Alfonso Salazar Torres



Universidad Autónoma
del Estado de México



investigación
universitaria

AGRADECIMIENTO

A la Universidad Autónoma del Estado de México, particularmente a la Secretaría de Investigación y Estudios Avanzados y a la Unidad Académica Profesional Tianguistenco, así como al programa FORDECYT 273496 por el apoyo infinito para la generación de este libro. Mención especial merecen Grupo SSC S.A. de C.V. y el M. en C. Carlos Alberto Franco Robledo, por el respaldo y asesoría en el tránsito por el proyecto del Fondo Institucional de Fomento Regional para el Desarrollo Científico, Tecnológico y de Innovación.

ÍNDICE

CONCEPTOS BÁSICOS 10

Mecánica de fluidos
Homogeneidad dimensional
Notación científica y notación ingenieril

ESTÁTICA DE FLUIDOS 15

Presión
Fuerzas sobre superficies planas sumergidas
Fuerzas sobre superficies curvas sumergidas

FLUIDOS EN MOVIMIENTO 20

Flujo de fluidos
Teorema de Transporte de Reynolds
Ecuación de continuidad

ECUACIÓN DE MOMENTO 26

Ejemplos
Ecuación de energía

ECUACIÓN DE NAVIER STOCKES 34

Placas paralelas moviéndose en sentido contrario
Flujo natural en una pared inclinada

ANÁLISIS DE LA REDUCCIÓN DE TUBERÍA EN RÉGIMEN TURBULENTO (SIMULACIÓN NUMÉRICA) 44

Problema a simular
Modelo

Discretización del Modelo	
Discretización del Modelo: Y+	
Discretización de los bordes	
Configuración del modelo	
Condiciones de frontera	
Solución del modelo	
Procesamiento	
Resumen	

CONCLUSIONES	78
BREVE NOTA BIBLIOGRÁFICA	80
GLOSARIO	82
ÍNDICE DE IMÁGENES	86

INTRODUCCIÓN

El presente esfuerzo es el resultado de prácticas pensadas para el desarrollo de habilidades de estudiantes de ingeniería, a través de aplicaciones industriales, con ejercicios resueltos y series con respuestas, así como ejemplos realizados mediante software libre.

En el semestre 2016B y a partir de la enseñanza de la materia en Mecánica de Fluidos en la Unidad Académica Profesional Tianguistenco se encontró que los alumnos requieren efectuar ejemplos del uso de unidades, de conversión de unidades y de análisis dimensional, que les permita el manejo fluido de variables y ecuaciones en ingeniería.

Comúnmente, los estudiantes sólo analizan los ejemplos presentados en clase, quizá revisan algún libro, pero no investigan más allá de lo mínimo requerido para exentar el curso; una forma de lograr captar su interés y a la vez profundicen en los temas y comprendan mejor lo visto en clase, es hacer uso de software libre con el objeto de representar algunos ejemplos. Con esta herramienta procuramos contrarrestar el hecho de que los alumnos usan, en exclusiva, las herramientas computacionales que se les presentan en los organismos académicos y que corresponden a licencias costosas, pero no exploran las alternativas que existen gratuitamente.

Después de la observación anterior en diferentes grupos, detectamos la importancia de practicar ejercicios con aplicación industrial o en laboratorio. El presente libro contiene algunos temas sugeridos para apoyar la enseñanza de la mecánica de fluidos en el aula, favorecer la comprensión de los alumnos y aportarles herramientas útiles para enfrentar problemáticas de la realidad industrial inmediata.

Para este efecto, se exponen de forma jerárquica las temáticas a considerar en un curso básico: Introducción y conceptos básicos, Estática de fluidos, Ecuación de continuidad, Ecuación general de energía (pasando por Bernoulli), Ecuación de momentum, Diseño de sistemas de tuberías y Selección de equipo.

Los ejercicios incluidos al final de cada unidad propuesta muestran las respuestas, aunque sólo el valor numérico. Seguramente en el camino se podrán hacer aportaciones que enriquezcan este primer ejercicio, de manera simultánea, y que de esta forma podamos aumentar las posibilidades de práctica en las aulas, tan necesaria en nuestros días.

Mecánica de fluidos

La mecánica de fluidos es una rama de la ciencia Mecánica encargada de estudiar el comportamiento de los fluidos en reposo (estática) y en movimiento (dinámica), es decir, de aquellas sustancias que pueden encontrarse en estado líquido o gaseoso, cuyas moléculas permanecen separadas y que se adaptan a la forma del contenedor en el que aparecen inmersas.



Figura 1. Ejemplo de fluidos

El estudio de esta disciplina permite comprender el efecto de las propiedades de los fluidos bajo condiciones específicas, permitiendo además predecir su comportamiento y utilizar dicho conocimiento para el diseño y selección de equipo aplicado en diferentes sistemas, como son: instalaciones hidráulicas en complejos habitacionales, industria minera, alimenticia, industria petrolera, sistemas de obtención y procesamiento de materiales (por ejemplo: nanomateriales), sistemas automotrices y aeronáuticos, entre otros.

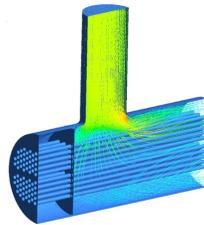


Figura 2. Representación de fluido en sistema hidráulico

La mecánica de fluidos es una materia obligatoria en muchos programas de ingeniería y de ciencias. Su estudio requiere del conocimiento de las propiedades de la materia, en especial aquellas de las cuales depende fuertemente el comportamiento de los fluidos, como la viscosidad, la tensión superficial, la densidad, así como de conceptos de física general, estática y dinámica, así como del manejo de herramientas matemáticas: cálculo

integral y diferencial y de software que permitan resolver las ecuaciones gobernantes de esta disciplina.

Entre las habilidades que debe tener el estudiante de mecánica de fluidos y de cualquier ingeniería, se encuentran el manejo de unidades en diferentes sistemas, el uso de notación científica y de prefijos para expresar cantidades numéricas y la capacidad de realizar análisis dimensional de diferentes ecuaciones matemáticas.

Formalmente, un fluido es una sustancia que se deforma bajo la acción de un esfuerzo cortante sin importar qué tan pequeño sea éste. Para comprender bien esta definición es necesario recordar que el esfuerzo es la fuerza aplicada, a través de un área y que existen dos tipos de esfuerzos: normal y cortante. El primero se aplica perpendicularmente a la superficie, como la presión. El segundo se aplica tangencialmente, es decir es paralelo a la superficie, como el esfuerzo de torsión. En el caso de los fluidos podemos pensar que están conformados por láminas sucesivas de materia, si deslizamos un cuerpo a través de la superficie del fluido, éste siempre se deformará. En el caso de los sólidos el esfuerzo cortante debe ser grande para lograr que un cuerpo se deforme.

Para abundar en las propiedades de un fluido, es necesario hacer mención de la suposición del continuo, la cual consiste en suponer que a pesar de que los átomos y moléculas en un fluido estén separados, se considera que no hay espacios huecos, es decir todo el espacio está ocupado por materia; hay continuidad en la materia que compone al fluido, esto permite considerar que el valor promedio de las propiedades del fluido es constante.

Entre las propiedades de los fluidos se encuentran:

Densidad

La densidad es la relación entre la masa y el volumen de una sustancia

$$\rho = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} = \frac{m}{v} \quad \frac{kg}{m^3}$$

Se puede expresar en términos de la densidad relativa (DR) o de la gravedad específica (S) que es la relación de la densidad de la sustancia de interés entre la densidad del agua en condiciones estándar de presión y temperatura.

$$DR = S = \frac{\rho_{\text{interes}}}{\rho_{\text{agua}}}$$

Viscosidad

La viscosidad es la capacidad que tienen las moléculas de fluido a moverse con respecto a las moléculas que las rodean. Si pensamos en un fluido laminar como la secuencia de laminillas de fluidos apiladas una sobre otra, el movimiento relativo de las laminillas bajo la acción de un esfuerzo cortante dependerá de la viscosidad. La relación entre el esfuerzo cortante y el movimiento de las laminillas estará dado por la expresión:

$$\tau_{xy} = -\mu \frac{du}{dy}$$

que manifiesta que el esfuerzo cortante (τ) aplicado a un fluido que se mueve en dirección (x), se distribuirá de manera proporcional a la viscosidad (μ) y a la variación de la velocidad en dirección x (u) con respecto a la distancia perpendicular a la superficie sobre la que se aplica el esfuerzo cortante (y). El signo negativo se debe a que al igual que el calor fluye de las zonas de mayor temperatura a las de menor temperatura, el esfuerzo cortante fluye de las zonas de mayor velocidad a las de menor velocidad. De acuerdo con la expresión anterior, la viscosidad en sistema internacional tiene las unidades de N s / m².

Tensión superficial

La tensión superficial es la resistencia que presenta un fluido para romper los enlaces presentes en la superficie. En un fluido las moléculas del centro son atraídas en todas direcciones por las moléculas de los alrededores, lo que permite que la fuerza neta sobre ellas sea cero; en cambio, las moléculas de la superficie solamente son atraídas por moléculas del interior del fluido, por lo que la fuerza neta es hacia el interior de la superficie, por ello la superficie de los fluidos se muestra curvada en mayor o menor grado, en función de las atracciones intermoleculares.

Coefficiente de expansión volumétrica

$$\beta = 3\alpha$$

Coefficiente de compresibilidad

$$k = \frac{1}{v} \frac{\Delta v}{\Delta p}$$

Flujo

Se define flujo como la cantidad de materia que atraviesa un área en un tiempo determinado, en mecánica de fluidos. Se utilizan muy a menudo, el flujo volumétrico y el flujo másico, el flujo volumétrico se expresa en m³/s y el flujo másico en kg/s.

$$vol = VA$$

Homogeneidad dimensional

Las ecuaciones utilizadas en ingeniería deben ser dimensionalmente homogéneas, es decir, las dimensiones y las unidades utilizadas deben ser las mismas. Para ello se hace uso de las dimensiones fundamentales y de sus unidades en el sistema de interés.

Por ejemplo, para determinar las dimensiones de \dot{W}_b en la siguiente ecuación, se utiliza análisis dimensional.

$$\dot{m} \left(\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right) = \dot{W}_b$$

Ya que cada uno de los términos dentro del paréntesis tiene dimensiones L²/s² y el flujo másico tiene dimensiones de M/s, las dimensiones de \dot{W}_b son

$$\frac{M}{s} \frac{L^2}{s^2} = \frac{ML}{s^2} \frac{L}{s} = \frac{(Fuerza)(distancia)}{tiempo} = \frac{trabajo}{tiempo} = potencia$$

por lo que sus unidades en sistema internacional son Watt (W), y en sistema inglés caballos de fuerza (hp)

\dot{m} , kg/s; flujo másico

\dot{vol} , m³/s; flujo volumétrico

$\dot{\rho}$, kg/s; densidad

V, m/s; velocidad

d, m; diámetro de la tubería

Notación científica y notación ingenieril

En ciencias exactas y en ingeniería es necesario expresar las cantidades en notación científica y en notación ingenieril, según corresponda. Con el fin de hacer más

comprensibles el valor de las diferentes variables utilizadas, cada ciencia e ingeniería tiene escalas de medición en propiedades, dependiendo del contexto en el que se trabaje; por ejemplo, en laboratorio es muy común ocupar cantidades pequeñas, por lo que expresar que se agregan 0.001 L de una sustancia en un tubo de ensayo es mejor comprendido por la comunidad científica y es más apropiado agregar 1 mL. En cambio, el suministro de energía en grandes plantas industriales como las mineras o las automotrices llega a ser tan grande que se maneja en MW.

Número	Notación científica ($\times 10^n$)	Usando prefijos
0.01 L	1×10^{-2}	1 dL
1234 J		
		23 MW
	23×10^5 m	
1234567 m/s		

Tabla 1

Presión

La estática de fluidos es la rama de la mecánica que estudia a los fluidos en reposo, es decir aquellos en que las fuerzas actuando sobre una partícula de fluido están en equilibrio. Esta rama de la ciencia es importante debido a que frecuentemente trabajamos con fluidos en reposo contenidos artificial o naturalmente, y cuyos efectos sobre las superficies que los contienen son importantes, ya sea por aspectos de diseño, seguridad, o para seleccionar el material del que se fabrican. La fuerza ejercida por un fluido sobre la superficie que lo contiene se debe al efecto de la presión ejercida por la columna de fluido presente sobre cada sección infinitesimal de área.

La fuerza se determina como:

$$\text{Fuerza} = mg = \rho (\text{Vol})g = (A_{\text{sección}} h_{\text{fluido}}) g$$

Mientras que la presión está dada por:

$$\text{Presión} = \text{Fuerza} / A_{\text{sección}} = (A_{\text{sección}} h_{\text{fluido}}) g / A_{\text{sección}} = \rho g h_{\text{fluido}}$$

Es necesario diferenciar la forma en que se expresa la presión, la *presión atmosférica* (P_{atm}) es aquella que ejerce el aire de la atmósfera sobre un área, su valor es alto a nivel del mar y va disminuyendo conforme aumenta la altitud, debido a que la altura de la columna de aire soportada disminuye cuando la altitud aumenta, aunado a que la densidad del aire disminuye al aumentar la altitud.

La *presión manométrica* (P_{man}) se expresa en referencia a la presión atmosférica, ya que los dispositivos de medición de presión (manómetros) son calibrados a la presión. Así, un manómetro marcará cero cuando esté expuesto a la atmósfera y empezará a marcar valores diferentes de cero cuando la presión sea mayor o menor a la atmosférica.

En muchos casos, es necesario especificar la *presión absoluta* (P_{abs}), es decir la presión total del sistema, la cual incluye la presión manométrica y la presión atmosférica, lo que permite unificar condiciones de operación y facilitar la reproducción de condiciones experimentales en cualquier punto del globo terráqueo.

En los casos en los que la presión es menor a la atmosférica, es decir que se ha evacuado una parte del aire del sistema contenido en condiciones atmosféricas, se habla de la presión de vacío, la máxima presión de vacío posible es la que se obtendría si todas las moléculas de gas fueran evacuadas del sistema y sería de cero absoluto.

Un ejemplo del uso de las diferentes formas de expresar la presión se muestra a continuación: en el mar, un buzo soporta mayor presión conforme va descendiendo a mayor profundidad, mientras que al emerger, la presión va disminuyendo, esto es debido a que la presión aumenta al aumentar la altura de la columna de fluido soportada por el sistema. La presión que siente el buzo al sumergirse a una profundidad de 20m en agua salada ($\rho=1030 \text{ kg/m}^3$) es de 202.86 kPa manométrica (P_{man}) $P=\rho gh$, y se determina a partir de la presión atmosférica, mientras que la presión absoluta (P_{abs}) que siente es de 303.386 kPa, cuando la presión atmosférica es de 101.3 kPa (P_{atm}).

Si un científico quiere realizar estudios sobre las propiedades del material para el reloj del buzo en condiciones de funcionamiento, deberá ejercer una presión absoluta de 303.386 kPa, reproduciendo las condiciones de funcionamiento del reloj independientemente de la presión atmosférica en el sitio donde se encuentre el científico.

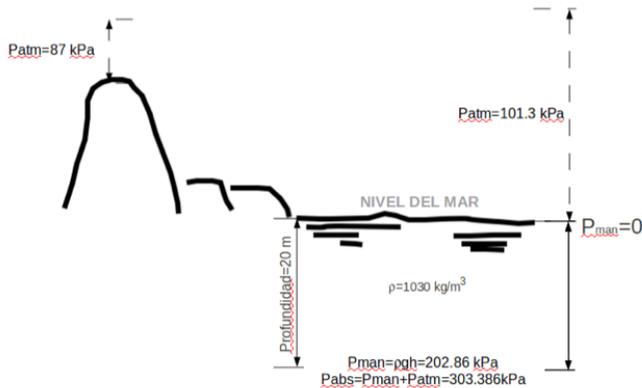


Figura 3. Variación de la presión con la altitud

Fuerzas sobre superficies planas sumergidas

En ocasiones se requiere conocer la fuerza ejercida por un fluido sobre la superficie del contenedor que lo contiene, por ejemplo, para determinar la fuerza necesaria para abrir una compuerta de vaciado de líquido en un proceso industrial o la fuerza necesaria para mantener una sección soldada de un tanque que va a contener cierta pulpa mineral, el espesor de un material en alguna sección de un contenedor, etc.

Para poder calcular la fuerza que ejerce el fluido sobre la superficie, es necesario dividir el área de interés en secciones de tamaño infinitesimal, ya que la presión ejercida por el fluido va a aumentar al aumentar la profundidad, calcular la fuerza en cada una de ellas y sumarlas.

La altura de líquido sobre el sistema, se expresa en función del ángulo que forma la superficie de interés con el nivel del fluido ($\gamma \text{ sen } \alpha$), lo cual nos permite calcular la altura vertical de la columna de líquido sobre cada sección de área, por lo que la fuerza se calcula como:

$$F = \int PdA = \rho g y (\text{sen } \alpha) dA = \gamma \text{sen } \alpha \int y dA$$

En la ecuación anterior la integral se define como el primer momento del área, por lo que la fuerza queda expresada como:

$$F = \gamma \bar{y} \text{sen } \alpha$$

Donde γ es el peso específico, es \bar{y} la distancia del nivel del fluido al centroide del área de interés con respecto a la inclinación de dicha área.

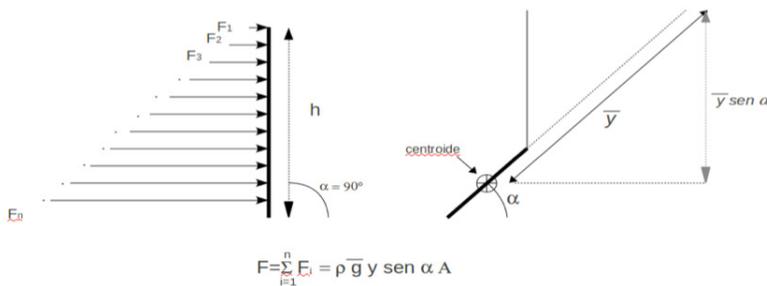


Figura 4. Distribución de la fuerza sobre superficies planas

La fuerza calculada representa la suma de la presión ejercida en cada punto infinitesimal del área de interés, ahora debemos calcular en qué punto se localiza dicha fuerza (γ_{cp}), de manera que la fuerza calculada localizada en dicho punto equilibre a las fuerzas ejercidas por el fluido por encima y por debajo de la fuerza calculada, así que se realiza un balance de momentos,

$$\gamma_{cp} F = \int y dF = \int y P dA = \int y (\gamma y \text{sen } \alpha) dA = \gamma \text{sen } \alpha \int y^2 dA$$

Donde la integral del extremo derecho se define como segundo momento de inercia del área I_0 que está dado por:

$$I_0 = \bar{I} + \bar{y}^2 A$$

Donde \bar{I} es el momento de inercia, por lo que el balance de momentos queda como:

$$\gamma_{cp} F = \gamma \text{sen } \alpha (\bar{I} + \bar{y}^2 A)$$

Donde F es la fuerza determinada previamente, y el punto donde la suma de momentos es cero y está dado por:

$$y_{cp}\gamma\bar{y}\text{sen}\alpha = \gamma\text{sen}\alpha(\bar{I} + \bar{y}^2 A)$$

$$y_{cp} = \bar{y} + \frac{\bar{I}}{\bar{y}A}$$

Donde Y_{cp} es la distancia (paralela a la inclinación del área de interés) desde el nivel del líquido hasta el punto donde está la suma de momentos de las fuerzas ejercidas por el fluido en cada sección infinitesimal.

Una de las aplicaciones más comunes del cálculo de fuerzas sobre superficies planas o curvadas es en el área de diseño de equipo y de estructuras; por ejemplo, observe el siguiente problema: Se quiere diseñar un contenedor para una mezcla pastosa utilizada en la industria alimenticia. Por razones de normatividad, el contenedor debe fabricarse en acero inoxidable, "soldado". Ahora determine la fuerza que debe soportar la soldadura, así como el esfuerzo al que estará sometido un cordón de soldadura de 1 cm de ancho.

Fuerzas sobre superficies curvas sumergidas

En ocasiones se deben calcular las fuerzas ejercidas por un fluido sobre superficies curvas, esto debido a que, por lo general, es preferible tener secciones curvas de un solo material que secciones rectas por unidad, ya que es en estas zonas donde frecuentemente empiezan a aparecer defectos en el material, aunque también puede deberse a cuestiones de diseño y estética.

Para calcular la fuerza que debe soportar la sección curva es importante considerar que el fluido ejerce un impulso en dirección horizontal, como el calculado para una sección plana, tomando en cuenta un ángulo de inclinación con respecto a la superficie del fluido de 90° . Además, se tiene una fuerza vertical correspondiente al peso del fluido depositado sobre la sección curva.

Para un análisis metódico, el área de análisis se divide en tres secciones: La sección correspondiente a la fuerza horizontal (Sección A), que se encuentra enseguida del extremo de la curva y hacia el seno del líquido, una sección vertical localizada arriba de la sección que contiene a la superficie curva (Sección B), y la sección que contiene al área curva y que está delimitada por ella y por las dos secciones anteriores (Sección C).

La metodología para determinar la fuerza sobre la superficie curva se enlista a continuación:

- 1) Se calcula la fuerza horizontal en la Sección A, tomando como área de interés el área proyectada por la curva y siguiendo el procedimiento mostrado anteriormente para calcular la fuerza sobre superficies planas, localizando también el respectivo centro de presión Y_{cp} .
- 2) Se determina la fuerza vertical ejercida en la sección B (F_{v1}), la cual corresponde al peso de fluido en el volumen de la figura prismática y se ubica en el centroide de la figura .
- 3) Se determina la fuerza vertical ejercida por el peso del fluido contenido en la sección C (F_{v2}) y que se ubica en el centroide de la curva.
- 4) Se calcula la fuerza vertical total, (F_{VT}) sumando las dos fuerzas verticales calculadas previamente, además se calcula el punto donde se encuentra la primera. Para ello se realiza la suma de momentos de las dos fuerzas verticales y de la fuerza vertical total.
- 5) Se calcula la fuerza neta(F_R), utilizando la F_H y la fuerza vertical total F_{VT} , calculando también el correspondiente ángulo de inclinación.
- 6) Se ubica la fuerza resultante. Para esto se localiza la fuerza horizontal, en su , se localiza la fuerza vertical total en su respectivo centro de presión , en el punto donde ambas fuerzas se intersectan; se coloca la fuerza resultante (F_R) con el ángulo de inclinación calculado.

Flujo de fluidos

En muchas ocasiones trabajamos más con fluidos en movimiento que con fluidos en reposo, ya sea para determinar el flujo, a través de un río o para seleccionar el equipo para transportar un fluido en una industria. Por ejemplo, en el petróleo necesitamos conocer las características y comportamiento del fluido; por ello, en esta sección explicaremos las particularidades de los fluidos que nos permitirán estudiarlos a mayor profundidad.

El comportamiento de un fluido se puede estudiar desde dos puntos de vista: en el que se selecciona un sistema de referencias fijo y que se denomina sistema Euleriano y en él se utiliza un volumen de control fijo uno y que se analiza lo que pasa a través del sistema fijo y desde una perspectiva en la que se selecciona una partícula de fluido y se determina su comportamiento, siguiendo su trayectoria, sistema al que se denomina Lagrangiano.

Como se mencionó antes, se define fluido como porción de materia que se deforma ante la acción de cualquier esfuerzo cortante, el cual se aplica en una misma o diferente dirección sobre una superficie determinada. Entonces, un fluido puede estudiarse en diferentes direcciones para cada sistema de referencia, lo que permitirá caracterizar adecuadamente al fluido.

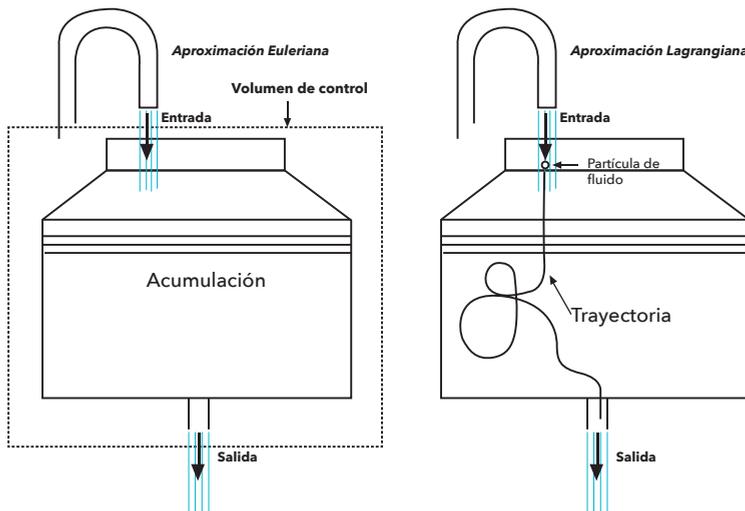


Figura 5. Aproximaciones Lagrangiana y Euleriana

Un fluido laminar puede simplificarse como unidimensional, mientras que un fluido turbulento, necesariamente es tridimensional; dicho comportamiento puede observarse a través de las líneas de trayectoria, que establecen el camino seguido por una partícula de fluido, es decir, son determinadas de manera Lagrangiana.

Con frecuencia ocupamos sistemas, más que volúmenes de control. Un sistema es aquel que está delimitado por fronteras reales o imaginarias y a través del cual pueden o no atravesar masa y energía. Un volumen de control es un espacio delimitado por fronteras reales o imaginarias, a través del cual hay intercambio de energía y masa. En los análisis de física, por lo general trabajamos con sistemas, mientras que nos es poco familiar trabajar con volúmenes de control, pero existe una forma de relacionar un sistema con un volumen de control; esto es, a través del Teorema de Transporte de Reynolds, el cual nos dice que el cambio en las propiedades de un sistema es igual al flujo neto de dicha propiedad mediante las fronteras del sistema, más la suma de esa propiedad generada o consumida dentro del volumen de control.

Por ejemplo, se puede analizar el cambio de la energía de un boiler encendido como un sistema y como un volumen de control. Cuando se analiza como un sistema, determinamos la diferencia en la cantidad de energía al inicio y al final del análisis, a partir de la cantidad de agua y de su temperatura en cada estado.

En cambio, si fijamos el cambio de energía en el boiler considerándolo como un volumen de control, se debe precisar la cantidad de agua que está entrando y saliendo para concentrar energía, mediante las fronteras, además de tener presente la energía que se genera o se escapa del volumen de control durante el análisis por algún otro mecanismo.

Teorema de Transporte de Reynolds

El Teorema de Transporte de Reynolds establece que si B es una propiedad (masa, energía, fuerza, etc.) y b es el valor de dicha propiedad por unidad de masa (propiedad específica), entonces, el cambio de la propiedad con respecto al tiempo en el sistema es igual a la acumulación de la propiedad en el volumen de control, más la cantidad neta de dicha propiedad, ingresando o saliendo del volumen de control. Es decir,

$$\left. \frac{dB}{dt} \right|_{\text{sistema}} = \frac{d}{dt} \int_{Vol C} \rho b \, dVol + \int_{Sup Vol C} \rho b \vec{V} \cdot \overline{dA}$$

En donde el término del lado izquierdo corresponde al cambio de la propiedad B con respecto al tiempo en el sistema. El primer término después de la igual-

dad corresponde a la generación o consumo de dicha propiedad con respecto al tiempo en el volumen de control. El segundo término corresponde a la suma de las entradas y salidas de dicha propiedad, a través de las superficies del volumen de control.

En el ejemplo del boiler, el Teorema de Transporte de Reynolds quedaría como:

$B = E$, energía, J

$b = e = E/m$, energía específica, kJ/kg

$$\left. \frac{dE}{dt} \right|_{\text{sistema}} = \frac{d}{dt} \int_{Vol C} \rho e \, dVol + \int_{Sup Vol C} \rho e \vec{V} \cdot \vec{dA}$$

En donde el término del lado izquierdo correspondería al análisis termodinámico de la energía inicial y final del sistema. El primer término del lado derecho de la igualdad correspondería a la energía generada o consumida en el interior del volumen de control; es decir, la acumulación que puede ser positiva o negativa. El último término de la ecuación corresponde a la suma de la energía que atraviesa el volumen de control junto con el fluido que entra y sale a través de la frontera; a este término se le conoce como término convectivo.

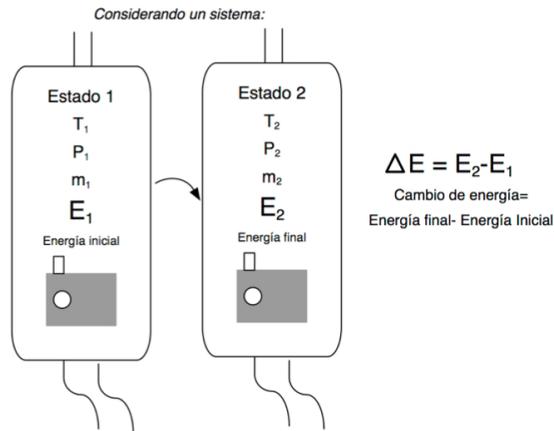
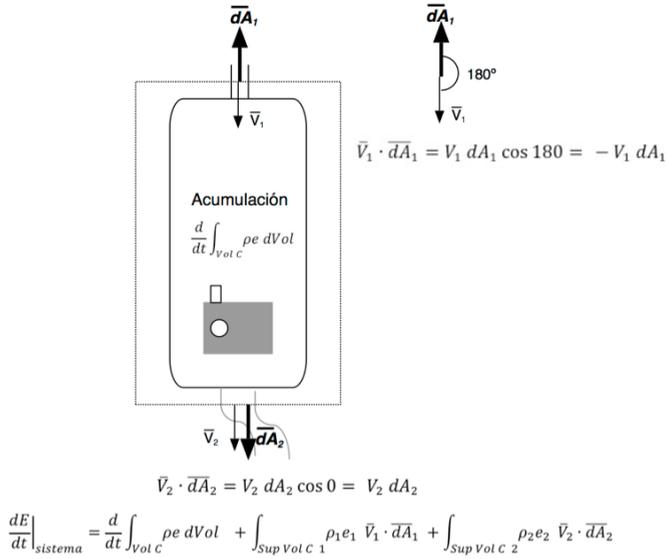


Figura 6. Sistema termodinámico

Considerando un volumen de control:



EL vector diferencial de área es perpendicular al área y hacia afuera del volumen de control

Figura 7. Volumen de control

Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad es una de las ecuaciones fundamentales de la mecánica de fluidos y permite analizar el cambio de masa con respecto al tiempo en un volumen de control; para ello se utiliza el Teorema de Transporte de Reynolds con masa (M) como la propiedad estudiada:

B= M, kg

b=M/m=1

$$\left. \frac{dM}{dt} \right|_{\text{sistema}} = \frac{d}{dt} \int_{Vol C} \rho(1) dVol + \int_{Sup Vol C} \rho(1) \vec{V} \cdot \overline{dA}$$

Por tal razón, la Ecuación de Continuidad queda como:

$$\left. \frac{dM}{dt} \right|_{\text{sistema}} = \frac{d}{dt} \int_{Vol C} \rho dVol + \int_{Sup Vol C} \rho \vec{V} \cdot \overline{dA}$$

En muchos sistemas de estudio en ingeniería, se trabaja con fluidos en estado estacionario, por lo que el término del lado izquierdo de la ecuación es cero; así,

la ecuación de continuidad queda como:

$$\frac{d}{dt} \int_{Vol C} \rho dVol + \int_{Sup Vol C} \rho \vec{V} \cdot \vec{dA} = 0$$

El primer término corresponde a la masa acumulada en el volumen de control y puede ser positiva o negativa; es decir, éste puede llenarse o vaciarse. El segundo término corresponde a la masa que atraviesa por las fronteras del volumen de control, ya sea hacia fuera o hacia adentro de él. La entrada o salida de masa se calcula con el segundo término de la ecuación de continuidad, es decir, con el producto punto del vector velocidad y del vector diferencial de área ($\vec{V} \cdot \vec{dA}$); \vec{dA} siempre es perpendicular al área de la sección por la que atraviesa el fluido y su dirección es hacia afuera del volumen de control, ya que el producto punto $\vec{V} \cdot \vec{dA}$ se define como la magnitud de la velocidad, por la magnitud de la diferencial de área por el coseno del ángulo que forman estos dos vectores; este producto define si el fluido está entrando o saliendo del volumen de control.

En la figura siguiente se muestra un contenedor de jarabe alimenticio con $S=1.82$. Cuando el nivel del jarabe en el tanque es de 2m se abre la válvula de la tubería de 2 in de diámetro, suponiendo que la velocidad de salida es constante e igual a 8.85 m/s. Con ello encuentre la siguiente incógnita: Cuál es la razón de cambio de la altura del nivel de líquido y en cuánto tiempo el nivel de líquido disminuirá a 0.5 m si el diámetro del tanque es de 3 m.

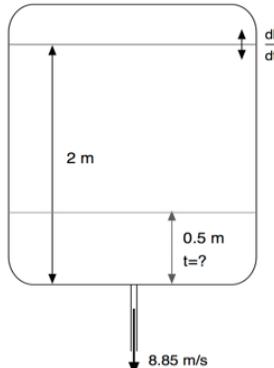


Figura 8. Tanque contenedor de jarabe

El tanque se está vaciando, por lo que sí hay acumulación, es decir, la altura h del tanque está variando con respecto al tiempo, solo hay una tubería de entrada o salida, por lo que el segundo término de la ecuación de continuidad se convierte en un solo término quedando la ecuación como:

$$\frac{d}{dt} \int_{Vol C} \rho dVol + \int_{Sup Vol C} \rho \vec{V} \cdot \vec{dA} = 0$$

$$dVol = A_{tanque} dh$$

$$\frac{d}{dt} \int_{Vol C} \rho A_{tanque} dh + \int_{tubería} \rho \vec{V}_{tubería} \cdot \vec{dA}_{tubería} = 0$$

En la tubería, el vector de la diferencia de área es hacia fuera, por lo que es paralelo a la velocidad y su dirección también es hacia fuera del volumen de control, por lo que $\vec{V}_{tubería} \cdot \vec{dA}_{tubería} = V dA \cos 0$, integra y agrupa constantes.

$$\rho A_{tanque} \frac{dh}{dt} + \rho VA \cos(0) = 0$$

Entonces, el cambio de la altura del nivel del líquido con respecto al tiempo es:

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{\rho V_{tubería} A_{tubería}}{\rho A_{tanque}} = -\frac{\left(8.85 \frac{m}{s}\right)(\pi)(0.0254m)^2}{(\pi)(1.5m)^2} = -0.0025 \text{ m/s}$$

Es decir, el nivel del tanque disminuye a razón de 0.0025 m/s, mientras que el tiempo en el que la altura del líquido en el tanque disminuirá a 0.5 m, será:

$$\frac{dh}{dt} = -0.0025 \text{ m/s}$$

$$\frac{dh}{0.0025 \text{ m/s}} = -dt$$

$$-\int dt = \frac{1}{0.0025 \frac{m}{s}} \int_{2m}^{0.5m} dh = 394.07 \frac{s}{m} (h|_{0.5m} - h|_{2m})$$

$$t = 591.1 \text{ s}$$

ECUACIÓN DE MOMENTO

En muchas ocasiones es importante conocer la fuerza asociada a un volumen de control, para lo cual se realiza un análisis de fuerzas que puede ser representado en un diagrama de momento de manera similar al proceso que se realizaría si se tratara de un diagrama de cuerpo libre. Para poder relacionar el análisis de fuerzas en un sistema con el análisis de fuerzas en un volumen de control, se utiliza el Teorema de Transporte de Reynolds.

La suma de fuerzas en dirección i en el volumen de control es

$$\Sigma F_i = ma_i$$

Como la aceleración es dv_i/dt , entonces,

$$\Sigma F_i = ma_i = m \frac{dv_i}{dt} = \frac{d(mv_i)}{dt}$$

Según la expresión del Teorema de Transporte de Reynolds:

$$\left. \frac{dB}{dt} \right|_{sistema} = \frac{d}{dt} \int_{Vol C} \rho b dVol + \int_{Sup Vol C} \rho b \vec{V} \cdot \vec{dA}$$

En la expresión de la suma de fuerzas puede observarse que este término es similar al lado derecho de la ecuación del Teorema de Transporte de Reynolds, por lo que la propiedad analizada B , será mv_i , es decir, el momento, mientras que la propiedad específica b será v_i . Reemplazando en el Teorema de Transporte de Reynolds queda:

$$\left. \frac{d(mv_i)}{dt} \right|_{sistema} = \frac{d}{dt} \int_{Vol C} \rho v_i dVol + \int_{Sup Vol C} \rho v_i \vec{V} \cdot \vec{dA}$$

Y que puede igualarse con la suma de fuerzas en el volumen de control para cada componente:

$$\Sigma F_i = ma_i = m \frac{dv_i}{dt} = \frac{d(mv_i)}{dt}$$

Ejemplos

1. Se utiliza una boquilla de agua para limpiar perpendicularmente la grasa de una superficie metálica sometida a laminación. Si el flujo en la boquilla es de 40

kg/s y su diámetro de 2 in, determine las componentes de la fuerza que debe resistir el soporte de la pieza que pesa 320 kg.

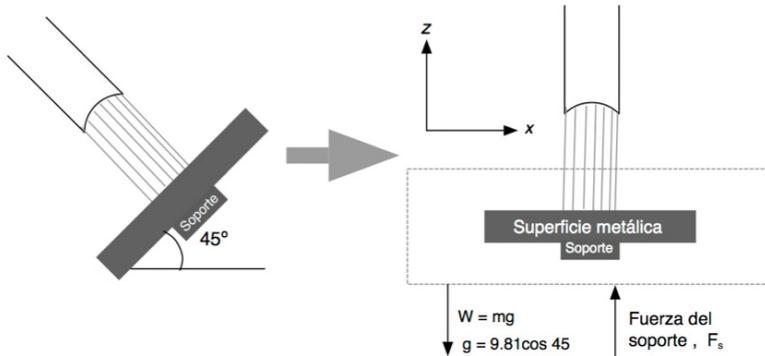


Figura 9. Fuerzas actuando sobre la placa

Según la imagen, el eje de referencia puede rotarse y sólo habrá un momento asociado al impacto del fluido en dirección z, ya que aunque el fluido se mueva en dirección x al impactar con la superficie, se supone que lo hace de manera simétrica, por lo que las fuerzas asociadas al fluido se anulan en esta dirección.

Por lo tanto, la suma de fuerzas en el volumen de control será:

$$\Sigma F_z = F_s - W$$

Y la ecuación de momento en estado estacionario queda como:

$$\left. \frac{d(mv_z)}{dt} \right|_{\text{sistema}} = \int_{\text{Sup Vol C}} \rho v_z \vec{V} \cdot d\vec{A} = \rho V (VA \cos 180)$$

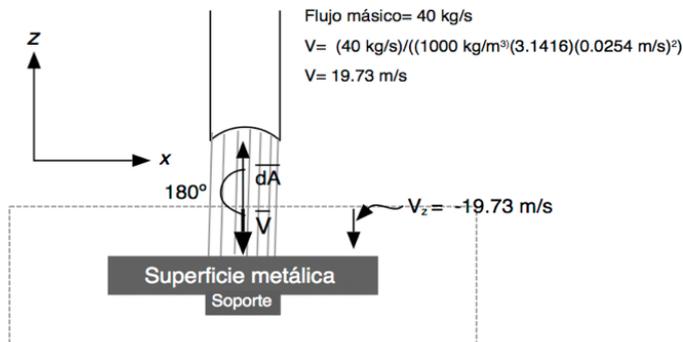


Figura 10. Volumen de control del chorro impactando sobre la placa

Por lo tanto, la fuerza que deberá resistir el soporte será:

$$\Sigma F_z = F_s - W = \rho V (VA \cos 180) = \rho V^2 A$$

$$F_s = W + \rho V^2 A$$

$$= (320 \text{ kg}) \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cos 45 \right) + \left(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left(19.73 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 (\pi)(0.0254 \text{ m}^2)$$

$$= 33.28 \text{ kN}$$

2. Se utiliza una reducción de diámetro para proyectar agua a la atmósfera, a través de una boquilla como la mostrada, si la boquilla debe fijarse con un anillo metálico sujeto al piso, determine la fuerza que debe resistir el anillo.

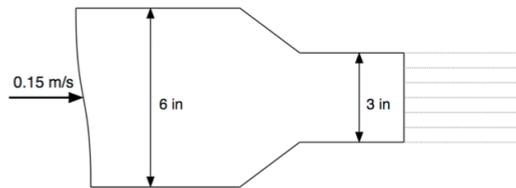


Figura 11. Boquilla con reducción de diámetro.

En este caso se tiene un fluido confinado, por lo que el efecto de la presión será importante, ya que dentro de la tubería el fluido ejerce una fuerza hacia el interior del volumen de control y a la salida la atmósfera también ejerce una fuerza hacia el interior del volumen de control, entonces la suma de fuerzas queda como:

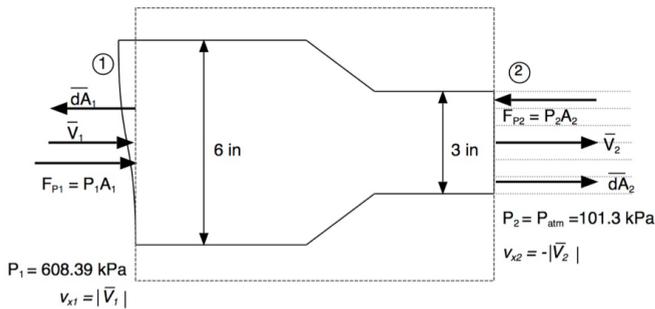


Figura 12. Volumen de control de la boquilla con reducción de diámetro

$$\Sigma F_z = -F_s + F_{P1} - F_{P2} = \frac{d}{dt} \int_{Vol C} \rho v_i dVol + \int_{Sup Vol C} \rho v_i \vec{V} \cdot \vec{dA}$$

$$\Sigma F_z = -F_s + F_{P1} - F_{P2} = \int_{Sup Vol C1} \rho v_{x1} \vec{V}_1 \cdot \vec{dA}_1 + \int_{Sup Vol C2} \rho v_{x2} \vec{V}_2 \cdot \vec{dA}_2$$

$$\Sigma F_z = -F_s + F_{p1} - F_{p2} = \int_{Sup Vol C1} \rho v_{x1} \bar{V}_1 \cdot \bar{dA}_1 + \int_{Sup Vol C2} \rho v_{x2} \bar{V}_2 \cdot \bar{dA}_2$$

$$\Sigma F_z = -F_s + F_{p1} - F_{p2} = \rho v_{x1} V_1 A_1 \cos 180 + \rho v_{x2} V_2 A_2 \cos 0$$

$$-F_s = -F_{p1} + F_{p2} - \rho v_{x1} V_1 A_1 + \rho v_{x2} V_2 A_2$$

Por lo que la fuerza que soportará el anillo en dirección x es:

$$-F_s = -(608390 Pa)(\pi)(0.0762m)^2 + (101300 Pa)(\pi)(0.0381m)^2$$

$$- \left(1000 \frac{kg}{m^3}\right) \left(8.22 \frac{m}{s}\right) \left(8.22 \frac{m}{s}\right) (\pi)(0.0762m)^2$$

$$+ \left(1000 \frac{kg}{m^3}\right) \left(-32.98 \frac{m}{s}\right) \left(32.89 \frac{m}{s}\right) (\pi)(0.0381m)^2 = -16.81 kN$$

En dirección z no se tienen datos del peso de la tubería ni del peso del fluido contenido en el volumen analizado.

$$B = E = E_c + E_p + U = \frac{mV^2}{2} + mgh + U$$

Ecuación de energía

Ahora se utilizará el Teorema de Transporte de Reynolds para analizar la energía en un volumen de control a partir del conocimiento físico y termodinámico de los sistemas. Puede decirse que la energía en un sistema está conformada principalmente por tres tipos de energía: la cinética, la potencial y la energía interna.

Si en este caso la propiedad extensiva (B del Teorema de Transporte de Reynolds) es la energía total, por lo tanto nuestra propiedad específica (b del Teorema de Transporte de Reynolds), es

$$b = e = e_c + e_p + u = \frac{V^2}{2} + gh + u$$

De acuerdo con la expresión de la 1ª Ley de la termodinámica que dice que la energía se conserva

$$\Delta E = Q + W$$

Al reemplazar en el Teorema de Transporte de Reynolds tenemos que

$$\left. \frac{dE}{dt} \right|_{\text{sistema}} = \frac{d}{dt} \int_{Vol C} \rho e \, dVol + \int_{Sup Vol C} \rho e \vec{V} \cdot \overline{dA}$$

E igualando con la conservación de la energía

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} + \dot{W} = \dot{Q} + W_{flecha} - W_{turbina} - W_{flujo}$$

Donde

$$W_{flujo} = P \dot{Vol} = P \frac{d\dot{m}}{\rho}$$

Considerando que no existe acumulación

$$\left. \frac{dE}{dt} \right|_{\text{sistema}} = \int_{Sup Vol C} \rho e V \cdot dA = \dot{Q} + W_{flecha} - W_{turbina} - W_{flujo}$$

$$\int_{Sup Vol C} \rho \left(\frac{V^2}{2} + gz + u \right) V \cdot dA = \dot{Q} + W_{flecha} - W_{turbina} - P \frac{d\dot{m}}{\rho}$$

Pasando el último término a la integral del lado derecho, queda entonces:

$$\int_{Sup Vol C} \rho \left(\frac{V^2}{2} + gz + u + \frac{P}{\rho} \right) V \cdot dA = \dot{Q} + W_{flecha} - W_{turbina}$$

Con la integración de una misma línea de corriente de flujo laminar y entre dos puntos con propiedades constantes, la ecuación queda como:

$$\left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + gz_2 - gz_1 + u_2 - u_1 + \frac{P_2 - P_1}{\rho} \right) \dot{m} = \dot{Q} + W_{flecha} - W_{turbina}$$

Al dividir entre $\dot{m}g$:

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + z_2 - z_1 + \frac{u_2 - u_1}{g} + \frac{P_2 - P_1}{\rho g} = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}g} + \frac{W_{flecha}}{\dot{m}g} - \frac{W_{turbina}}{\dot{m}g}$$

Y al reacomodar:

$$\frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{W_{turbina}}{\dot{m}g} - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}g} + \frac{u_2 - u_1}{g} = \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{W_{flecha}}{\dot{m}g}$$

Donde:

$h_L = -\frac{\dot{Q}}{\dot{m}g} + \frac{u_2 - u_1}{g}$, se denominan pérdidas de carga (head losses) y están asociadas con la energía perdida por fricción, por rugosidad de la superficie, por los accesorios de la tubería como reducciones, ampliaciones, codos, etcétera.

$h_t = \frac{W_{turbina}}{\dot{m}g}$, es la carga de turbina (head turbine) y se asocia con la energía extraída por una turbina colocada en el sistema.

$h_b = \frac{W_{bomba}}{\dot{m}g}$, es la carga de la bomba (head pump), es la energía añadida al sistema por la bomba.

Por lo que la ecuación general de energía para un fluido, queda como:

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + h_b = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + h_t + h_L$$

Puede observarse que en el lado derecho de la ecuación queda la energía inicial del sistema sumada a la energía que se le puede añadir por medio de una bomba, mientras que del lado izquierdo queda la energía final del sistema añadida a la energía perdida por fricción, por calentamiento o por un dispositivo que extraiga energía (turbina). Así, el punto 1 del análisis debe estar al inicio del flujo, y el punto 2 debe ser el punto donde el fluido ya ha recorrido la tubería y ha perdido energía.

Simplificando para los casos del sistema en el que no hay bomba y suponiendo que no hay pérdidas de carga ni turbina, la ecuación general de energía queda como la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\rho g} = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{P_2}{\rho g}$$

Para conocer las pérdidas de carga h_L , se deben considerar los efectos de la fricción, dados por las características de las tuberías y del fluido (h_f) y las pérdidas de carga menores asociadas a los accesorios como codos, expansiones o contracciones (h_k).

Para determinar las pérdidas de carga por fricción h_f , se deben conocer el Re , y la rugosidad relativa:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu} \quad \text{y} \quad R.r. = \frac{k_s}{D}$$

Con estas dos cantidades es posible conocer el factor de fricción f utilizando las gráficas de Moody para calcular las pérdidas de carga por fricción. Dichas gráficas se encuentran disponibles en libros de mecánica de fluidos y en archivos electrónicos.

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

Estas pérdidas se deben calcular por cada sección de tubería donde cambian los valores de velocidad, diámetro y rugosidad, entre otros.

En cuanto a las pérdidas de carga menores, para cada accesorio de la línea se determina el coeficiente k y todos los valores de h_k se suman. Estos valores pueden encontrarse en textos de mecánica de fluidos y en archivos electrónicos:

$$h_k = k \frac{V^2}{2g}$$

Las pérdidas de carga h_L y las pérdidas menores h_k se suman para calcular las pérdidas de carga en la ecuación general de energía.

Por ejemplo, para el sistema mostrado por cuya tubería de hierro galvanizado fluyen 3 kg/s de agua, la potencia requerida en la bomba con 68% de eficiencia necesaria para satisfacer dicho flujo se calcula de la forma siguiente:

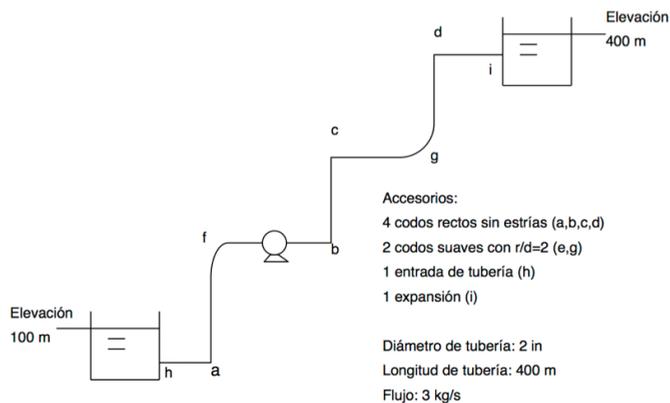


Figura 13. Sistema de tuberías

Si se requiere conocer la potencia de la bomba, es necesario establecer los dos puntos de análisis. El fluido es impulsado por la bomba hacia el tanque superior;

por lo que el punto 1 debe estar en el tanque del lado izquierdo y el punto 2 en el tanque del lado derecho, los datos conocidos para resolver la ecuación general de energía, son:

Punto 1		Punto 2	
$z_1=100 \text{ m}$	$V_{\text{tubería}}=1.53 \text{ m/s}$	$z_2=400 \text{ m}$	$V_2=0$
$P_1 = P_{\text{atm}}$		$P_2 = P_{\text{atm}}$	
$V_1=0$			
$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{\left(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \left(1.53 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) (0.05 \text{ m})}{1.14 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}} = 6.7 \times 10^4$			
$k_s^*/D = 0.15 \text{ mm}/50 \text{ mm} = 0.003$			
$f = 0.028$			
$h_f = f \frac{L V^2}{D 2g} = 0.028 \left(\frac{400 \text{ m}}{0.05 \text{ m}}\right) \left(\frac{(1.53 \text{ m/s})^2}{2 \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)}\right) = 26.73 \text{ m}$			
$K_e = 0.50^*$ (Entrada de tubería, h)	$K_b = 1.1^*$ (Codos rectos sin estrías, a, b, c, d)	$K_b = 0.19^*$ (codos suaves r/d=2, f y g)	$K_E = 1.00^*$ (Expansión, $D_1/D_2 = 0.00$ y $\theta = 180^\circ$)
$h_k = \sum K_i \frac{V^2}{2g} = (0.50 + 4(1.1) + 2(0.19) + 1.00) \frac{\left(1.53 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 0.75 \text{ m}$			
$h_L = h_f + h_k = 26.73 \text{ m} + 0.75 \text{ m} = 27.48 \text{ m}$			
$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + h_b = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + h_f + h_L$			
$z_1 + h_b = z_2 + h_L$ $h_b = (z_2 - z_1) + h_L = (400 \text{ m} - 100 \text{ m}) + 27.48 \text{ m} = 327.48 \text{ m}$			
$W_{\text{bomba}} = h_b \dot{m} g = (327.48 \text{ m})(3 \text{ kg/s})(9.81 \text{ m/s}^2) = 9.64 \text{ kW}$ $W_{\text{bomba real}} = \frac{W_{\text{bomba}}}{\eta} = \frac{9.64 \text{ kW}}{0.68} = 14.17 \text{ kW}$			

* Los valores de k_s , K_e , K_b y K_E se pueden obtener de tablas en diferentes referencias bibliográficas. El valor de f se obtiene de la gráfica de Moody que se encuentra en diferentes referencias bibliográficas.

Como se indicó en otro momento, un fluido puede caracterizarse por diferentes propiedades, así como por las condiciones a las que está expuesto. En muchas ocasiones es deseable y además posible, simplificar las condiciones en las que se encuentra el fluido para poder analizarlo y predecir o manipular su comportamiento de cierta manera.

Sin embargo, en otras circunstancias cuando es necesaria una caracterización más profunda y detallada del comportamiento del fluido, es ineludible considerar la variabilidad de sus propiedades, así como el comportamiento no obligadamente uniforme de sus moléculas. Es en estas ocasiones cuando se requiere el uso de las Ecuaciones de Navier Stokes.

Las ecuaciones de Navier Stokes permiten analizar, en un ambiente microscópico, el comportamiento de un fluido para conocer de manera puntual sus características y éstas se requieren cuando los efectos de la fricción o la dependencia de las propiedades con la velocidad del fluido son importantes. Pueden encontrarse ejemplos de aplicación de las ecuaciones de Navier Stokes en las líneas de corriente del fluido circundante a un automóvil, en la predicción del flujo en las aspas de un molino de viento, e incluso para conocer el transporte de sustancias a través del torrente sanguíneo.

En esta sección se mostrará cómo se obtienen las ecuaciones de Navier Stokes para coordenadas rectangulares en dirección x . El procedimiento es similar para obtener las ecuaciones de Navier Stokes en las direcciones y y z , así como para obtenerlas en coordenadas cilíndricas y esféricas.

Para iniciar el análisis, se elegirá un volumen de control de un fluido, recordando que este volumen puede hacerse cada vez más pequeño hasta ser infinitesimal con dimensiones Δx , Δy y Δz y sobre el que se realizará el análisis de fuerzas.

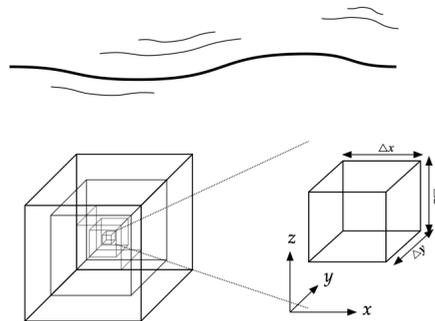


Figura 14. Volumen de control

En el volumen de control de la figura 13 actúan cuatro fuerzas: a) El esfuerzo cortante, es decir la transferencia de momento desde una cara hacia la cara opuesta a ella, b) El momento transferido por el fluido que atraviesa el volumen de control, c) La fuerza debida a la presión que el fluido ejerce hacia el interior de cada cara del volumen de control y d) El peso en la dirección analizada. El efecto de la suma de las fuerzas anteriores podrá apreciarse en el movimiento del volumen de control en la dirección de análisis, es decir la variación de su velocidad con respecto al tiempo.

Así, el análisis de fuerzas en dirección x estará dado por:

- a) Esfuerzo de corte, que es aquél que se da entre capas sucesivas de fluido, y cuyo esfuerzo resulta afectado por la viscosidad del fluido.

Para un fluido que se mueve en dirección x y cuyo esfuerzo de corte se transmite en y (τ_{yx}), a través del área $\Delta x \Delta z$:

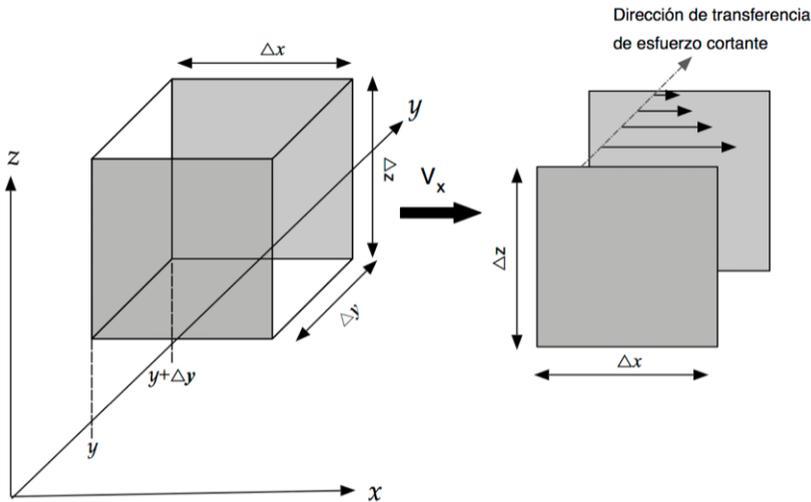


Figura 15. Variación del esfuerzo cortante que se mueve en x y se transfiere en y

$$\left(\tau_{yx} \Big|_y - \tau_{yx} \Big|_{y+\Delta y} \right) \Delta x \Delta z$$

Para un fluido que se mueve en x y cuyo esfuerzo se transfiere en z debido a la viscosidad (τ_{zx}), a través del área $\Delta x \Delta y$:

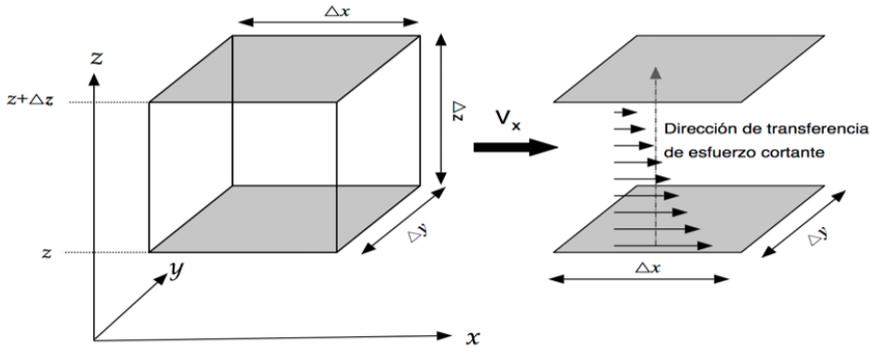


Figura 16. Variación del esfuerzo cortante que se mueve en xy y se transfiere en z

$$(\tau_{zx}|_z - \tau_{zx}|_{z+\Delta z})\Delta x\Delta y$$

Para un fluido que se mueve en x y cuyo esfuerzo se transfiere en x debido a la viscosidad (τ_{xx}), a través del área $\Delta y\Delta z$:

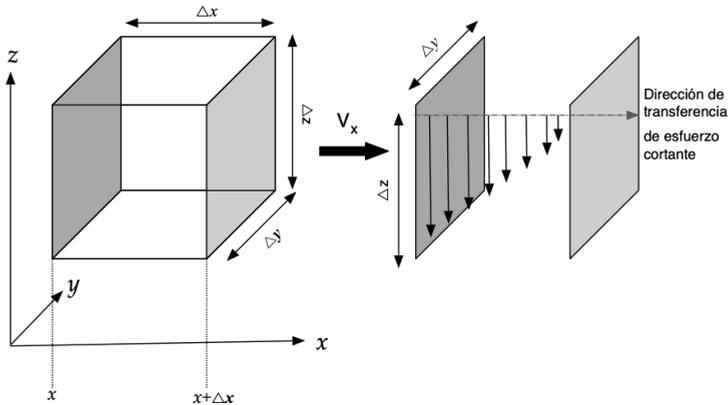


Figura 17. Variación del esfuerzo cortante que se mueve en x y se transfiere en x

$$(\tau_{xx}|_x - \tau_{xx}|_{x+\Delta x})\Delta y\Delta z$$

- b) Balance de momento es el efecto de la fuerza de la componente x de la velocidad que atraviesa al volumen de control, mediante cualquiera de sus caras:

$$F_x = \int \rho V_x \bar{V} \cdot d\bar{A} , |F_x| = V_x \dot{m} = \rho V_x VA$$

debido al flujo que entra y sale a través de las caras situadas en x y $x+\Delta x$, es decir, el flujo másico en x que atraviesa las caras con área $\Delta y\Delta z$.

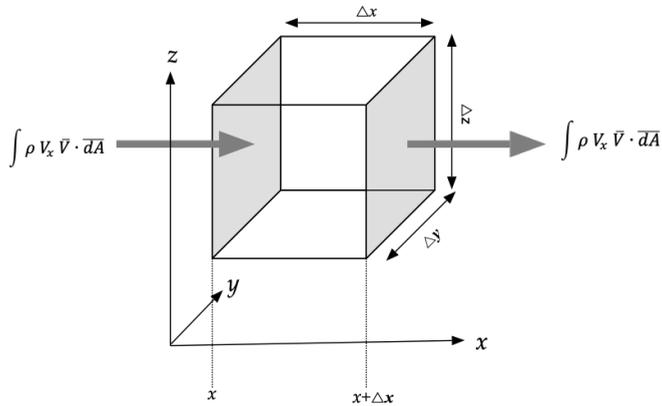


Figura 18. Variación de la componente x del flujo másico que se mueve en la dirección x

$$(\rho V_x V_x|_x - \rho V_x V_x|_{x+\Delta x}) \Delta y \Delta z$$

En la figura 18 se muestra el flujo másico que entra y sale a través de las caras localizadas en y y $y+\Delta y$, mediante el área $\Delta x \Delta z$.

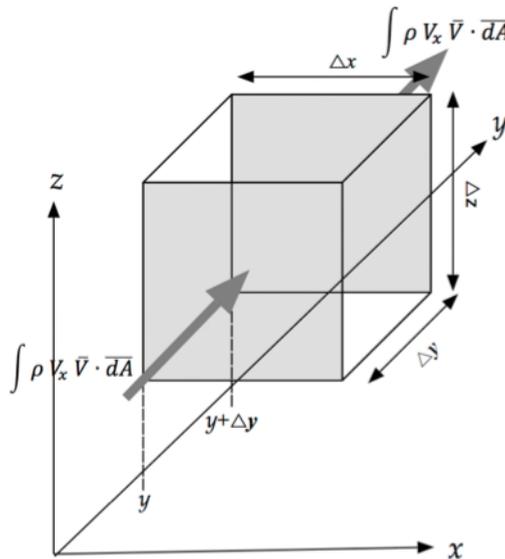
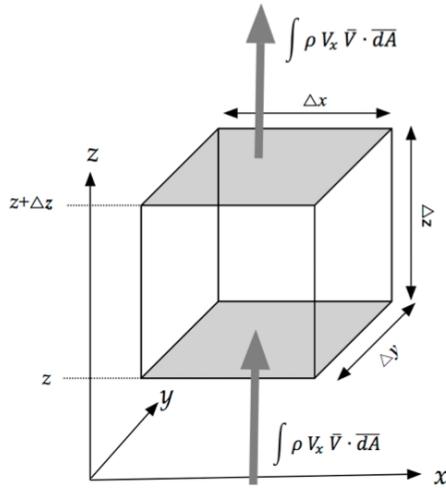


Figura 19. Variación de la componente x del flujo másico que se mueve en la dirección y

$$(\rho V_y V_x|_y - \rho V_y V_x|_{y+\Delta y}) \Delta x \Delta z$$

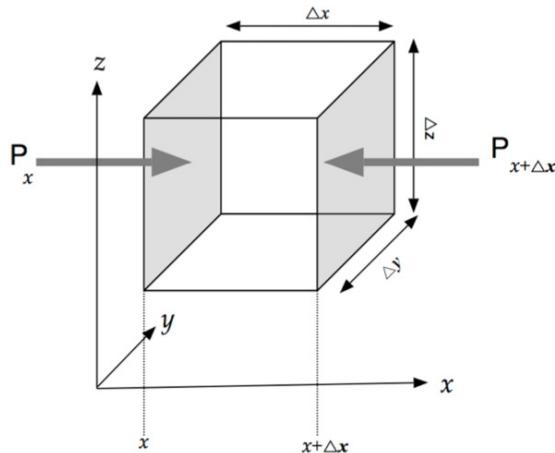
En la figura 19 se observa el flujo másico que entra y sale a través de las caras localizadas en z y $z+\Delta z$, a través del área $\Delta x \Delta y$.



$$(\rho V_z V_x|_z - \rho V_z V_x|_{z+\Delta z}) \Delta x \Delta y$$

Figura 20. Variación de la componente x del flujo másico que se mueve en la dirección z

c) Fuerza de presión ejercida hacia el interior del volumen de control en las caras situadas en x y en Δx y con un área $\Delta y \Delta z$.



$$(P|_x - P|_{x+\Delta x}) \Delta y \Delta z$$

Figura 21. Variación de la presión en dirección x

d) Fuerza debida a la componente x de la gravedad $F_g = mg_x$.

Para el sistema de referencia elegido no existe componente de la gravedad en x, sin embargo, los ejes podrían rotarse de manera que el efecto de la gravedad en esta

dirección fuera diferente de cero, por lo tanto se incluirá este término, ya que podría ser requerido para analizar algunos casos de estudio.

$$\rho g_x \Delta x \Delta y \Delta z$$

e) La suma de las fuerzas anteriores se iguala con la acumulación, es decir la variación de la velocidad en x del volumen de control:

$$\frac{d}{dt} \rho V_x \Delta x \Delta y \Delta z$$

Al igualar la suma de todos los términos con la acumulación, y dividiendo entre el volumen, tendremos:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho V_x &= \frac{\tau_{yx}|_y - \tau_{yx}|_{y+\Delta y}}{\Delta y} + \frac{\tau_{zx}|_z - \tau_{zx}|_{z+\Delta z}}{\Delta z} + \frac{\tau_{xx}|_x - \tau_{xx}|_{x+\Delta x}}{\Delta x} \\ &+ \frac{\rho V_x V_x|_x - \rho V_x V_x|_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \frac{\rho V_y V_x|_y - \rho V_y V_x|_{y+\Delta y}}{\Delta y} + \frac{\rho V_z V_x|_z - \rho V_z V_x|_{z+\Delta z}}{\Delta z} \\ &+ \frac{P|_x - P|_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \rho g_x \end{aligned}$$

Como se mencionó al iniciar el análisis de fuerzas, el volumen de control es infinitesimal, es decir su volumen tiende a cero, por lo que en la mayoría de los términos de la ecuación anterior tendríamos la definición negativa de la derivada:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P|_x - P|_{x+\Delta x}}{\Delta x} = -\frac{dP}{dx}$$

Al tratarse de un análisis de varias variables, la ecuación de Navier Stockes en dirección x queda expresada en derivadas parciales, como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho V_x = -\left[\frac{\partial}{\partial y} \tau_{yx} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{zx} + \frac{\partial}{\partial x} \tau_{xx} \right] - \left[\frac{\partial}{\partial x} \rho V_x V_x + \frac{\partial}{\partial y} \rho V_y V_x + \frac{\partial}{\partial z} \rho V_z V_x \right] - \frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x$$

De igual manera, se puede realizar el análisis para las direcciones y y z quedando como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho V_y = -\left[\frac{\partial}{\partial x} \tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{yy} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{zy} \right] - \left[\frac{\partial}{\partial x} \rho V_x V_y + \frac{\partial}{\partial y} \rho V_y V_y + \frac{\partial}{\partial z} \rho V_z V_y \right] - \frac{\partial P}{\partial y} + \rho g_y$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho V_z = -\left[\frac{\partial}{\partial x} \tau_{xz} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{yz} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{zz} \right] - \left[\frac{\partial}{\partial x} \rho V_x V_z + \frac{\partial}{\partial y} \rho V_y V_z + \frac{\partial}{\partial z} \rho V_z V_z \right] - \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z$$

Las ecuaciones anteriores generalmente se resuelven de manera simultánea con la ecuación de continuidad. Por tratarse de múltiples variables y para propiedades no constantes, la solución exacta de estas ecuaciones se ha desarrollado sólo para algunos casos específicos, mientras que su aplicación a sistemas complejos debe realizarse con la ayuda de software especializado mediante el uso de métodos numéricos que permitan la solución simultánea de todas las ecuaciones.

A continuación se presenta el uso de las ecuaciones de Navier Stockes para dos casos en los que se tiene solución exacta.

Placas paralelas moviéndose en sentido contrario

Entre dos placas largas que se mueven en sentido contrario a una velocidad constante de 2 m/s, se coloca lubricante. Resuelva el siguiente caso: Determine el perfil de velocidades del lubricante entre las dos placas.

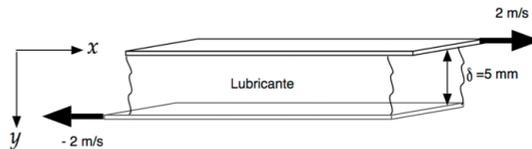


Figura 22. Lubricante entre dos placas paralelas que se mueven en dirección opuesta

Inicialmente se establecen las condiciones del sistema de estudio; las placas se mueven en estado estacionario, ya que su velocidad es constante, además se supone que la propiedad termodinámica del fluido también es constante y uniforme en el sistema, y el fluido se mueve solamente en la dirección en la que se mueven las placas; es decir, el flujo es unidimensional.

De acuerdo con el diagrama, el fluido se mueve en dirección y , mientras que el esfuerzo cortante se transmite en dirección x , por lo que debe utilizarse la ecuación de Navier Stockes en coordenadas rectangulares para la dirección y :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho V_y = - \left[\frac{\partial}{\partial x} \tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{yy} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{zy} \right] - \left[\frac{\partial}{\partial x} \rho V_x V_y + \frac{\partial}{\partial y} \rho V_y V_y + \frac{\partial}{\partial z} \rho V_z V_y \right] - \frac{\partial P}{\partial y} + \rho g_y$$

El término del lado izquierdo de la ecuación anterior tiene un valor igual a cero porque el sistema es estacionario, el primer término del lado derecho es diferente de cero, ya que el fluido se mueve en dirección x , y el esfuerzo cortante se transfiere en y . El segundo y tercer término del lado derecho son iguales a cero debido a que no hay transferencia, de momento, en y ni en z , puesto que el flujo es unidimensional por la misma razón. $V_y=V_z=0$ y $d/dy(pV_yV_y)=0$. De esta forma, todos los términos del segundo corchete del lado derecho son cero. El término $dP/dy=0$, debido a que las propiedades termodinámicas del fluido son constantes

y el último término $\rho g_y=0$, ya que para el sistema de referencia elegido no hay gravedad en dirección y , por tanto, la ecuación se simplifica a:

$$\frac{d}{dy} \tau_{yx} = 0$$

Resolviendo por separación de variables

$$\tau_{yx} = C_1$$

Por definición $\tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy}$, por lo que $-\mu \frac{dv_x}{dy} = C_1$, resolviendo nuevamente por separación de variables:

$$V_x = C_1 y + C_2$$

Para determinar el valor de las constantes C_1 y C_2 :

$$\text{CF1} \quad y=0 \quad V_y=2 \text{ m/s}$$

$$\text{CF2} \quad y=d \quad V_y= -2 \text{ m/s}$$

Evaluando las condiciones de frontera, la ecuación del perfil de velocidad es:

$$V_x = -\frac{4 \frac{m}{s}}{\delta} y + 2 \text{ m/s}$$

Por tanto, la distribución de velocidad entre las placas es lineal y no depende de las propiedades del fluido.

$y, \text{ mm}$	$V_x, \text{ m/s}$
0	2
0.5	1.6
1	1.2
1.5	0.8
2	0.4
2.5	0
3	-0.4
3.5	-0.8
4	-1.2
4.5	-1.6
5	-2

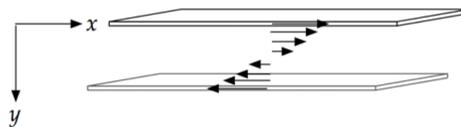


Figura 23. Perfil de velocidades del lubricante entre dos placas paralelas que se mueven en dirección opuesta

Una película de fluido se desliza por gravedad, a través de una pared inclinada, como lo hacen los fluidos en procesos industriales, como el transporte de lodos minerales, procesos de pintado, depósito de recubrimientos, etcétera.

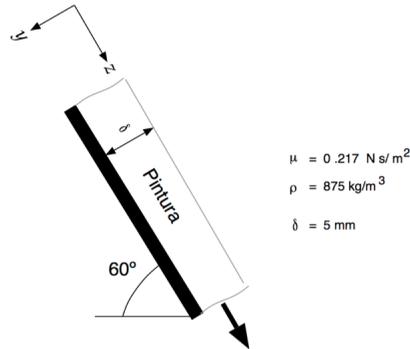


Figura 24. Película de fluido deslizándose sobre una placa inclinada

Como se muestra en la figura, se eligieron las coordenadas y y z , rotándolas para alinearlas con la pared. El fluido se mueve en dirección z mientras que el esfuerzo se transmite en dirección y . De igual manera que en el ejemplo anterior se deben establecer las consideraciones, que en este caso son: flujo unidimensional (en z), estado estacionario y propiedades termodinámicas constantes.

Por tanto, la ecuación de Navier Stokes en dirección z :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho V_z = - \left[\frac{\partial}{\partial x} \tau_{xz} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{yz} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{zz} \right] - \left[\frac{\partial}{\partial x} \rho V_x V_z + \frac{\partial}{\partial y} \rho V_y V_z + \frac{\partial}{\partial z} \rho V_z V_z \right] - \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z$$

Resultado:

$$\frac{d}{dy} \tau_{yz} = \rho g_z$$

Que resolviendo por separación de variables, resulta como

$$\tau_{yz} = \rho g_z y + C_1$$

Reemplazando $\tau_{yz} = -\mu \frac{dV_z}{dy}$

$$V_z = -\frac{\rho g_z y^2}{2\mu} + C_1 y + C_2$$

Y estableciendo las ecuaciones de frontera:

$$\text{CF1 } y=0, \quad \tau_{yz}=0$$

Esta condición de frontera se establece entre fluidos en contacto con el aire, debido a que el esfuerzo cortante entre el aire y el fluido es muy pequeño comparado con el esfuerzo cortante entre capas de fluido. Además, esta condición de frontera se establece también en flujos simétricos, en el eje de simetría:

$$\text{CF2 } y=\delta, \quad V_z=0, \text{ por la condición de no deslizamiento.}$$

Al evaluar las condiciones de frontera, el perfil de velocidad en la película de fluido queda dado por:

$$V_z = \frac{\rho g_z}{2\mu} (\delta^2 - y^2)$$

En este caso, se obtuvo un perfil parabólico, el cual sí depende de las propiedades del fluido.

$y, \text{ mm}$	$V_z, \text{ m/s}$
0	0.428
0.5	0.423
1	0.411
1.5	0.389
2	0.359
2.5	0.321
3	0.274
3.5	0.218
4	0.154
4.5	0.081
5	0.0

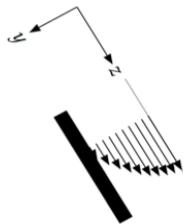


Figura 25. Perfil de velocidades de una película de fluido que se desliza sobre una placa inclinada

ANÁLISIS DE LA REDUCCIÓN DE TUBERÍA EN RÉGIMEN TURBULENTO (SIMULACIÓN NUMÉRICA)

En esta sección desarrollaremos una simulación numérica con un ejercicio básico, donde se hace uso de la teoría vista en los capítulos anteriores. Es importante mencionar que no necesariamente atenderemos las ecuaciones tal y como se han ejecutado, a razón de que el software que ocuparemos para el desarrollo de este ejercicio, internamente en su programación, ya contiene las ecuaciones discretizadas. El término *discretizar* se refiere a que una ecuación matemática se convierte a lenguaje computacional, con el fin de que pueda ser resuelto por métodos numéricos computacionales.

Para este ejercicio se utilizó la herramienta de simulación ANSYS Fluent, la cual es muy poderosa en el área de la simulación y muy socorrida en el sector industrial. Uno de los motivos, justamente, que conducen a ANSYS se debe a las diferentes aplicaciones que existen de la herramienta en la industria. La idea, entonces, es que los lectores de este libro tengan la información básica para poder desarrollar un ejercicio de fluidos con la herramienta ANSYS; el propósito es también que los usuarios adquieran experiencia que posiblemente les será útil en su trayectoria profesional.

Problema a simular

En este ejemplo veremos las consideraciones necesarias para llevar a cabo una simulación del comportamiento del flujo en una tubería con características que más adelante se describirán, así como el procedimiento previo a la simulación. Básicamente el problema a solucionar será la simulación de un tubo de cobre, mismo que en su geometría sufre de una reducción con ángulo de 25 grados. Esta reducción en la geometría o flujo, generará un fenómeno en el flujo mismo que será observado en la simulación con la herramienta ANSYS.

Modelo

A continuación se realizarán ciertas especificaciones para delimitar la simulación y evitar perder la idea principal, que es simular el efecto de un flujo.

Consideraciones:

- El desarrollo será analizado en estado estable.
- Se creará un modelo 3D.
- Las características del tubo son: Cobre con rugosidad absoluta de 0015 mm.

- La reducción angular de la tubería es de 25 grados.
- El material, cuyo comportamiento será estudiado, es agua.

La geometría será semejante a la figura 26, la cual cuenta con las dimensiones de la tubería, como puede observarse.

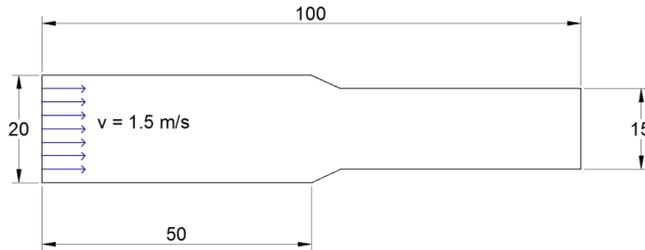


Figura 26. Geometría de tubo con reducción angular

Iniciaremos con el desarrollo de la geometría en 3D con ANSYS Fluent; para esto nos basaremos en el desarrollo de la figura 26. Utilizaremos el módulo de geometría con la aplicación DesingModeler, como se muestra en la figura 27.

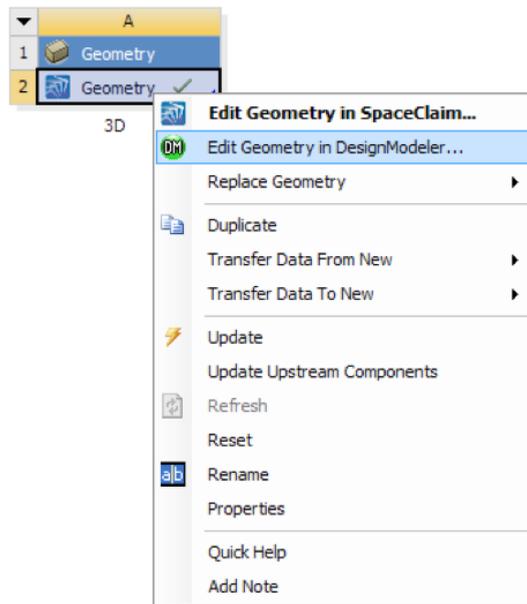


Figura 27. Módulo geometría

Seleccionaremos mm como unidad de trabajo, según se aprecia en la figura 28.

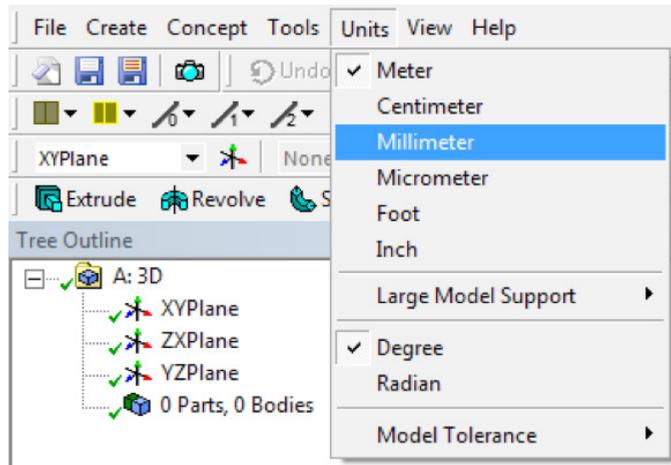


Figura 28. Selección de unidades

Generaremos un nuevo Sketch sobre el plano XY (figura 29).

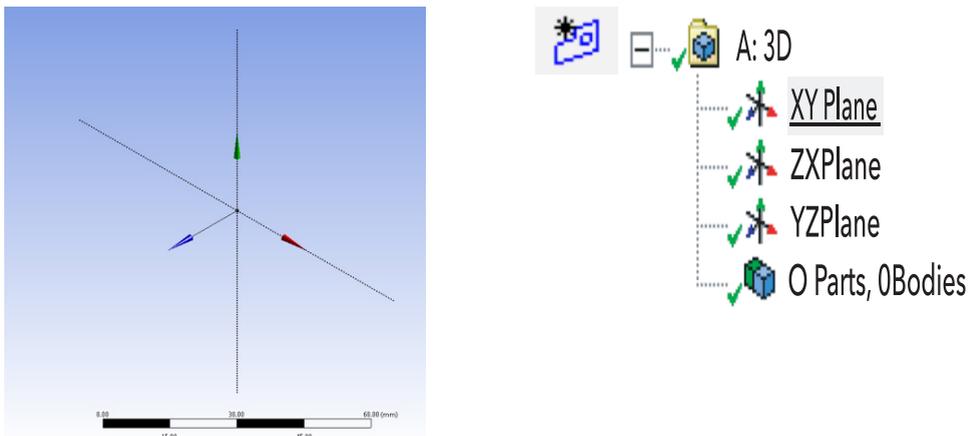


Figura 29. Selección de planos

Look at face: Nos sirve para mirar de frente el Sketch o plano de trabajo (figura 30).

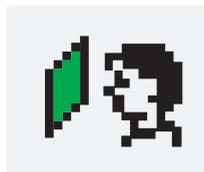


Figura 30. Herramienta Look at face

En la pestaña de Sketching seleccionamos la herramienta Línea para dibujar algo similar a la mitad de nuestro modelo, sin preocuparnos por medidas (figura 31).

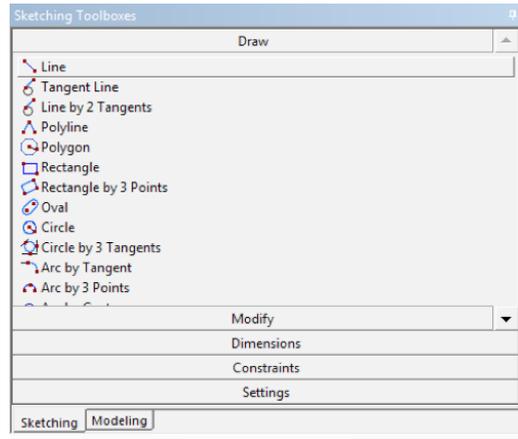


Figura 31. Herramientas disponibles en Sketching

La mitad del modelo debe coincidir con el eje X, el cual usaremos más adelante como eje de giro (figura 32).

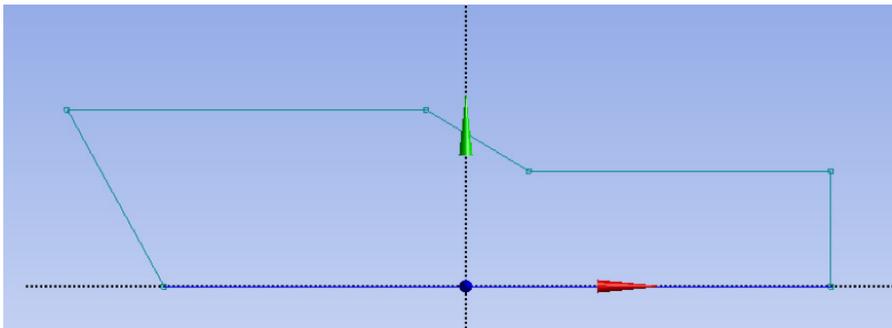


Figura 32. Construcción del modelo en el eje de giro

Al dibujar pueden aparecer diversas letras que generan restricciones (*constrains*) sobre la geometría; los más comunes son:

V: Restricción vertical

H: Restricción horizontal

C: Coincidencia con una línea

P: Coincidencia con un punto

Aplicaremos las restricciones necesarias, de no haberse generado al dibujar las líneas, obteniendo un modelo similar a éste.

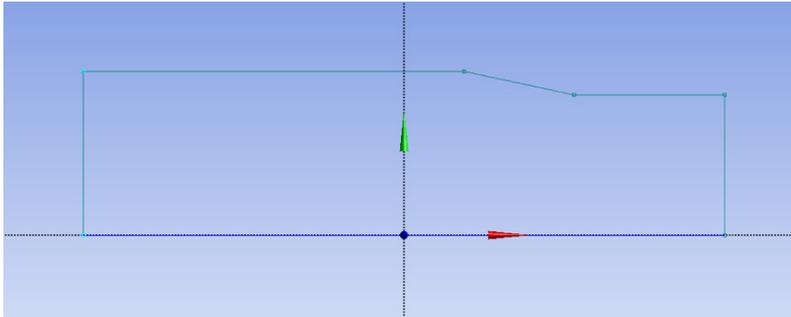


Figura 33. Aplicación de restricciones

Posteriormente, dimensionaremos el modelo, tomando en cuenta la simetría. Haciendo uso de las herramientas de dimensiones específicas, o seleccionando la opción General, y con clic derecho ver las opciones disponibles para el elemento elegido.

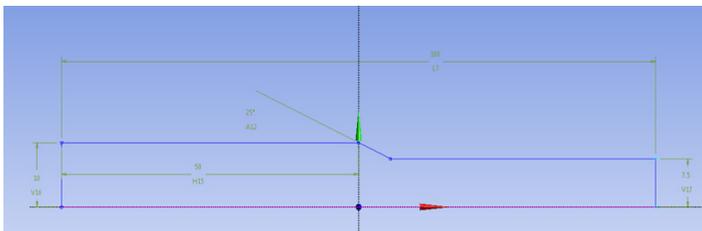
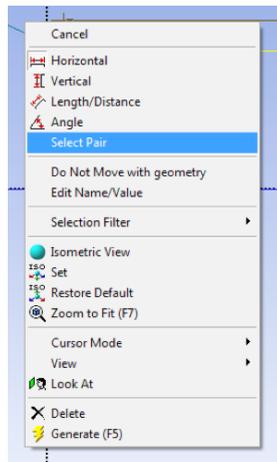


Figura 34. Dimensionamiento del modelo

Al tener correctamente dimensionado el Sketch salimos y generamos un Revolve, sobre el eje (figura 35).

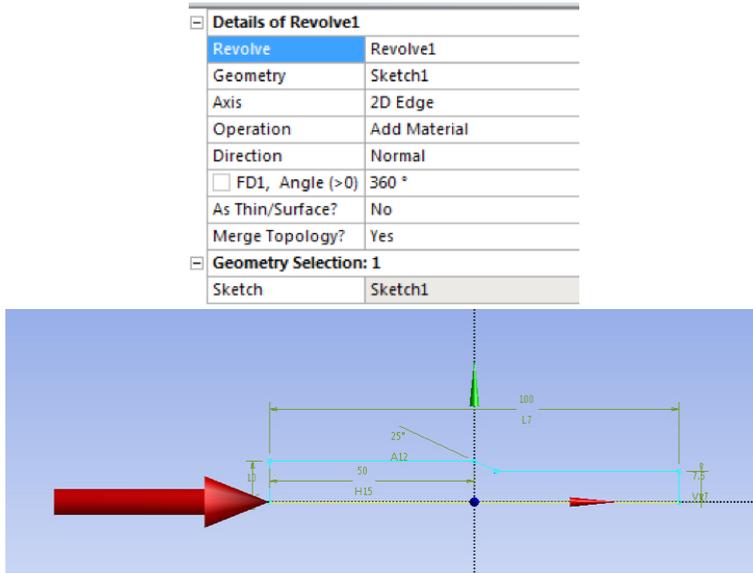


Figura 35. Selección del eje para generar un Revolve

Para una operación de Revolve debemos seleccionar el Sketch que acabamos de generar como geometría, y como eje de giro tomaremos el eje X.

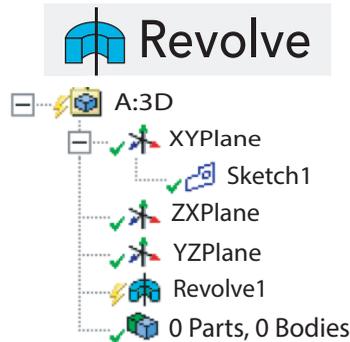
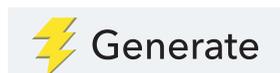


Figura 36. Herramienta Revolve

La operación no se generará hasta que presionemos el botón Generate o presionemos F5 (figura 37).



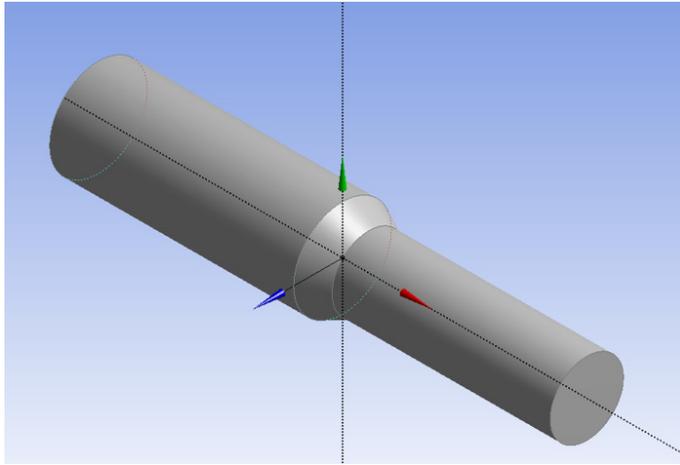


Figura 37. Modelo geométrico terminado

De esta manera, se finaliza con la generación del modelo geométrico.

Discretización del modelo

Una vez que tenemos la geometría del modelo a simular, el siguiente paso es la generación del mallado sobre la geometría. Para realizar esto añadiremos un módulo de ICEM FCD en la ventana de Workbench. Para ello podemos dar clic derecho sobre: Geometry>Transfer to new > ICEM FCD (figura 38).

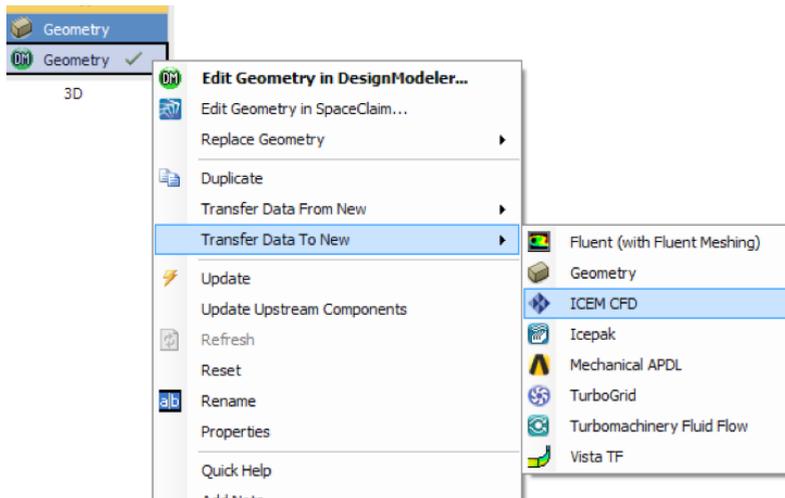


Figura 38. Generación de módulo ICEM FCD

Otra manera sería arrastrar el componente desde la sección de Component Systems y dejarlo caer sobre Geometry (figura 39).



Figura 39. Alternativa de generación de módulo ICEM FCD

Damos doble clic sobre Model para iniciar ICEM (figura 40).

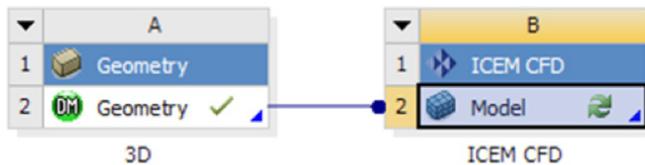


Figura 40. INICIO DE CEM

Discretización del modelo: Y+

Antes de generar la malla, veremos la forma de calcular Y+, el cual es crítico al usar un modelo $\kappa\text{-}\epsilon$ Realizable, junto a tratamientos de pared.

Los tratamientos de pared consisten en la elaboración de ecuaciones que resuelven la sub-capa viscosa por medio de valores promedio, en lugar de resolver ésta por elementos muy pequeños cerca de la pared.

La capa sub viscosa juega un papel muy importante en los fluidos turbulentos. En esta zona cercana a la pared se llevan a cabo efectos como la rugosidad o fricción, junto con un gran aumento de velocidad. Esto muchas veces es difícil de resolver por medio de elementos cercanos a la pared donde se busca un $y^+ = 1$, en la capa sub-viscosa.

Al usar tratamientos de pared, obtenemos valores promedio de tal capa. Dependiendo el tipo, necesitaremos posicionarnos en cierto rango. Al usar $\kappa\text{-}\epsilon$ Realizable, debemos colocarnos en la capa de traslape.

Y+ nos indica en qué parte del fluido nos encontramos. A partir del modelo de turbulencia y el tipo de tratamiento tendremos que posicionarnos en cierto rango.

El tratamiento de pared a usar requiere un rango de 30 a 300 y^+ , ubicándonos en la capa de traslape, lo que conlleva a un menor número de elementos (figuras 41 - A y 41-B).

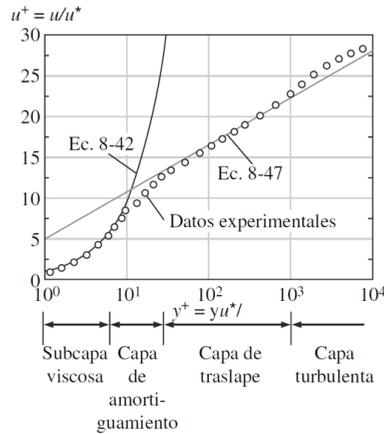


Figura 41 - A. Tratamiento de pared

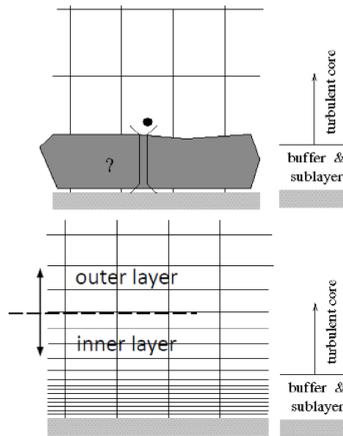


Figura 41 - B. Representación de las capas cerca de la pared

Para calcular Y^+ debemos tener muy en claro las condiciones de operación del modelo y algunas de sus características:

- D Diámetro de la tubería o longitud característica
- ϵ Rugosidad absoluta de la tubería
- V Velocidad promedio en la tubería

ρ Densidad del fluido

μ Viscosidad dinámica del fluido

$Y+$ se conoce como la distancia adimensional porque a través de él se ubica la posición de un punto respecto a la pared y . Así, $y=0$ indica que estamos en contacto con la tubería.

$Y+$ depende de las características del fluido, como la viscosidad dinámica μ y la densidad ρ , así como las condiciones de operación del sistema, el cual se describe por medio de la velocidad adimensional u^* .

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

La velocidad adimensional u^* depende de la densidad del fluido y el esfuerzo cortante en la pared del fluido:

$$\tau_w = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot C_f$$

El esfuerzo cortante depende de la velocidad de fluido V , la densidad y el coeficiente de fricción C_f , que no debe confundirse con el factor de fricción de Darcy.

Enseguida veremos una forma de calcularlo. En caso de que no se deseen realizar los cálculos existen páginas que con las condiciones y características mostradas en la parte superior llevan a cabo las operaciones necesarias y arrojan el valor de Y :

<http://www.pointwise.com/yplus/>

<https://www.cfd-online.com/Tools/yplus.php>

A continuación presentamos la ecuación de Reynolds que se ocupa para describir las fuerzas inerciales y viscosas presentes en un fluido:

$$Re = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{V \cdot D \cdot \rho}{\mu}$$

Con base en la anterior ecuación iniciaremos con el cálculo del número de Reynolds, que nos indicará el tipo de fluido con el que trabajaremos: turbulento

($Re > 4000$), en transición ($4000 > Re > 2300$) o laminar ($Re < 2300$). Es importante destacar que en un flujo laminar no se aplican modelos de turbulencia, además de que en ellos la forma de la malla no juega un papel muy relevante:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log_{10} \left(\frac{R_r}{3.7} + \frac{2.51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} \right) \quad C_f = \frac{\lambda}{4}$$

Posteriormente, a través de la ecuación de Colebrook se calculará el coeficiente de fricción de Darcy λ y el factor de fricción C_f , el cual corresponde a un cuarto del coeficiente de Darcy o se puede recurrir al diagrama de Moody para los mismos resultados.

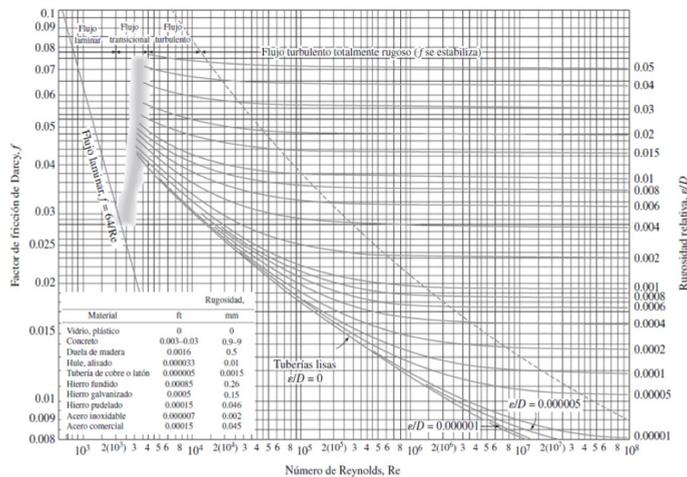


Figura 42. Diagrama de Moody

Fuente: Çengel, Y. A., Cimbala, J. M., & Sknarina, S. F. (2006). *Mecánica de fluidos: fundamentos y aplicaciones* (Vol. 1). McGraw-Hill.

Para nuestro modelo tenemos 2 tuberías, analizaremos ambas para verificar el valor de Y^+ más adecuado. Nuestro modelo comprende agua:

$$\hat{V} = V * A$$

- D1 = 20mm D2 = 15mm Diámetro de la tubería
- $\epsilon = 0.0015\text{mm}$ Rugosidad absoluta del cobre
- V1 = 1.5 m/s V2 = 2.667 m/s Velocidad promedio en la tubería
- $\rho = 998.6 \text{ Kg/m}^3$ Densidad del agua
- $\mu = 0.000103 \text{ Kg/m}^2\text{s}$ Viscosidad dinámica del agua

Buscaremos obtener un y^+ de 40, el cual se encuentra dentro del rango recomendado. Un y^+ de 30 podría no cumplirse, debido a variaciones por la geometría, presiones, velocidades, etcétera.

Se llevarán a cabo dos cálculos, uno para cada tipo de tubería (20 y 15mm), donde cambiará el valor del diámetro y velocidad en cada caso.

Debido a la reducción en la tubería, obtendremos un fluido más turbulento en la sección reducida, esto se puede observar en los números de Reynolds.

$$Re1 = 29085$$

$$Re2 = 51714$$

Entre mayor sea el número de Reynolds la malla será más fina.

$$y1 = 1.37e-3$$

$$y2 = 7.74e-5$$

Al tener lo anterior, aplicaremos el valor más alto, en este caso el obtenido en $y1$. Aplicaremos el valor más alto, ya que si aplicamos el menor (recordando que a mayor Reynolds menor y), éste no será válido para las secciones con menores turbulencias (Re más bajo).

Una vez definida la distancia de la primera celda y , procederemos a crear el mallado en ICEM-CFD.

Nombraremos las entidades donde aplicaremos las condiciones de frontera. Para ello, damos clic derecho sobre Parts y seleccionamos Create Part (figura 43).

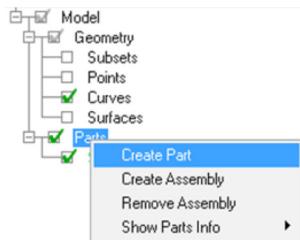


Figura 43. Creación de las partes donde se impondrán las condiciones de frontera

Para poder ver las superficies, debemos seleccionar el recuadro de Surfaces, dentro del árbol de Fluent en la sección de Geometry (figura 44).

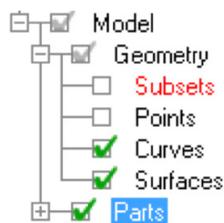


Figura 44. Visualización de las superficies

Seleccionaremos las superficies laterales nombrándolas: WALL (figura 45).

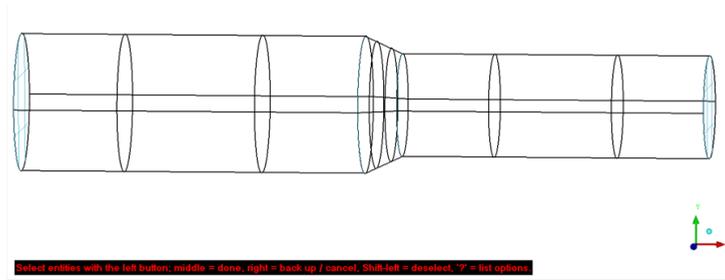


Figura 45. Nombramiento de superficies laterales

Al realizar operaciones en ICEM podemos dar clic intermedio para aplicar la opción o acción en proceso, o dar clic en el botón Apply (figura 46).

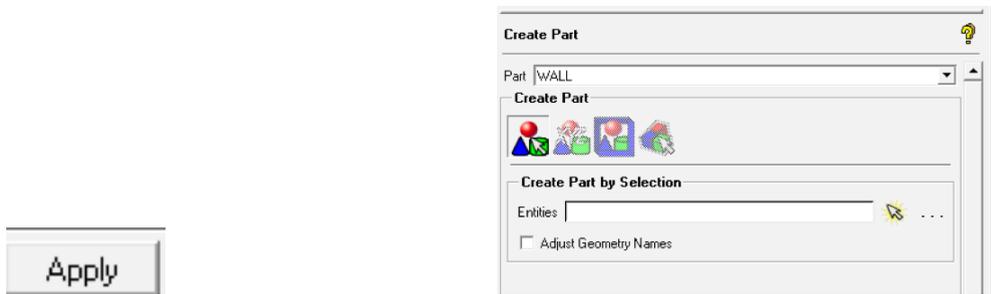


Figura 46. Creación de la parte WALL

Creamos la entidad INLET con la superficie mostrada (figura 47).

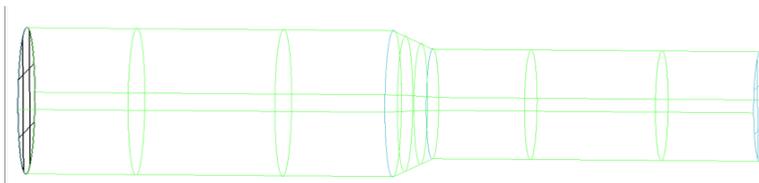


Figura 47. Creación de la parte INLET

Y finalizamos con la salida u OUTLET (figura 48).

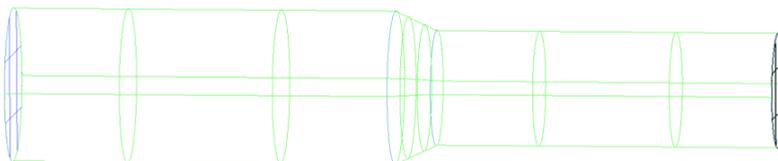


Figura 48. Creación de la parte OUTLET

Nuestro árbol debe ser muy similar a la figura 49.

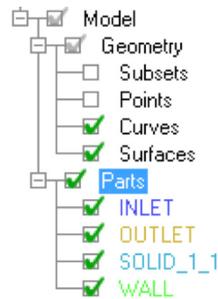


Figura 49. Visualización del árbol de partes

Si deseamos cambiar el color de una parte damos clic derecho sobre su nombre, seleccionando Change Color (figura 50).

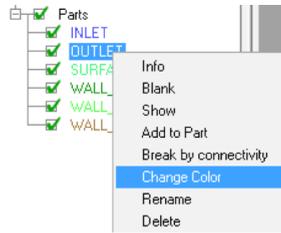


Figura 50. Cambio de color de partes

Iniciaremos con la creación del bloqueo de nuestro modelo (figura 51).

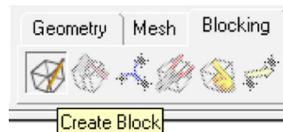


Figura 51. Creación de bloques

Definimos el nombre del dominio como FLUID, por medio de un bloqueo 3D, proyectando los vértices (figura 52).

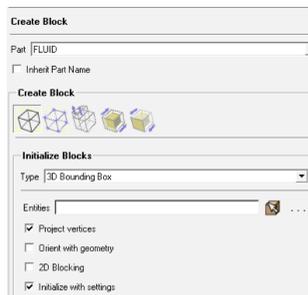


Figura 52. Definición del dominio

Seleccionamos todo lo visible en pantalla (figura 53).



Figura 53. Visualizar todo

El bloque inicial debe ser muy similar a la figura 54.

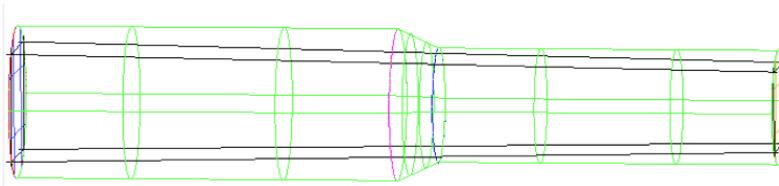


Figura 54. Visualización del bloque inicial

Mostraremos los puntos de nuestra geometría para realizar cortes por medio de éstos como en la figura 55.

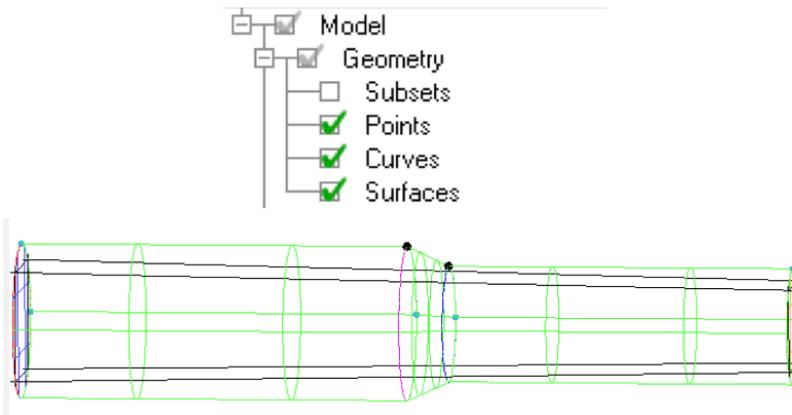


Figura 55. Presentación de los puntos

Llevaremos a cabo los siguientes 2 cortes por medio de un punto en nuestro bloqueo (Figura 56).

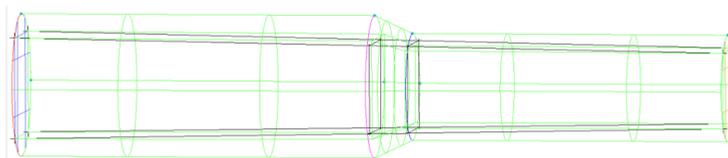


Figura 56. Selección de punto para realizar cortes

Los cortes se llevarán a cabo por un punto, seleccionando primero una línea perpendicular al corte a realizar y enseguida el punto de corte (figura 57).



Figura 57. Creación del corte

Asociaremos los bordes a su curva más cercana activando la opción de proyectar vértices (figura 58).



Figura 58. Herramienta asociación de bordes

Para asociar, seleccionamos la pestaña de Blocking Assosiations > Associate Edge -> Curve, activando la opción de proyectar vértices (figura 59).

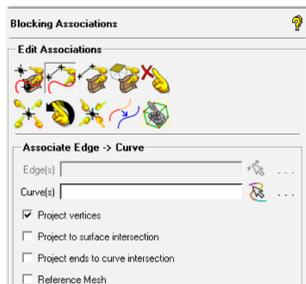


Figura 59. Proyección de vértices

Al realizar las asociaciones proyectando vértices, estos se mueven lo más próximo a la curva con la que se asoció, además de bloquear movimientos fuera de ella (figura 60).

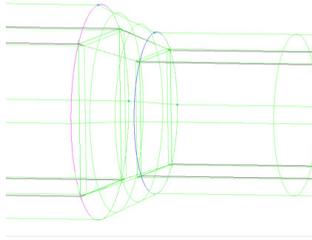


Figura 60. Proyección de vértices

A continuación, crearemos un O-Grid en nuestro bloqueo. Éste adapta el bloque a una superficie curva, por medio de una serie de cortes en el bloque formando una O; de ahí el nombre.

Esta formación evita elementos muy deformados en la geometría, como se ve en la figura 61.

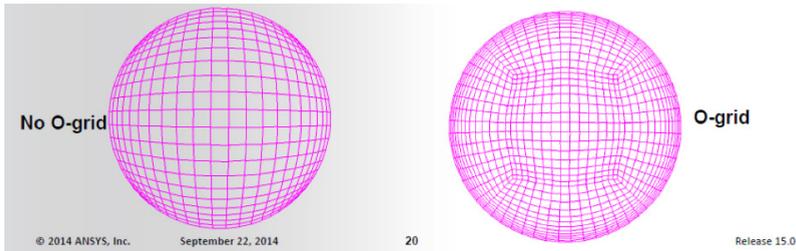


Figura 61. Diferencia en elementos generados con O-Grid

Para aplicar un O-Grid nos dirigimos a la sección de Split Block (figura 62).

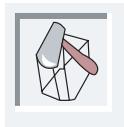


Figura 62. Herramienta Split Block

Se pueden seleccionar bloques, caras, bordes y vértices en modo 3D (figura 63).



Figura 63. Herramienta de selección de partes

Seleccionaremos todos los bloques de nuestro modelo, así como las caras correspondientes a INLET y OUTLET (figura 64).

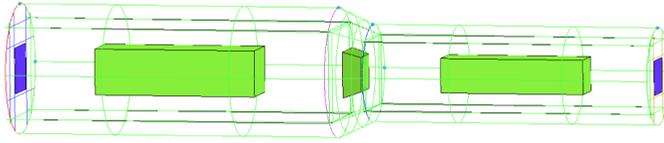


Figura 64. Elementos seleccionados con Split Block

Antes de dar en Apply activaremos la opción Absolute, lo que convertirá en unidades de metros desde el desfase del O-Grid y no desde las proporciones del bloque.

En este paso aplicaremos el valor de y obtenido a través de un y^+ de 40: El valor será de $1.4 \text{ e-}3$; posteriormente se da clic en Apply para ver los cambios aplicados (figura 65).

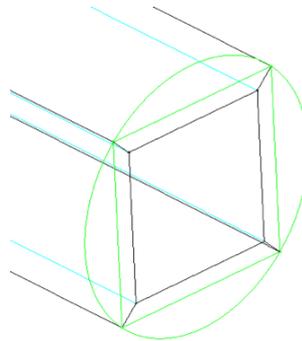
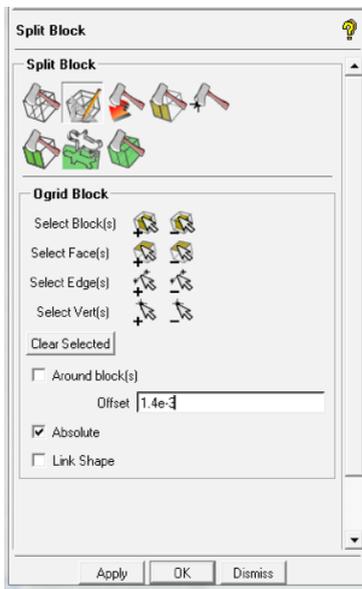
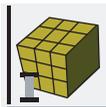


Figura 65. Aplicación del tratamiento de capa

A continuación, definiremos los parámetros o divisiones en nuestro modelo (figura 66).



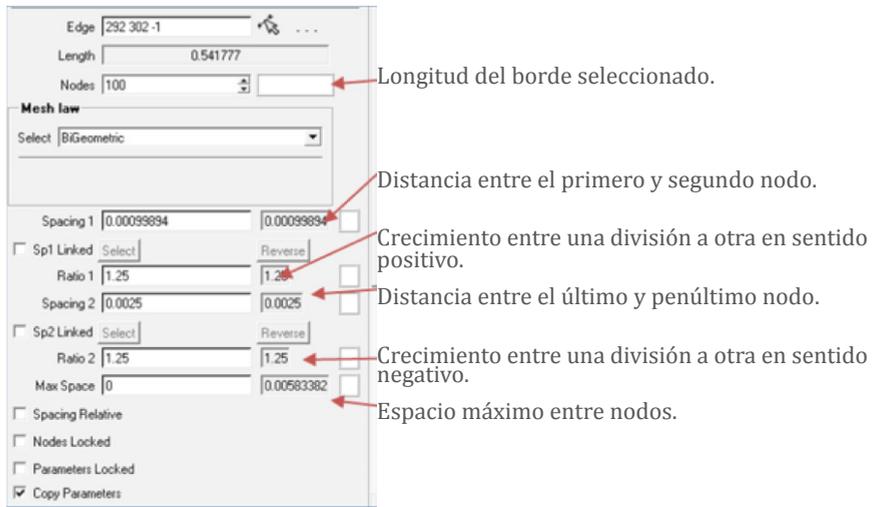


Figura 66. Selección de divisiones en el modelo

Al seleccionar un borde aparece una flecha indicando el sentido del borde. Al aplicar crecimientos y espaciados definidos, el uno corresponde al inicio del borde y el dos al final (figura 67).

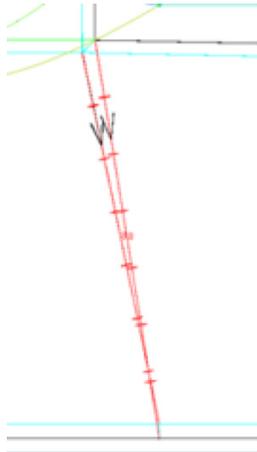


Figura 67. Visualización de inicio y fin de los bordes

Discretización de los bordes

Debemos asegurarnos de activar la opción de copiar parámetros a los bordes paralelos; iniciaremos con las divisiones a lo largo de la tubería (figura 68).

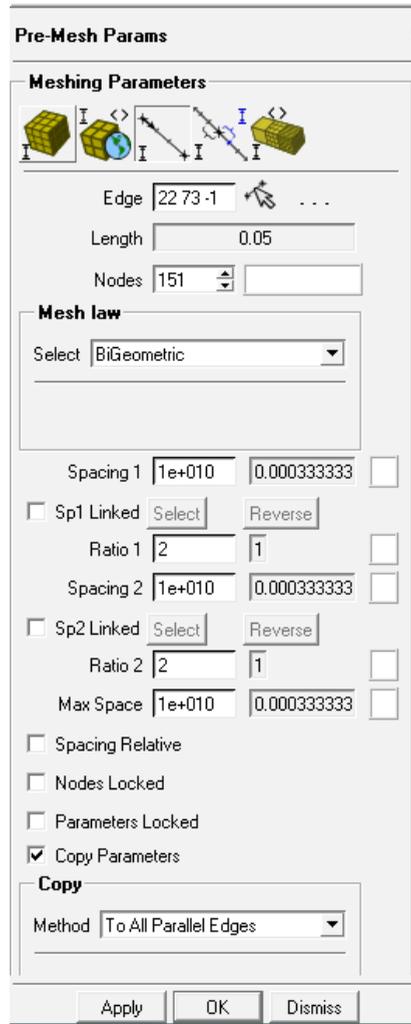


Figura 68. Activación de copia de parámetros en todos los bordes paralelos

Aplicaremos 50 nodos (generando 49 divisiones), a lo largo de la sección constante de 20mm y la de 15mm. Al aplicar una Mesh law BiGeometric se emplean divisiones con la misma longitud a lo largo de todo el borde (figura 69).

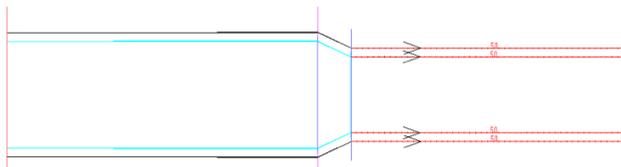


Figura 69. Generación de nodos a lo largo

En la reducción, aplicaremos 15 divisiones (figura 70).

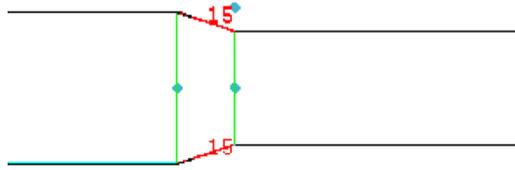


Figura 70. Generación de nodos en la reducción

En las secciones que conforman la circunferencia se aplicará un tamaño inicial de $1.5e-3$ en ambos lados; esto ayudará a no usar demasiados nodos y evitar un cambio brusco entre la primera capa (basada en $y+ = 40$) y las demás capas que no necesitan valores tan reducidos (figura 71).

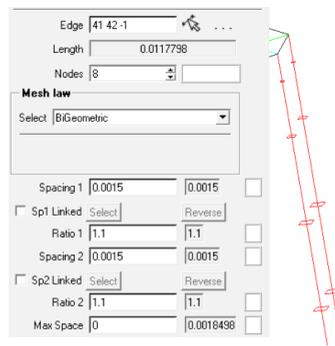


Figura 71. Generación de nodos más finos cerca de la pared

Para verificar la calidad de la malla, dar clic en ícono de la figura 72.



Figura 72. Uso de herramienta Quality Mesh

Fluent preguntará si deseamos actualizar la malla; si no aceptamos, no será posible observar la calidad (figura 73).

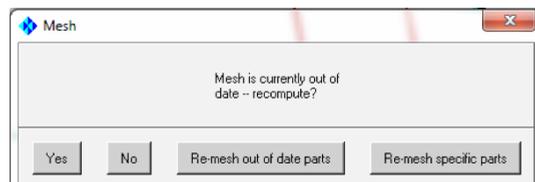


Figura 73. Actualización de la malla

Después aplicaremos un criterio de Determinantes de 3x3x3 (figura 74).

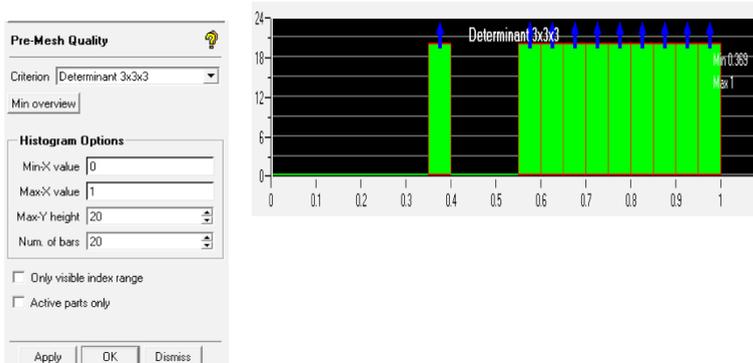


Figura 74. Criterio de determinantes

Con el bloqueo y parámetros mostrados, la calidad debería ser muy similar. Para generar la malla daremos clic derecho sobre Pre-mesh en el árbol de Fluent; a continuación iremos a Convert to Unstruct Mesh (figura 75).

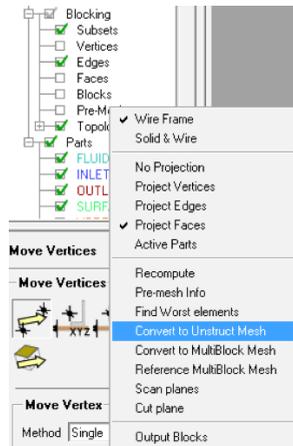


Figura 75. Generación de la malla actualizada

Si anteriormente se había generado una malla, saldrá la siguiente ventana, seleccionando Replace (figura 76).

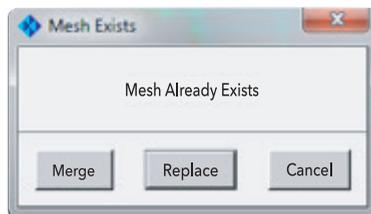


Figura 76. Actualización de la malla

Configuración del modelo

En esta parte del desarrollo, se procede a colocar la física al sistema dentro de la geometría del sistema.

Añadiremos un componente de Fluent a nuestra sesión de Workbenck, arrastraremos el componente de Fluent y lo soltaremos sobre la malla.

Otra opción es colocarnos sobre el componente de malla y dar clic derecho sobre Transfer Data To New > Fluent (figura 77).

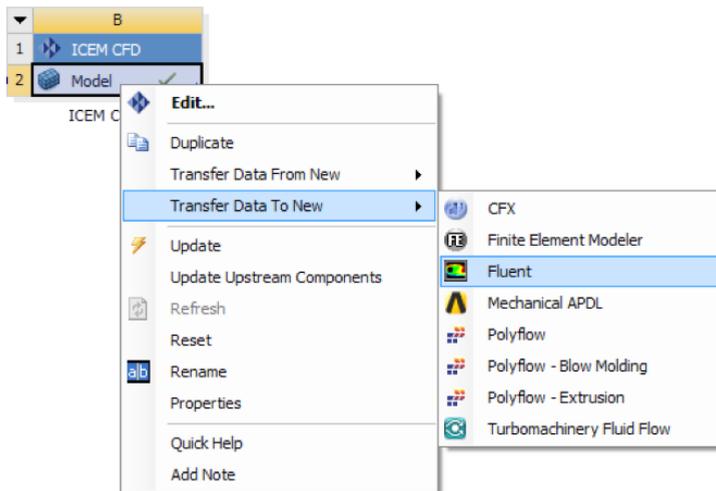


Figura 77. Adaptación de la geometría del sistema

Al añadirlo, debemos dar clic derecho sobre el componente de Icem y dar Update para que convierta la malla al formato de Fluent (figura 78).

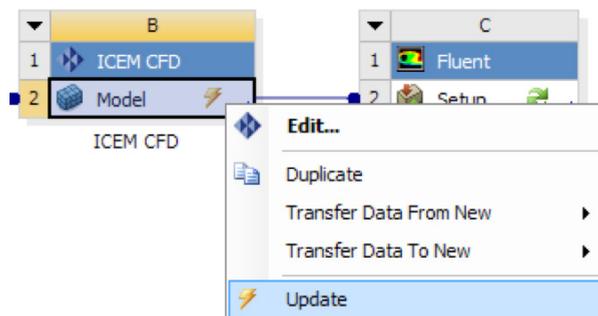


Figura 78. Conversión de la malla a formato FLUENT

Activaremos la doble precisión en la configuración de Fluent y daremos Ok (figura 79).

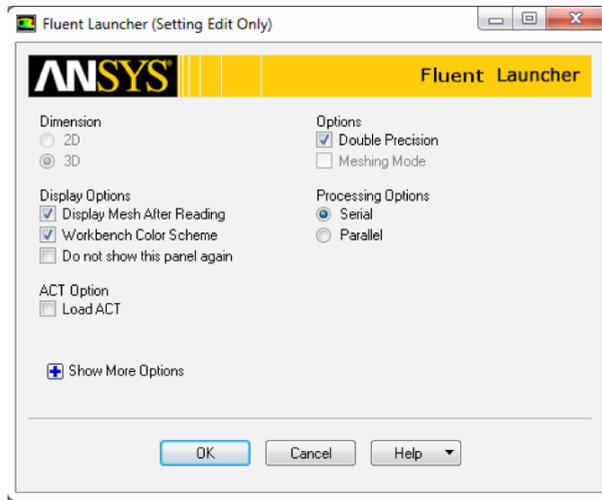


Figura 79. Activación de doble precisión

Al cargarse la malla en Fluent debemos proceder a verificar algún error y la calidad de la misma. Estas opciones se encuentran en la pestaña General del árbol de Fluent (figura 80).

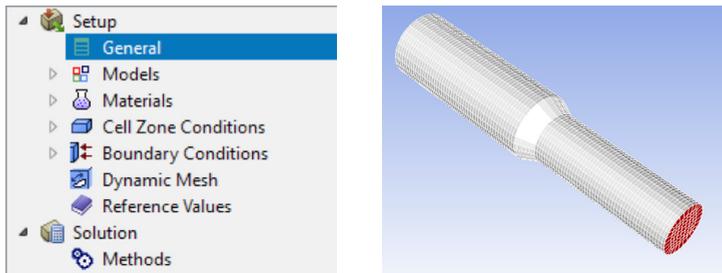


Figura 80. Detección de errores y calidad de la malla

Daremos clic sobre Check y luego en Report Quality para verificar que no encontremos ningún error. No debe producirse ningún error con la malla y calidad realizada en ICEM (figura 81).

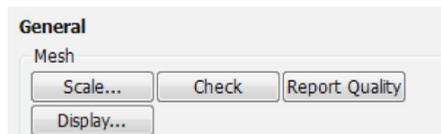


Figura 81. Generación de reporte de errores

En la sección de Models, seleccionaremos el modelo de turbulencia κ - ϵ realizable en la sección de Viscous. No modificaremos ninguna de las opciones del modelo κ - ϵ realizable (figura 82).

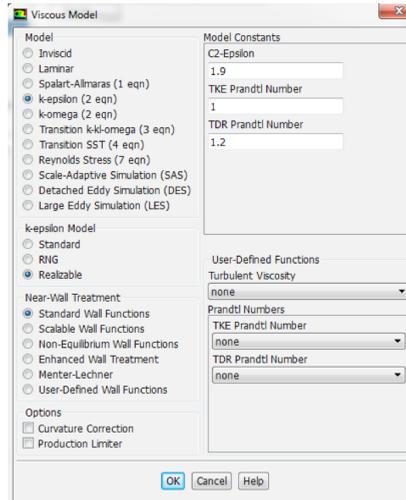
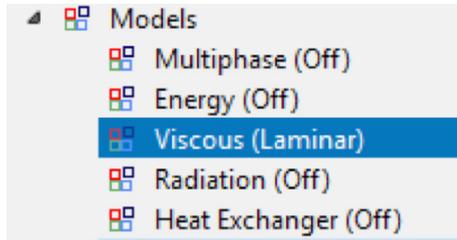


Figura 82. Selección de modelo de turbulencia

A continuación, añadiremos el fluido de trabajo de la biblioteca de Fluent; en la sección de materiales daremos doble clic sobre Air (figura 83).

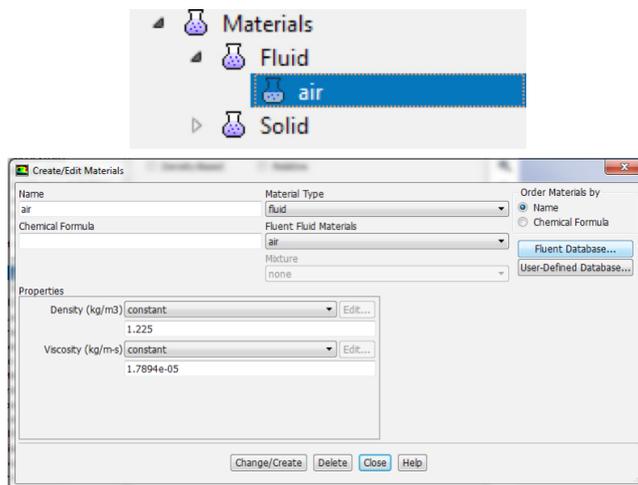


Figura 83. Carga del fluido de trabajo desde la biblioteca

En la ventana de materiales nos dirigiremos a la base de datos de Fluent, buscaremos Water-liquid ($H_2O<L>$) y copiaremos el material (figura 84).

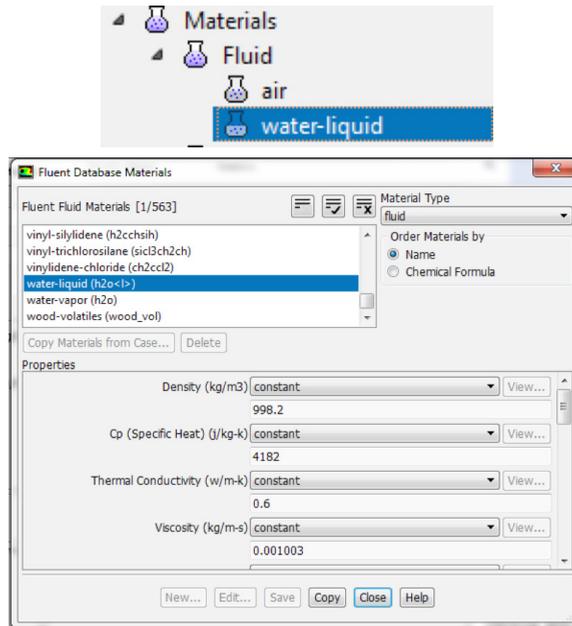


Figura 84. Selección del fluido de trabajo a cargar

Sólo dar clic una vez para añadir el tipo de material de uso. Fluent no arroja algún mensaje de que el material no se ha añadido. Si se agrega de más algún material, es posible eliminarlo con sólo dar clic derecho sobre el material y Delete (figura 85).

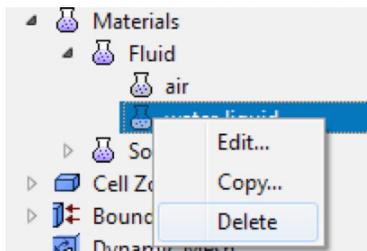


Figura 85. Eliminación de fluido de trabajo

Condiciones de frontera

En esta sección se colocarán las condiciones de frontera del sistema, refiriéndose a las entradas y salidas del flujo dentro de la geometría.

Cambiaremos el material del fluido, ya que Fluent aplica aire predefinidamente (figura 86).

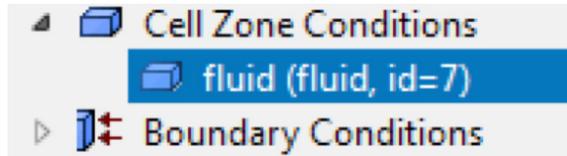


Figura 86. Selección del fluido de trabajo para el modelado

Verificaremos que las condiciones estén de la siguiente forma:

Inlet = velocity-inlet

Outlet = Pressure-outlet

Wall_1 Wall_2 = wall

Las condiciones de frontera aparecen como se muestran en la figura 87.

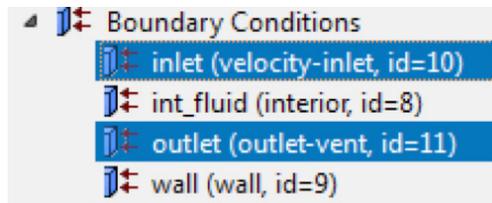


Figura 87. Visualización de las condiciones de frontera cargadas

En caso de que alguno no coincida, es necesario dar clic derecho sobre la entidad. En nuestro caso, Outlet está definido como Outlet-vent. En la sección Type seleccionaremos Pressure-outlet como tipo de condición (figura 88).

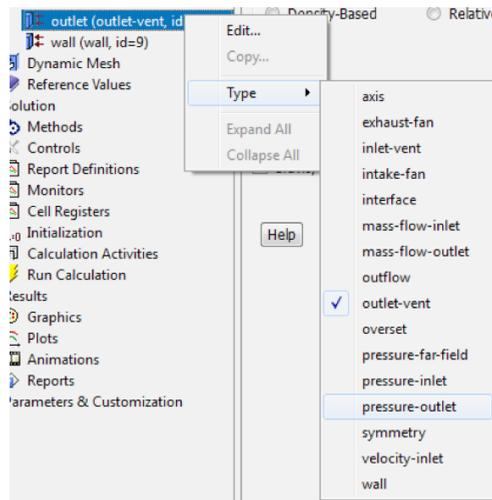


Figura 88. Selección de condiciones de frontera

Al cambiar el tipo de condición se abrirá una ventana donde indicaremos las condiciones de operación de la entidad. Dejaremos la presión de 0 Pa, cambiando el método de turbulencia a intensidad y diámetro hidráulico con un diámetro de 0.015m (la salida) (figura 89).

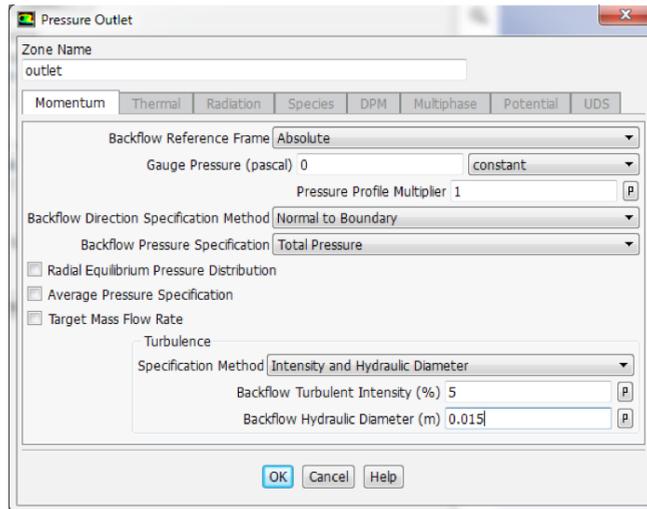


Figura 89. Selección de propiedades para OUTLET

A la entrada, aplicaremos una velocidad de 1.5 m/s; de igual forma, aplicaremos un método de turbulencia por medio de intensidad y diámetro hidráulico de 0.020m (figura 90).

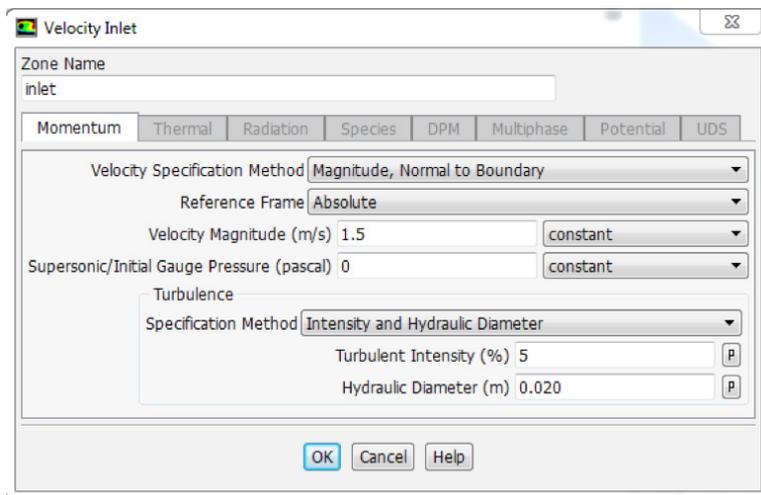


Figura 90. Selección de condiciones de frontera INLET

Aplicaremos la rugosidad sobre la pared de la tubería (figura 91).

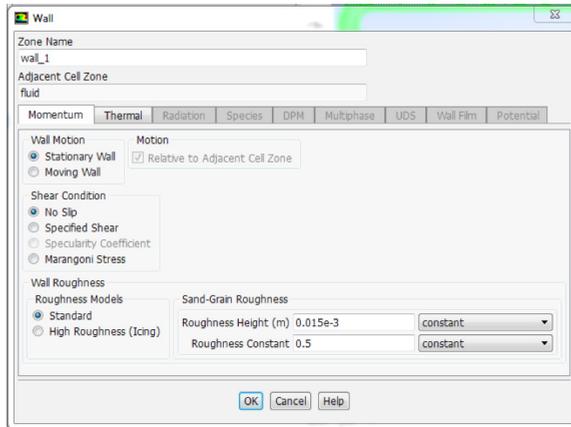


Figura 91. Selección de condiciones de frontera WALL

Solución del modelo

En esta sección se configurarán los posibles resultados que podemos obtener debido a la física señalada dentro el sistema. Iniciaremos con la configuración para resolver el modelo.

Seleccionaremos un método Coupled, marcando la casilla Pseudo transient (figura 92).

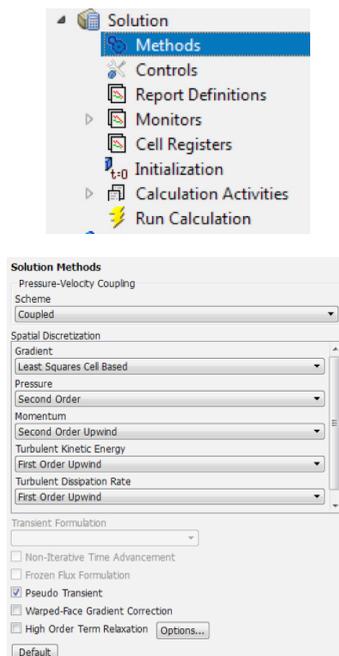


Figura 92. Selección del método de solución

Iniciaremos la simulación de forma híbrida, sólo daremos clic en Initialize; posteriormente calcularemos con 100 iteraciones. La solución debe converger en menos de 50, como se observa en la figura 93.

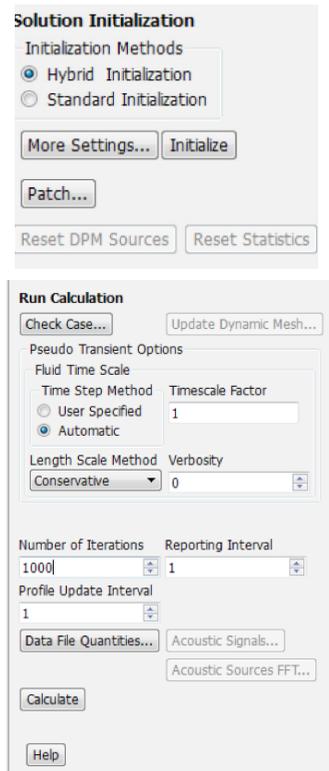


Figura 93. Elección del método de inicialización y de iteraciones

Procesamiento

En esta sección se analizan resultados de los cálculos programados para este problema y se establecen las formas en que deseamos que se muestren los resultados.

Nuestro objetivo es obtener resultados de forma gráfica, por medio de contornos. Antes de iniciar los contornos de presión y velocidad añadiremos dos ventanas en Fluent (figura 94).

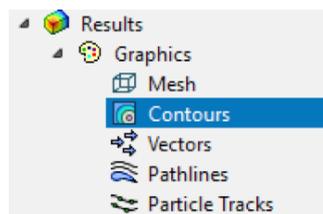


Figura 94. Post-procesamiento

Para agregar una nueva ventana nos situaremos sobre la ventana actual de Fluent (clic derecho) y anexaremos una nueva ventana (figura 95).

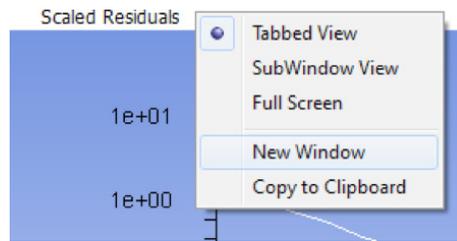


Figura 95. Selección de contorno

Adicionamos un contorno de presión sobre la primera ventana con las opciones mostradas. Al configurarla, dar clic en Save/display y luego en Close (figura 96)

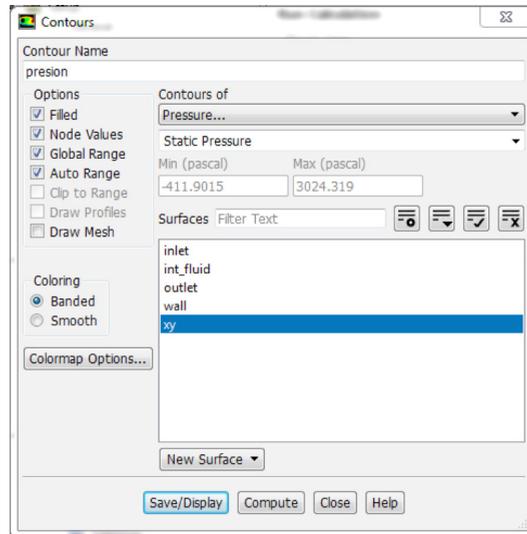


Figura 96. Características del contorno a generar

Añadiremos un nuevo plano para mostrar el interior de nuestro modelo por el plano XY, como se observa en la figura 97.

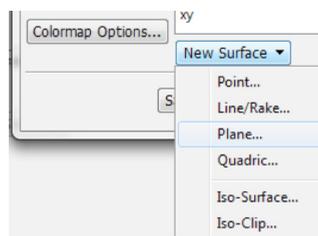


Figura 97. Generación de un nuevo plano de contorno

Aplicaremos los valores mostrados en la figura 98, dar clic en Create y luego en Close.

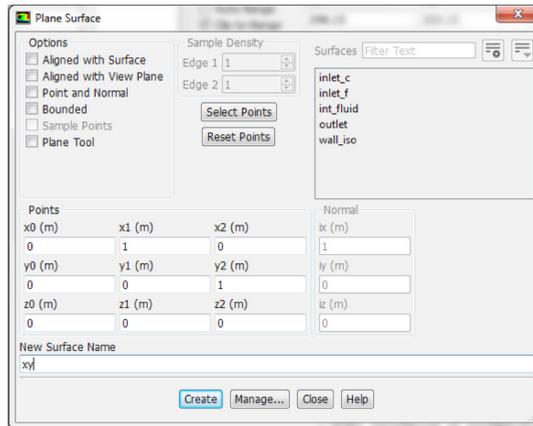


Figura 98. Creación del nuevo contorno

Podemos observar los contornos de presión en nuestro modelo de la siguiente imagen.

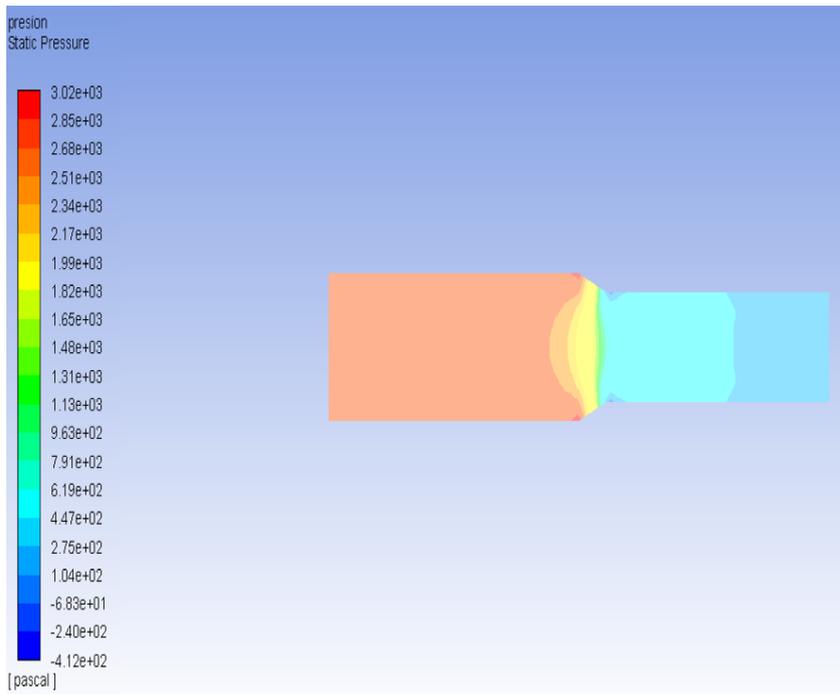


Figura 99. Contorno de presión calculado

Realizaremos el mismo proceso, pero ahora con la velocidad incluida (figura 100).

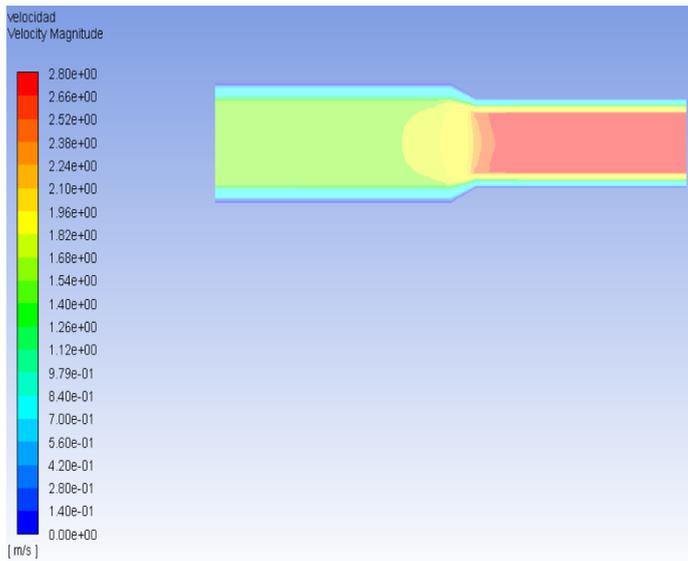


Figura 100. Contorno de velocidad generado

Finalmente, mostraremos los vectores de velocidad sobre el plano XY. Para ello debemos añadir una nueva ventana, seleccionaremos las opciones mostradas, clic en Save/Display y a continuación cerramos la ventana de la figura 101.

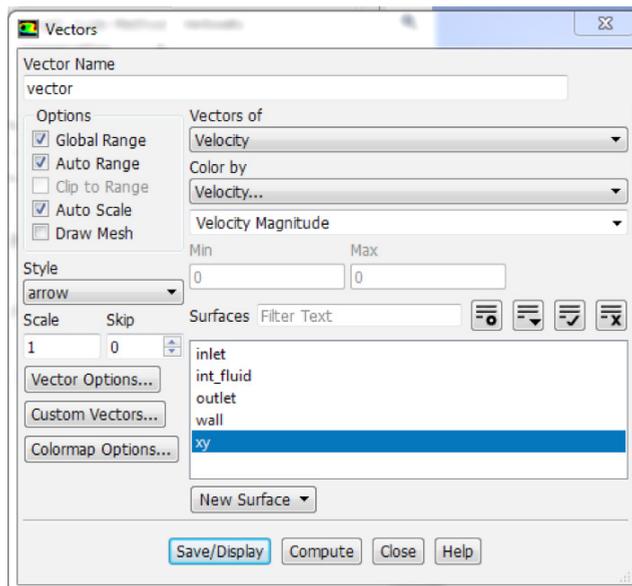


Figura 101. Creación de vectores de velocidad

En la última figura se muestra el resultado del vector de velocidad (figura 102).

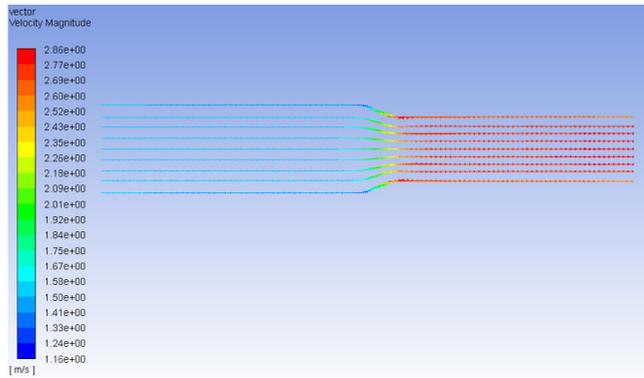


Figura 102. Vectores de velocidad calculados en el plano xy

Resumen

En este ejercicio se revisaron diferentes puntos para llevar a cabo una simulación en Fluent:

Mallado del modelo en ICEM-CFD

Y+: consideraciones y cálculos

Herramientas y procesos básicos

Configuración del modelo κ - ε Realizable Creación de planos

Contornos de resultados

Vectores de resultados

La mecánica de fluidos es un área de estudios muy extensa, donde tenemos la oportunidad de explicar diferentes fenómenos relacionados con los fluidos, comportamientos que pudieran estar generándose dentro de diferentes sistemas, como son: mecatrónicos, electrónicos, mecánicos y sobre todo multifísicos.

Por ejemplo, en el área mecatrónica se podría desarrollar un sistema aplicado en el área médica para rehabilitar ciertas partes del cuerpo (manos, pies, cabeza, etc.), y que a su vez estos dispositivos lleven un sistema hidráulico que es ocupado para rehabilitar determinado miembro del cuerpo; para ello, sería necesario desarrollar tanto el control electrónico, así como el diseño hidráulico del mismo.

Para el diseño hidráulico es fundamental realizar el estudio del comportamiento del flujo que se aplica, ya que el sistema hidráulico utilizado se tiene que adaptar al sistema mecatrónico deseado. Por tal motivo, se llevan a cabo estudios previos de la visualización e incluso es posible realizar una simulación numérica del comportamiento hidráulico en los diferentes dispositivos que interactúan directamente con el sistema hidráulico para un correcto funcionamiento.

Es muy común que dentro de los diferentes desarrollos donde están involucrados los sistemas hidráulicos se generen comportamientos del flujo no deseados; sin lugar a dudas, entonces, es imprescindible adelantarse a la corrección de tal comportamiento indeseable. Los fenómenos indicados pueden calcularse, analizarse numéricamente como se ha mostrado en este libro. A su vez, se puede realizar simulación numérica desde software especializado como Ansys, Comsol o Code Saturne, para simular los diferentes comportamientos que pudieran dar respuesta y solución a potenciales errores en la realidad.

Hasta aquí, hemos aportado las herramientas básicas para analizar diferentes comportamientos del flujo, así como también la opción para evaluar el resultado de tales comportamientos. En los ejercicios es posible observar que los fenómenos en la mecánica de fluidos pueden ser muy complejos, pero en su justa dimensión resultan sencillos, siempre y cuando estén bien fundamentados los principios básicos de la mecánica de fluidos.

Por último, es importante reiterar que las aplicaciones de la mecánica de fluidos abarcan las diversas industrias con sus diferentes giros. Aquí nos hemos limitado a un par de ejercicios. Esto es importante mencionarlo, ya que los diferentes productos de uso y consumo industriales, se encuentran relacionados de una u otra forma con la mecánica de fluidos. Por citar algunas empresas: Mabe, Samsung, Whirlpool, entre otras. Esperamos que en otro volumen posterior podamos incluir otras alternativas.

Así también vale la pena destacar que la idea principal de este libro fue proporcionar a los estudiantes ejemplos y desarrollos, tanto analíticos como simulación numérica de casos reales para que cuenten con los conocimientos necesarios para desarrollar cualquier estudio donde esté involucrada la mecánica de fluidos.

Sin duda, una de las principales aportaciones de este libro para los estudiantes es la simulación numérica. Existen distintas aplicaciones al respecto, tanto en la academia como en la industria y centros de investigación, donde la ocupan incluso en las áreas de mecánica estructural y electromagnetismo, por mencionar algunas. Por ende es importante que los estudiantes comiencen a trabajar con la simulación numérica para que al término de sus estudios dominen conocimientos básicos de la simulación numérica con mecánica de fluidos y tengan una opción laboral.

La idea de conformar este libro fue proporcionar a los lectores una herramienta para que los interesados pudieran trabajar en el análisis de mecánica de fluidos, de forma completa, pero a su vez resumida. Por experiencia propia, los autores ofrecemos la información necesaria para empezar a trabajar en el análisis de la mecánica de fluidos. Este libro cuenta con las ecuaciones fundamentales del área en una forma resumida y explicada para la fácil comprensión del lector.

Las ecuaciones fueron una recopilación de los libros más comunes del tema de mecánica de fluidos, como: Y. A. Çengel, J. M. Cimbala y S. F. Sknarina, *Mecánica de fluidos: fundamentos y aplicaciones* (Vol. 1). McGraw-Hill (2016). Esta referencia describe las ecuaciones fundamentales de la mecánica de fluidos con una visión extensa, por lo que obtuvimos los puntos más importantes en las ecuaciones fundamentales aquí presentadas. Es el mismo caso con el libro A. Crespo, *Mecánica de fluidos*, Ed. Thomson (2018), donde se trabajan las ecuaciones un poco menos demostrativas, pero consideramos que la terminología es más explícita que en el primer libro citado. Por último, el libro de A. Barrero Ripoll y otros, *Fundamentos y aplicaciones de la Mecánica de Fluidos*, Ed. McGraw Hill (2016), consideramos, es uno de los más completos respecto a la descripción útil para conformar el presente título.

Respecto a la simulación numérica, existe amplia bibliografía con análisis del método del análisis de volumen finito que es empleado por el software ANSYS para el desarrollo del ejercicio expuesto en este libro, pero la idea de la simulación numérica no es sólo conocer el estudio y el desarrollo del método del volumen finito, sino dar a conocer algunos caminos para simular un fenómeno de flujo, tema principal de la obra que presentamos.

Para el uso de ANSYS, no sucede lo anterior. Por el contrario, las referencias de consulta son prácticamente nulas para el conocimiento y operación del software ANSYS. Esto debido a que al tratarse de un software especializado, los distribuidores de la herramienta de simulación no comparten bibliografía alguna acerca de su uso. De ahí la importancia del presente material que se conforma con la experiencia de quienes escribimos *Mecánica de fluidos con ejercicios CFD*.

Los distribuidores de la herramienta para el conocimiento del software ANSYS ofertan cursos especializados de las diferentes áreas (mecánica, fluidos, electromagnetismo) con la que trabaja ANSYS. En el área de fluido que corresponde a ANSYS Fluent, como ejemplo para poder realizar lo que se muestra en este

libro se tendría que tomar el curso básico de ANSYS Fluent. Este curso tiene una duración de 24 horas y se imparte en tres días, y como prerrequisito se exige experiencia en el uso de ANSYS Mechanical. El curso consta de doce temas, como: introducción a la metodología de CFD, zonas celulares, condiciones de frontera, postproceso, configuraciones de resolución, modelado de turbulencia, modelado de transferencia de calor, zonas móviles, simulaciones transitorias, funciones definidas por el usuario (UDF).

Como se puede observar, son diversos los requisitos para el uso de ANSYS Fluent. Por tanto, confiamos en que la simulación numérica desarrollada con ANSYS Fluent en este libro, haya sido de utilidad y haya resultado práctica y sencilla para usuarios que comienzan a adentrarse en el uso de la herramienta ANSYS Fluent, básica en la industria actual.

ANSYS. Herramienta de simulación numérica, basada en elemento y volumen finito.

ANSYS Fluent. Software de simulación numérica, especialista para modelar flujos, turbulencias, transferencias de calor y reacciones para aplicaciones industriales.

Árbol del modelo. Despliegue de todas las funciones generadas en el modelo, dentro de ANSYS.

CAD. Uso de sistemas informáticos para ayudar en la creación, modificación, análisis, o la optimización de un diseño.

CAE. En el uso de software simula el rendimiento con el objetivo de mejorar los diseños de los productos o de contribuir a la resolución de problemas de ingeniería para sectores muy diversos.

Calidad de malla. Es la fineza con que se ha discretizado la malla dentro de la geometría.

CAM. Software para generar un programa de CNC. Puede utilizarse para programar cualquier máquina controlada por CNC.

Code Saturne. Software de licencia libre de simulación numérica computacional, basado en el método de volumen finito.

Comsol. Software de simulación numérica de licencia privada, basada en el método de elemento finito.

Condiciones de frontera. Son las condiciones que presenta el modelo o ecuaciones diferenciales que explican ciertos problemas físicos.

Convergencia en la simulación. Significa que el resultado está próximo a tener una posible solución numérica.

Diagrama de Moody. Es la representación gráfica en escala doblemente logarítmica del factor de fricción en función del número de Reynolds y la rugosidad relativa de una tubería.

Discretización matemática. En el área de computación refiere a una ecuación matemática, es decir interpretarla en forma de algoritmos para darle solución por medio de métodos computacionales.

Discretización del modelo. Discretización de las ecuaciones a implementar dentro del sistema.

Discretización del modelo Y+. Consiste en implementar las ecuaciones que resuelvan la sub-capa viscosa por medio de valores promedio.

Divergencia en la simulación. Significa que el resultado no tiene solución, por lo que se considera que hay un error dentro de la simulación.

Ecuación de energía. Se puede considerar como una apropiada declaración del principio de la conservación de la energía para el flujo de fluidos.

Ecuación de continuidad. Ecuación utilizada para analizar el cambio de masa con respecto al tiempo.

Ecuación de Navier Stockes. Ecuación que nos permite analizar de manera microscópica, el comportamiento de un fluido para conocer puntualmente sus características y se requieren cuando los efectos de la fricción o la dependencia de las propiedades con la velocidad del fluido son importantes.

Geometría. Representación gráfica del modelo a simular, normalmente generada por programa CAD.

Homogeneidad dimensional. En toda ecuación física, cada término deberá tener las mismas dimensiones.

Inlet. Término utilizado en ANSYS para identificar una entrada del sistema.

Iteraciones. Repetición de un proceso con la intención de alcanzar una meta deseada, objetivo o resultado.

Magnitud de velocidad. Relaciona el cambio de posición (o desplazamiento) con el tiempo.

Mallado. Discretización de una geometría.

Mecánica de Fluidos. Estudia las leyes del movimiento de los fluidos y sus procesos de interacción con los cuerpos sólidos.

Método de elemento finito. Es una discretización de una geometría en una cantidad finita de elementos para los cuales se resuelven simultáneamente ecuaciones diferenciales que describen el desplazamiento de los nodos, o puntos de intersección de los elementos.

Método de volumen finito. Método que permite discretizar y resolver numéricamente ecuaciones diferenciales. La discretización de la malla nos representa un punto que no es más que un volumen dentro del sistema.

Modelo. Representación física, matemática o de cualquier otro tipo lógico, de un sistema, entidad, fenómeno o proceso.

Nodo. Punto de intersección.

Notación Científica. Es una forma específica de escribir números muy grandes o muy pequeños.

Notación Ingenieril. La notación de ingeniería es como la notación científica, excepto que sólo usa potencias de 10 que sean múltiplos de 3.

Número de Reynolds. Es un número adimensional utilizado en mecánica de fluidos, diseño de reactores y fenómenos de transporte para caracterizar el movimiento de un fluido.

Outlet. Término utilizado en ANSYS para identificar una salida del sistema.

Pre-mesh. Herramienta utilizada para visualizar la posible discretización geométrica, antes de la discretización final de la geometría.

Preprocesamiento. La física que se integra al sistema antes de realizar el procesamiento.

Procesamiento. Cálculos realizados por la computadora, para la generación de los posibles resultados.

Procesamiento de datos. Es la acumulación y manipulación de elementos de datos para producir información significativa.

Posprocesamiento. La interpretación y visualización de los resultados.

Régimen Turbulento. Es movimiento de un fluido que se da en forma caótica, en que las partículas se mueven desordenadamente y las trayectorias de las partículas se encuentran formando pequeños remolinos periódicos.

Revolve. Herramienta de Ansys, utilizada para generar sólidos de revolución.

Rugosidad absoluta. Se define como la variación media del radio interno de la tubería.

Rugosidad relativa. Se define como el cociente entre la rugosidad absoluta y el diámetro de la tubería.

Simulación numérica. Es la ejecución de un programa en una o varias computadoras para determinar el comportamiento del sistema representado en un programa.

Sketch. Seleccionador del plano a trabajar dentro de la geometría.

Sólidos de revolución. Es una figura sólida obtenida como consecuencia de hacer rotar una región plana alrededor de una recta cualquiera que esté contenida en el mismo plano.

Superficie de revolución. Superficie exterior de un sólido de revolución, es decir, encierra una porción de espacio dentro de la misma.

Teorema de Transporte de Reynolds. Estudia la variación de la densidad en un volumen de control infinitesimal.

Wáter-liquid(h₂o<l>). Término utilizado por ANSYS para describir el agua.

ÍNDICE DE IMÁGENES

CONCEPTOS BÁSICOS

- Figura 1. Ejemplo de fluidos* 10
Figura 2. Representación de fluido en sistema hidráulico 10

ESTÁTICA DE FLUIDOS

- Figura 3. Variación de la presión con la altitud* 16
Figura 4. Distribución de la fuerza sobre superficies planas 17

FLUIDOS EN MOVIMIENTO

- Figura 5. Aproximaciones Euleriana y Lagrangiana* 20
Figura 6. Sistema termodinámico 22
Figura 7. Volumen de control 23
Figura 8. Tanque contenedor de jarabe 24

ECUACIÓN DE MOMENTO

- Figura 9. Fuerzas actuando sobre la placa* 27
Figura 10. Volumen de control del chorro impactando sobre la placa 27
Figura 11. Boquilla con reducción de diámetro 28
Figura 12. Volumen de control de la boquilla con reducción de diámetro 28
Figura 13. Sistema de tuberías 32

ECUACIÓN DE NAVIER STOCKES

- Figura 14. Volumen de control* 34
Figura 15. Variación del esfuerzo cortante que se mueve en x y se transfiere en 35
Figura 16. Variación del esfuerzo cortante que se mueve en x y se transfiere en z 36
Figura 17. Variación del esfuerzo cortante que se mueve en x y se transfiere en x 36
Figura 18. Variación de la componente x del flujo másico que se mueve en la 37
dirección x
Figura 19. Variación de la componente x del flujo másico que se mueve en la 37
dirección y
Figura 20. Variación de la componente x del flujo másico que se mueve en la 38
dirección z
Figura 21. Variación de la presión en dirección x 38
Figura 22. Lubricante entre dos placas paralelas que se mueven en dirección opuesta 40

<i>Figura 23. Perfil de velocidades del lubricante entre dos placas paralelas que se mueven en dirección opuesta</i>	41
<i>Figura 24. Película de fluido deslizando sobre una placa inclinada</i>	42
<i>Figura 25. Perfil de velocidades de una película de fluido que se desliza sobre una placa inclinada</i>	43

ANÁLISIS DE LA REDUCCIÓN DE TUBERÍA EN RÉGIMEN TURBULENTO (SIMULACIÓN NUMÉRICA)

<i>Figura 26. Geometría de tubo con reducción angular</i>	45
<i>Figura 27. Módulo geometría</i>	45
<i>Figura 28. Selección de unidades</i>	46
<i>Figura 29. Selección de planos</i>	46
<i>Figura 30. Herramienta Look at face</i>	46
<i>Figura 31. Herramientas disponibles en Sketching</i>	47
<i>Figura 32. Construcción del modelo en el eje de giro</i>	47
<i>Figura 33. Aplicación de restricciones</i>	48
<i>Figura 34. Dimensionamiento del modelo</i>	48
<i>Figura 35. Selección del eje para generar un Revolve</i>	49
<i>Figura 36. Herramienta Revolve</i>	49
<i>Figura 37. Modelo geométrico terminado</i>	50
<i>Figura 38. Generación de módulo ICEM FCD</i>	50
<i>Figura 39. Alternativa de generación de módulo ICEM FCD</i>	51
<i>Figura 40. INICIO DE CEM</i>	51
<i>Figura 41- A. Tratamiento de pared</i>	52
<i>Figura 41- B. Representación de las capas cerca de la pared</i>	52
<i>Figura 42. Diagrama de Moody</i>	54
<i>Figura 43. Creación de las partes donde se impondrán las condiciones de frontera</i>	55
<i>Figura 44. Visualización de las superficies</i>	55
<i>Figura 45. Nombramiento de superficies laterales</i>	56
<i>Figura 46. Creación de la parte WALL</i>	56
<i>Figura 47. Creación de la parte INLET</i>	56
<i>Figura 48. Creación de la parte OUTLET</i>	56
<i>Figura 49. Visualización del árbol de partes</i>	57
<i>Figura 50. Cambio de color de partes</i>	57
<i>Figura 51. Creación de bloques</i>	57
<i>Figura 52. Definición del dominio</i>	57

Figura 53. Visualizar todo	58
Figura 54. Visualización del bloque inicial	58
Figura 55. Presentación de los puntos	58
Figura 56. Selección de punto para realizar cortes	58
Figura 57. Creación del corte	59
Figura 58. Herramienta asociación de bordes	59
Figura 59. Proyección de vértices	59
Figura 60. Proyección de vértices	60
Figura 61. Diferencia en elementos generados con O-Grid	60
Figura 62. Herramienta Split Block	60
Figura 63. Herramienta de selección de partes	60
Figura 64. Elementos seleccionados con Split Block	61
Figura 65. Aplicación del tratamiento de capa	61
Figura 66. Selección de divisiones en el modelo	62
Figura 67. Visualización de inicio y fin de los bordes	62
Figura 68. Activación de copia de parámetros en todos los bordes paralelos	63
Figura 69. Generación de nodos a lo largo	63
Figura 70. Generación de nodos en la reducción	64
Figura 71. Generación de nodos más finos cerca de la pared	64
Figura 72. Uso de herramienta Quality Mesh	64
Figura 73. Actualización de la malla	64
Figura 74. Criterio de determinantes	65
Figura 75. Generación de la malla actualizada	65
Figura 76. Actualización de la malla	65
Figura 77. Adaptación de la geometría del sistema	66
Figura 78. Conversión de la malla a formato FLUENT	66
Figura 79. Activación de doble precisión	67
Figura 80. Detección de errores y calidad de la malla	67
Figura 81. Generación de reporte de errores	67
Figura 82. Selección de modelo de turbulencia	68
Figura 83. Carga del fluido de trabajo desde la biblioteca	68
Figura 84. Selección del fluido de trabajo a cargar	69
Figura 85. Eliminación de fluido de trabajo	69
Figura 86. Selección del fluido de trabajo para el modelado	70

<i>Figura 87. Visualización de las condiciones de frontera cargadas</i>	70
<i>Figura 88. Selección de condiciones de frontera</i>	70
<i>Figura 89. Selección de propiedades para OUTLET</i>	71
<i>Figura 90. Selección de condiciones de frontera INLET</i>	71
<i>Figura 91. Selección de condiciones de frontera WALL</i>	72
<i>Figura 92. Selección del método de solución</i>	72
<i>Figura 93. Elección del método de inicialización y de iteraciones</i>	73
<i>Figura 94. Post-procesamiento</i>	73
<i>Figura 95. Selección de contorno</i>	74
<i>Figura 96. Características del contorno a generar</i>	74
<i>Figura 97. Generación de un nuevo plano de contorno</i>	74
<i>Figura 98. Creación del nuevo contorno</i>	75
<i>Figura 99. Contorno de presión calculado</i>	75
<i>Figura 100. Contorno de velocidad generado</i>	76
<i>Figura 101. Creación de vectores de velocidad</i>	76
<i>Figura 102. Vectores de velocidad calculados en el plano xy</i>	76

MECÁNICA DE FLUIDOS CON EJERCICIOS CFD

de Irma Hernández Casco, Mario Ibañez Olvera y Juan Alfonso Salazar Torres, se terminó de editar el 10 de enero de 2019 en la Dirección de Difusión y Promoción de la Investigación y los Estudios Avanzados.

Patricia Vega Villavicencio
Coordinación editorial

Hugo Iván González Ortega
Formación y diseño de portada

César Ávalos Gálvez
Programación de E-book