

es una parte sustantiva en las actividades del personal académico en la Universidad Autónoma de Chapingo. Los profesores del Centro de Investigación en Economía y Matemáticas (CIEMA), de la División de Ciencias Económico Administrativas (DICEA); del Departamento de Fitotecnia y del Departamento de Preparatoria Agrícola, organizaron una serie de investigaciones acerca del nombre que le da título a este libro: *Aportaciones en Matemáticas y Química*.

Para enriquecer y diversificar su contenido, se obtuvieron trabajos de académicos de otras universidades como el Instituto Politécnico Nacional, la Universidad Autónoma del Estado de México y la Universidad Nacional Autónoma de México. Lo que se incluye en este tomo es entonces el resultado del apoyo y la colaboración de varias instituciones, grupos de investigadores e investigadores independientes.

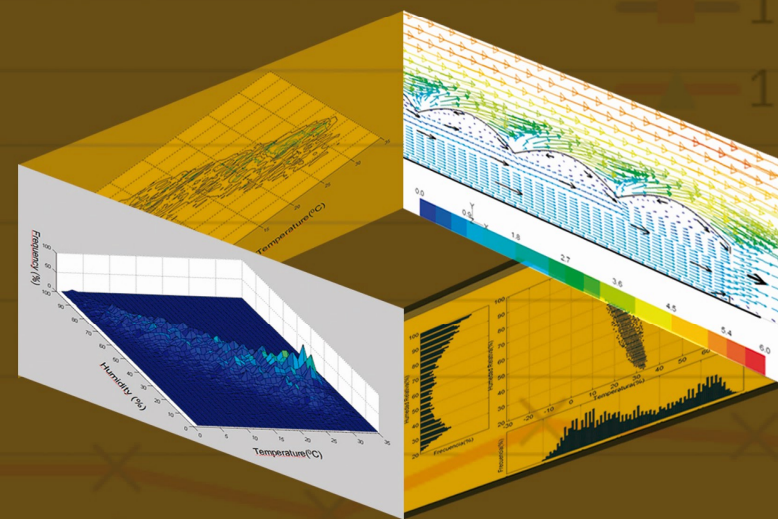


F M A M J J A S O N

APORTACIONES en

# MATEMÁTICAS y QUÍMICA

APORTACIONES en  
MATEMÁTICAS y QUÍMICA



Daniel Sepúlveda Jiménez | Francisco Pérez Soto

Esther Figueroa Hernández | Lucila Godínez Montoya

David Martín Santos Melgoza | Sergio Roberto Márquez Berber

y Carmen Isabel Mamani Oño

(Editores)

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO



# APORTACIONES EN MATEMÁTICAS Y QUÍMICA







*Daniel Sepúlveda Jiménez*  
*Francisco Pérez Soto*  
*Esther Figueroa Hernández*  
*Lucila Godínez Montoya*  
*David Martín Santos Melgoza*  
*Sergio Roberto Márquez Berber*  
*Carmen Isabel Mamani Oño*  
(Editores)

# **A**PORTACIONES EN **M**ATEMÁTICAS Y **Q**UÍMICA

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO**







*Diseño de portada e interiores:* linkverde2004

*Cuidado de la edición:*

Daniel Sepúlveda Jiménez

Francisco Pérez Soto

Esther Figueroa Hernández

Lucila Godínez Montoya

David Martín Santos Melgoza

Sergio Roberto Márquez Berber e

Carmen Isabel Mamani Oño

Primera edición, agosto de 2014

ISBN 978-607-12-0353-3

D.R. © Universidad Autónoma Chapingo

Km. 38.5 Carretera México-Texcoco

C.P. 56230, Chapingo, estado de México

Impreso en México

Tel: 01(595) 9521500 Ext. 5142

Para la reproducción total o parcial de esta publicación, ya sea mediante fotocopias o cualquier otra forma, requiere la autorización por escrito del autor y del CIEMA de la UACH.



# ÍNDICE

<b>RELATIVE HUMIDITY VARIATIONS AS A FUNCTION OF TEMPERATURE CHANGES</b> Abraham Rojano Aguilar, Raquel Salazar Moreno, Irineo Lorenzo López Cruz y Fernando Rojano Aguilar	3
<b>DESAFIOS DE LOS MODELOS ESTADISTICOS APLICADOS A LA RELACION DE HUMEDAD Y TEMPERATURA</b> Abraham Rojano Aguilar, Raquel Salazar Moreno, Irineo Lorenzo López Cruz y Jorge Flores Velázquez	10
<b>ANÁLISIS DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO DE <i>Phaseolus vulgaris</i> L. y <i>Phaseolus coccineus</i> L. EN SUELO ALCALINO</b> José Alberto Salvador Escalante Estrada, María Teresa Rodríguez González y Yolanda Isabel Escalante Estrada	17
<b>CÁLCULO DE FERTILIZACIÓN DE CULTIVOS. UNA APLICACIÓN COMPUTACIONAL</b> Arturo Chong Eslava	25
<b>FÍSICA DE ENERGÍAS ALTERNATIVAS. CURSO UTILIZANDO LA PLATAFORMA EDUCATIVA MOODLE: DIDÁCTICA EXPLORATIVA</b> Jonás Torres Montealbán y Ana María Enriqueta Sánchez Romero	30
<b>PROPOSAL OF A WATERBED AS A HEAT EXCHANGER FOR DAIRY COWS</b> Fernando Rojano Aguilar	39

<b>COSTOS Y PRODUCTIVIDAD DE UNA COSECHADORA FORESTAL EN PLANTACIONES DE EUCALIPTO</b> Imelda Vargas Abasolo y Diego Ernesto Lira González	52
<b>SIMULACION Y ANALISIS DE SENSIBILIDAD GLOBAL DE UN MODELO COMPLEJO PARA LECHUGAS (<i>Lactuca sativa</i> L.)</b> Irineo Lorenzo López Cruz, Raquel Salazar Moreno y Abraham Rojano Aguilar	64
<b>CARACTERÍSTICAS CLIMÁTICAS EN UN INVERNADERO MULTITÚNEL, ANALIZADO MEDIANTE MÉTODOS NUMÉRICOS (COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS)</b> Jorge Flores Velázquez, Irineo Lorenzo Lopez Cruz, Abraham Rojano Aguilar, Federico Villarreal Guerrero y Pablo Delgado Sánchez	79
<b>ESTIMACIÓN DE LAS PÉRDIDAS LOCALIZADAS EN LATERALES DE RIEGO POR GOTEO</b> Marlio Bedoya Cardoso y Vicente Ángeles Montiel	92
<b>PÉRFILES DE CONSUMO DURANTE EL CICLO DE VIDA EN LOS HOGARES MEXICANOS</b> Alberto Hernández Morales, Raquel Salazar Moreno	104
<b>PRODUCCIÓN DE ACEITE DE OLIVA EN MÉXICO: ANÁLISIS DE RENTABILIDAD Y RIESGO</b> Jose Alfredo Miranda Borbolla	118
<b>COMPONENTES PRINCIPALES Y ANALISIS DE CONGLOMERADOS APLICADOS AL ESTUDIO DE LA VARIABILIDAD CLIMÁTICA</b> Raquel Salazar Moreno, Abraham Rojano Aguilar e Irineo Lorenzo López Cruz	132
<b>SPATIAL REGRESSION OF EXTREME PRECIPITATIONS IN TABASCO</b> Rebeca Alejandra Pérez Figueroa	146
<b>ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO MEDIO-METÁLICO DE LA DOBLE PEROVSKITA <math>SR_2FeMoO_6</math> A BASE DE CÚMULOS OCTAÉDRICO DE FE Y MO</b> Sara Elizabeth Pérez Figueroa	157
<b>AVANCES EN MODELOS DINÁMICOS ESPACIO-TEMPORALES PARA CRECIMIENTO DE POBLACIONES</b> Daniel Sepúlveda Jiménez, Daniel Eduardo Sepúlveda Robles y Jesús Loera Martínez	166
<b>AVANCES EN MODELOS MATEMÁTICOS PARA EUTROFIZACIÓN</b> Daniel Sepúlveda Jiménez, Jesús Loera Martínez y Rodrigo España Solis	179

<p><b>LA ENSEÑANZA CUANTITATIVA DE LA ECOLOGÍA Y LA BIOLOGÍA</b>  Daniel Sepúlveda Jiménez, Daniel Eduardo Sepúlveda Robles,  Jesús Loera Martínez y Rodrigo España Solís</p>	197
<p><b>METABOLITOS SECUNDARIOS OBTENIDOS DE PLANTAS MEDICINALES  Y SU ACTIVIDAD ANTIMICOBACTERIANA Y ANTITUBERCULOSA</b>  María Adelina Jiménez Arellanes, Rosalba León Díaz  y Rogelio Hernández Pando</p>	211
<p><b>DETECCIÓN DE CICLOPÉPTIDOS BIOACTIVOS A PARTIR DE SEMILLAS  <i>JATROPHA CURCAS</i> COLECTADAS EN EL TOTONACAPAN, PUEBLA</b>  Benito Reyes Trejo, Diana Guerra Ramírez, Laura Pamela Ruiz Ponce,  Holber Zuleta Prada, Jesús Axayacatl Cuevas Sánchez  y Lino Joel Reyes Trejo</p>	224
<p><b>CONTENIDO DE FENÓLICOS Y ACTIVIDAD ANTIOXIDANTE DE DIVERSAS  VARIEDADES DE FRIJOL (<i>Phaseolus vulgaris</i> L.) SOBRE ESPECIES REACTIVAS  DE OXÍGENO Y NITRÓGENO</b>  Leticia Xochitl López Martínez, Octavio Dublán García  y Ramiro Baeza Jiménez</p>	230
<p><b>CALIDAD DE TOMATES (<i>Solanum lycopersicon</i> L.) DE DIFERENTES  SUBSTRATOS DE CULTIVO, AGUAS DE IRRIGACIÓN Y TEMPERATURAS  DE ALMACENAMIENTO</b>  Joel Corrales García, Raúl Nieto Ángel y Rosario García Mateos</p>	238
<p><b>EFFECTO DE LA INULINA SOBRE LAS CARACTERÍSTICAS TEXTURALES  DE UN SISTEMA ALIMENTICIO A BASE DE CARPA (<i>Cyprinus carpio</i>)  Y LISA (<i>Mugil cephalus</i>) ADICIONADO CON ANTIOXIDANTES EXTRAÍDOS  DE LA CHÍA NEGRA (<i>Salvia hispanica</i> L.)</b>  Octavio Dublán García, Andrea Rosas Vargas, Mildred Arzate Reséndiz,  Leticia Xochitl López Martínez y Leobardo Manuel Gómez Oliván</p>	250
<p><b>AJO (<i>Allium sativum</i> L.) ENVASADO EN ATMÓSFERA MODIFICADA CON ADITIVOS</b>  María Carmen Ybarra Moncada, Aimee Magdalena Morales Nicanor,  Olga Trinidad Mejía, Gabriel Leyva Ruelas, Cecilia Beatriz Peña Valdivia  y José Rodolfo García Nava</p>	263
<p><b>COMPOSICIÓN DE LOS ESTERES METÁLICOS DEL BIODIESEL OBTENIDO  A PARTIR DE ACEITE DE SEMILLA DE MELÓN (<i>Cucumis Melo</i>)</b>  Aldo De la Cruz Benítez, Benito Reyes Trejo, Diana Guerra Ramírez,  Holber Zuleta Prada y Mario García Barrios</p>	269





## ***Presentación***

La investigación es una parte sustantiva en las actividades del personal académico en la Universidad Autónoma Chapingo. Los profesores del Centro de Investigación en Economía y Matemáticas Aplicadas (CIEMA), de la División de Ciencias Económico Administrativas (DICEA); del Departamento de Fitotecnia y del Departamento de la Preparatoria Agrícola, organizaron una serie de trabajos de investigación sobre el título de este libro. Para enriquecer y diversificar su contenido, se obtuvieron aportaciones de investigadores de otras instituciones como el Instituto Politécnico Nacional, la Universidad Autónoma del Estado de México y la Universidad Nacional Autónoma de México.

Lo que se presenta es resultado del apoyo y la colaboración de varias instituciones, grupos de investigadores e investigadores independientes. En ese sentido, queremos otorgar un reconocimiento a quienes tuvieron la voluntad y el tino de apoyar esta iniciativa. Agradecemos a las autoridades de la Universidad Autónoma Chapingo, particularmente a la Rectoría y a sus Direcciones Generales, en especial a la Dirección General de Investigación y Posgrado. Reconocemos también la contribución de la División de Ciencias Económico-Administrativas y de la Preparatoria Agrícola, ambas de esta universidad, pues su ayuda hizo posible este trabajo.

Asimismo, expresamos una particular gratitud a las autoridades de la Universidad Autónoma del Estado de México, quiénes a través de directivos, docentes y trabajadores del Centro Universitario UAEM Texcoco, colaboraron de manera generosa. No menos importante fue el apoyo de autoridades y personal especializado del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). En ello incluimos también a la Facultad de Economía de la Universidad Nacional Autónoma de México, particularmente a la Facultad de Ciencias, así como al Colegio de Postgraduados.

***Cordialmente,***

***Daniel Sepúlveda Jiménez, Francisco Pérez Soto, Esther Figueroa Hernández,***

***Lucila Godínez Montoya, David Martín Santos Melgoza,***

***Sergio Roberto Márquez Berber y Carmen Isabel Mamani Oño***

***(Editores)***





# MATEMÁTICAS





*Abraham Rojano Aguilar<sup>1</sup>, Raquel Salazar Moreno<sup>1</sup>, Irineo Lorenzo López Cruz<sup>1</sup>  
y Fernando Rojano Aguilar<sup>2</sup>*

# RELATIVE HUMIDITY VARIATIONS AS A FUNCTION OF TEMPERATURE CHANGES

## Introduction

Generally, relative humidity and temperature, are recorded with conditions experienced in the environment around objects whether on display, in storage or in any other use like greenhouses (Mears, *et al.*, 1975)

The dependency of relative humidity as a function of temperature, is already known from long time ago, however, this article is part of a special issue on the theme of mathematics, specifically from a statistically and computationally points of view, joint to strong physical basis involved. In particular, we hope to provide some intriguing new insights regarding the experimental and theoretical connections between sets of data. Since relative humidity, by construction, commonly varies from 0 to 100 at any time, location, and temperature, however, from simplicity of experimental observations, we start from the general fact that relative humidity oscillates around some value, like either mean, median, or mode. Later on, the oscillations might be characterized by using variance and dispersion plots.

From the other side, an ideal dynamical system is structure that evolves somehow in time, which consists of a state space, phase space, and an evolution operator. Many examples can be found in mechanics, chemistry, biology, and economic systems, thus is very common try to identify the gathered information with the formal concepts of stationary state and periodic evolutions by evaluation the connections not only from humidity and temperature but also with their changes.

<sup>1</sup>Autonomous University of Chapingo. Km 38.5 Carr. México-Texcoco. Chapingo, Edo. México, C.P 56230. MÉXICO. abrojano@hotmail.com

<sup>2</sup>University of Arizona. Biosystem Engineering. Tucson AZ. 85712

Meanwhile, current computational tools allows us to link both sides of the problem, and Matlab is one of the most popular software to analyze, to simulate, and to plot, huge amount of information as well as to generate, to contrast, and to predict new scenarios (Incropera, 1996; Melo, *et al.*, 1982; Rojano, *et al.*, 2009; Sieniutycz, 2000. Seginer, 2009). Even more, dynamical systems for oscillating phenomena regarding two variables introduce the need of contraction mapping theorem to establish the existence of solutions to initial value problems as a set of two ordinary differential equations of second order as a function of time. Moreover, linear systems, stability and linearized stability analysis are usually emphasized in order to simplify the problem on two ordinary differential equations of first order. This fact allows us to point out that the validity of two dimensional spatial structure of Poincare-Bendixson theorem, brings about the existence of limit cycles. Otherwise, the qualitative study of relative humidity (H) as a function of temperature (T) in a nonlinear planar system is founded when they are linked with time (t) as independent variable.

These graphics often form either typical clouds or scattering data that will be familiar to everyone routinely involved with monitoring, exploratory and controlling analysis. It is inevitable that environmental conditions will sometimes stray from what is expected, however, the following graphs are intending to illustrate and explain some of the more unusual ones, far from any typical normal distribution (Berg, et al, 2007).

## Methodology

Since temperature and humidity information has to be gathered in order to trace the pattern in a two dimensional graphic, a location near to Iguala Mexico, was selected for a period of a year, by recording readings each 15 minutes. Even though, chemical and mechanical devices are found in the market in order to collect information, modern electronic equipment has been used.

This new system is driven by the movement of electrons in a semiconductor material, by using a sensor which reacts with changes in ambient conditions. Nonetheless, a range of equipment of varying ease of use, quality and price is usually available in current times, depending on the requirements, and purposes of the research. In other side, with the emergence of a need for multivariate dependence modeling in mathematical area by using computational tools like Matlab 7. Thus the idea of representing a 2-dimensional distribution function F in two parts, the marginal distribution functions F1 and F2 and the copula C, describing the dependence part of the distribution. Both of them are connected

$$F(T,H) = C(F1(T), F2(H)) \quad (1)$$

as an example of temperature and humidity dynamical system of daily frequencies. Inasmuch, by sketching the following relations as a set of two ordinary differential equations

$$\frac{d^2H}{dt^2} = Q(b_0 + b_1T + b_2H)$$

(2)

$$\frac{d^2T}{dt^2} = P(a_0 + a_1T + a_2H)$$

which can be written as quadratic forms, with P, Q polynomials in T, H with six real coefficients  $a_i$  and  $b_i$ ,  $i=1, 2$ , and zero temperature and humidity fluxes for a closed system. The system (2) are well known for coupled second order differential equations subject to appropriate initial boundary conditions.

This link between equation (1) and (2) allows us to treat the mathematical connection among particular trajectories of (T, H) as a function of time with general distributions including discrete parts in much the same way as continuous distributions. For instance, it has been used in statistics for a long time in the construction of randomized tests by using uniform distributions.

It seems however useful to present this connection in more detail and explicitness with experimental data. We also review some applications of the distributional transform to normal ordering and to an adequate definition of the conditional value at any percentile according to basic Bayesian point of view.

Computationally, the mechanics of the main feature in order to obtain the interpolation figures was made by using the procedure `accumarray` that groups elements from the data set and applies a function to each group from Matlab, 2007. `A = accumarray(T, H)` creates an array A by accumulating elements of the vector H using the elements of T as indices. The position of an element in T determines the value of H. It selects for the accumulated vector; thus the value of an element in T determines the position of the accumulated vector in the output.

Even more the contours is carried with the tools `contour(A)` which draws a contour plot of matrix A, where A is interpreted as heights with respect to the H-T plane. A must be at least a 2-by-2 matrix that contains at least two different values. The number of contour lines and the values of the contour lines are chosen automatically based on the minimum and maximum values of A. The ranges of the H and T-axis are `[1:n]` and `[1:m]`, where `[m,n] = size(A)`.

## Results

Identifying a point (T, H) as the hypothetical center of the cloud, we can observe in general a trend of counterclockwise rotation orbits. They initiate at the up to the position during the night until the down position regarding to early afternoon in an oscillatory manner for a daily frequency. This tra-

jectory has the general trend as shown in Figure 1, however the motion is not uniform as can be deduced from the marginal distributions, by identifying mainly two centers of attraction corresponding one to the low temperature during the night and the other in the afternoon.

**Figure 1. Scattering diagram with univariate marginal distributions regarding temperature (horizontal) and relative humidity (vertical)**

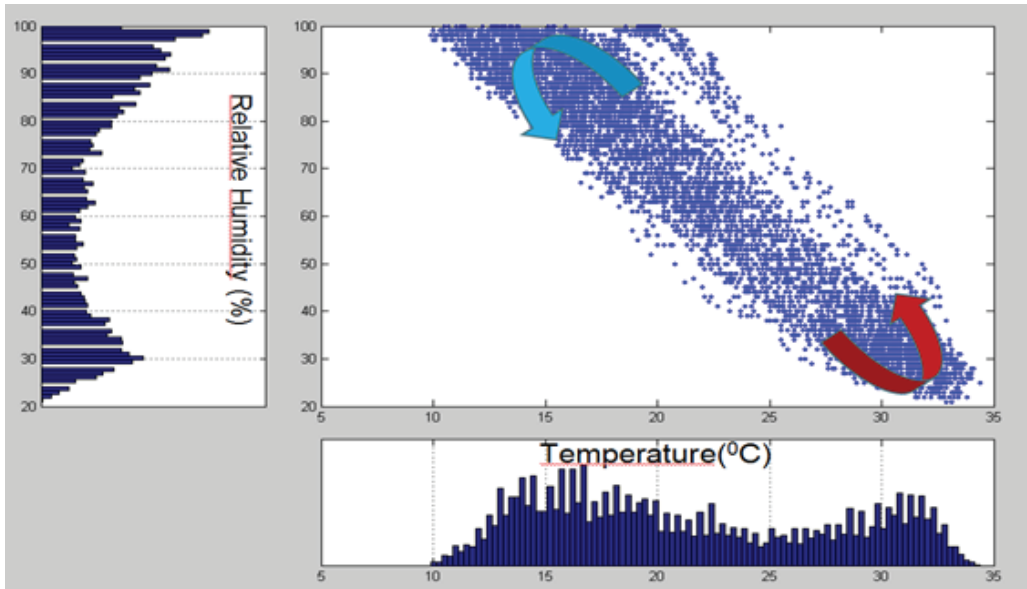
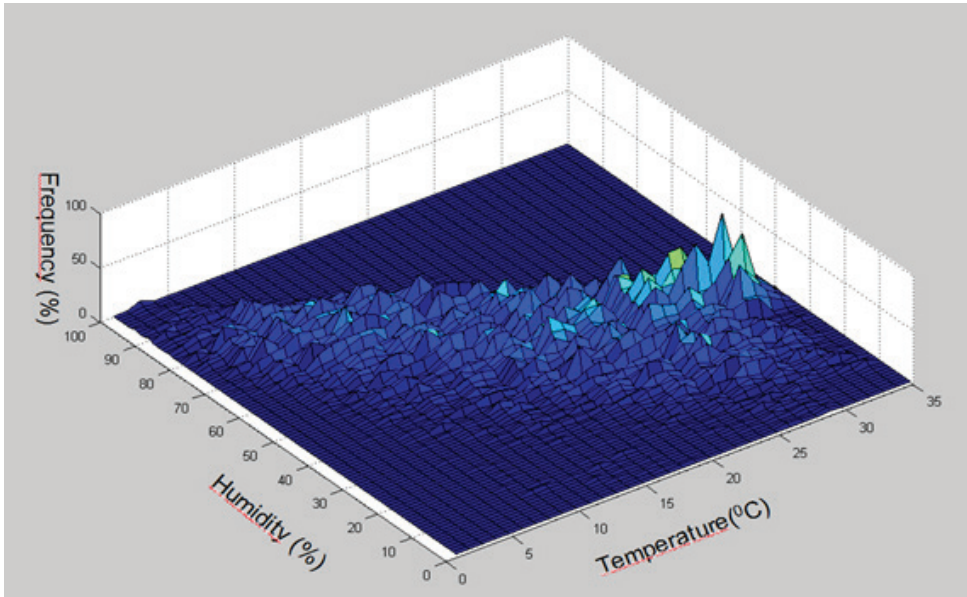


Figure 1, also depicts the phase plane of temperature and relative humidity, with lateral marginal distributions where a widely cloud depends on the moisture content and forms the hysteretic behavior. It can be observed for each univariate distribution is beyond any normal distribution, as many times is commonly assumed.

Surfaces and contours are some of the most illustrative products to understand the data patterns, colors and projections are additional resources to emphasize the effectiveness of the communication. Matlab has additional features like surf, mesh, and contour that help in this idea. As an example, Figure 2. Illustrates a new perspective of traditional univariate histograms, by combining both marginal distributions regarding temperature and relative humidity, where it can detected the main attractor of the system located in  $(T, H) = (30,40)$ . Moreover, this tool is as an alternative to plotting data points  $(T, H)$  and visually estimating where the most data is, without using rectangular bar data plot.

**Figure 2. Three-dimensional histogram overemphasizing the high frequency during the afternoon, where temperature is high and humidity is low**



**Figure 3. Orthogonal projections of the orbits over the plane are shown, by using a linear interpolator where (30, 40) is a critical point**

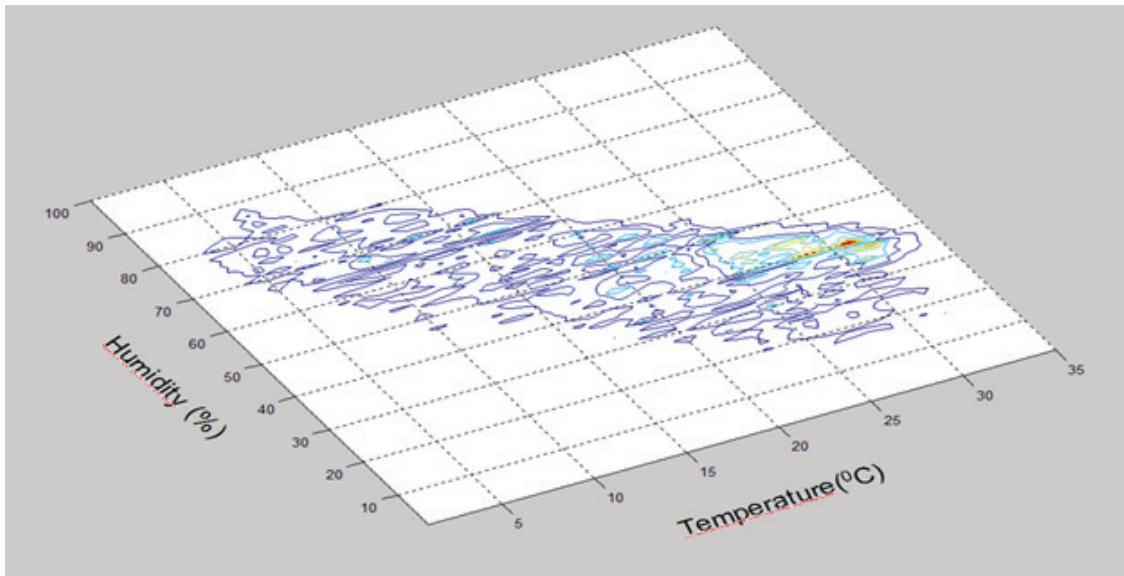


Figure 3. Also, illustrates that the main trend of motion observed in a quadratic zone, it is enriched with many local trajectories obtaining by contours and corresponding to little effects as well as the effect of solar radiation. As usually, the inner errors of interpolation are absorbed as white noisy.

## Conclusions

This paper has finger out some challenges regarding temperature and humidity as nonlinear planar system. Nevertheless, the authors are unaware of treating the existence of stable and unstable manifolds corresponding to saddle point equilibrium despite the fact that these results can be obtained from the contraction mapping theorem and notwithstanding the obvious importance of these special solutions. Indeed, it is hard to over-emphasize the importance of the stable and unstable manifolds of saddle equilibrium to understanding the global behavior of the orbits of a planar system.

Computationally, we can play with other options like the Matlab program, pplane, written by John Polking at Rice University, to do plots of trajectories of an autonomous system of 2 ODE. (Autonomous means that the equations are of the form  $T_0 = P(T, H)$ ,  $H_0 = Q(T, H)$ , so the independent variable time ( $t$ ) doesn't appear explicitly in the equation.) Download pplane8 here. (If you are using Matlab R2007b or earlier and find something that doesn't work, download pplane7 from <http://math.rice.edu>) Once Matlab has started and you have the Matlab prompt `>>`, in appropriate directory, give the command `pplane8` (in Matlab). (The name pplane stands for phase plane for Matlab) This program is very easy to use, however the main problem, it is needed first, the linear coefficients of equation (2) as an inverse problem. Elsewhere, we need to still study like here the fundamentals of this type of problems.

## Literature Cited

Berg, D., Bakken, H. 2007. A copula goodness-of-fit approach based on the conditional probability integral transformation. Available at [http://www.danielberg.no .../publications/Btest.pdf](http://www.danielberg.no.../publications/Btest.pdf).

Hirsch, M.W., Pugh, C., M. Shub, M. 1976. Invariant Manifolds Lecture Notes in Mathematics, 583, Springer-Verlag, New York.

Incropera, F. P., and D. P. DeWitt. 1996. Introduction to Heat Transfer. New York, N.Y.: John Wiley and Sons.

Mears, D. R., W. J. Roberts, G. A. Taylor. 1975. Controlling moisture levels in trough culture tomato and cucumber production. *Trans. ASAE* 18(1): 145, 148, 151.

Melo, W., Palis J. 1982. Geometric Theory of Dynamical Systems, Springer-Verlag, New York.

Rojano, A., Salazar, R., Schmidt, U., Hubert, C. 2008. Temperature and Humidity as Physical Limiting Factors for Controlled Agriculture, ASABE, 2009.

Seginer, Ido. 2009. Personnel Communication.

Shub, M. 1987. Global Stability of Dynamical Systems, Springer-Verlag, New York.

Sieniutycz, S. 2000. A general quasi canonical structure for Hamiltonian optimization of sequential energy systems, Int. J. Applied Thermodynamics, vol(3), 4. [http://math.rice.edu/\\_dfield/.](http://math.rice.edu/_dfield/))



*Abraham Rojano Agular<sup>1</sup>, Raquel Salazar Moreno<sup>1</sup>, Irineo Lorenzo López Cruz<sup>1</sup>  
y Jorge Flores Velázquez<sup>2</sup>*

# DESAFÍOS DE LOS MODELOS ESTADÍSTICOS APLICADOS A LA RELACIÓN DE HUMEDAD Y TEMPERATURA

## Introducción

El estudio de fenómenos naturales por medio de datos, trae a colación un conjunto de acciones y procedimientos matemáticos que a veces usamos o abusamos de las restricciones no solo de las técnicas de regresión lineal sino también de las no lineales. El hecho o afán de reducir la suma de los errores cuadráticos medio a cero, implica hablar del término de robustez como un componente de resiliencia estadística para asegurar las suposiciones de los modelos usados. El paradigma es simplemente planteado al transformar el espacio muestral al espacio de los parámetros, que se supone está construido con distribuciones cercanas a los parámetros verdaderos. El problema típico de regresión lineal implica un proceso de estimación equitativo y cuadrático en el sentido de Cramer-Rao con mínima varianza y media cero. Las demostraciones formales pueden hacerse por medio de álgebra lineal y del cálculo, sin embargo al ser sensible a los valores extremos y a las distribuciones no gaussianas entonces es necesario recurrir a nuevas clases de estimadores.

La historia y la realidad tienen su lógica no perdonan los olvidos y descuidos al defender los prejuicios muy establecidos, y a veces tan arraigados a nivel de dogmas, a tal grado que Poincaré y Cramer se mofan acerca de lo que cada quien cree sobre el uso de la distribución gaussiana de la ley de errores, por ejemplo, los experimentalistas piensan que es un teorema matemático, y los matemáticos creen que es un hecho experimental. Así cualquier error obtenido es asumido como la suma de un gran número de pequeños errores, y donde se pueden aplicar las consideraciones formales del teorema central de límite.

<sup>1</sup>Universidad Autónoma Chapingo, km 38.5 Carr. México-Texcoco.

Chapingo, Edo. México, C.P 56230. México. abrojano@hotmail.com; <sup>2</sup>Universidad de San Luis Potosí, San Luis Potosí. México.

En este teorema se asume que dadas ciertas condiciones la media de un número suficiente grande de variables aleatorias independientes con varianza finita es aproximadamente una distribución normal. Este teorema presenta un grado diferente de variantes que van desde las secuencias independientes clásicas hasta los procesos dependientes, con sus respectivas extensiones. Pero sigue siendo imperativo y sorprendente que los investigadores, quienes por lo general critican los dogmas y creencias impuestos por información de calidad dudosa, no busquen la estructura sistemática de sus modelos no solo en las consideraciones teóricas sino en proporcionar evidencias sustantivas de los componentes observables del modelo como es la condición de Lindberg. Medir el error cuando existen desviaciones de la normalidad puede implicar moverse de un centro de fe gaussiano a una zona de infértil de especulación.

Historicamente, Gauss desde 1821 estableció de forma racionalizada que la más probable localización de un parámetro de una muestra aleatoria con una función de distribución que semeja una campana, con factores de peso iguales, sin embargo es recomendable para distribuciones con histogramas no gaussianos usar factores de peso desiguales. Aun cuando varios investigadores tales como el mismo Gauss, Laplace, y Legendre, desde aquellos tiempos han encontrado razones suficientes para buscar técnicas más robustas tales como minimizar las desviaciones absolutas y puede ser preferible a los tradicionales mínimos cuadrados, cuando las observaciones son de dudosa confiabilidad. Por ejemplo, Laplace propuso un modelo simple de regresión bivariado, que pase por el origen. Esta minimización del error absoluto, con varianza  $\sigma$  y densidad en la medición  $f(0)$ , de tal forma que el inverso de  $2f(0)$  es menor a  $\sigma$ . Este resultado abrió un nuevo camino para nuevas investigaciones con una teoría basada en cuantiles.

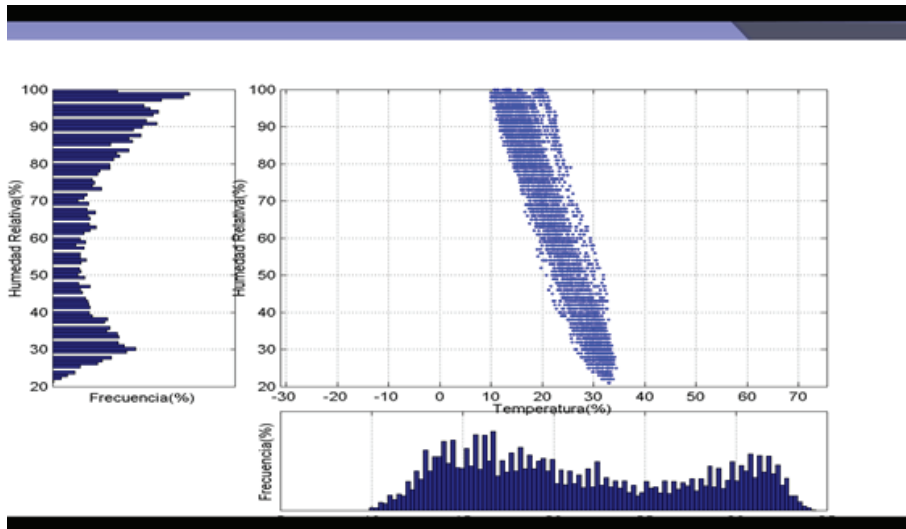
El punto elemental de discusión en literatura reciente, este tipo de planteamiento, puede generar no linealidades, sesgo, y sobre estimación con respecto a los modelos lineales no gaussianos. Por ejemplo, los fundamentos del teorema de Gauss Markov, generalmente se supone válida la linealidad, simetría, con el procedimiento de mínimos cuadrados, en lugar de métodos más competitivos. Aun mas, a veces llegamos a pensar que los problemas con los casos de errores grandes, es el único camino para la búsqueda racional de alternativas con mínimos cuadrados en modelos lineales. Esto es una proposición completamente falsa, ya que obviamente para distribuciones con varianza grande, las predicciones con el método de los mínimos cuadrados es muy inferior a la de los estimadores no lineales (Murphy, *et al.*, 1985; von Storch, *et al.*, Wilks, 2005).

## Resultados

La recolección de información por la compañía de Campbell Scientific es realizada por medio de sensores que son extensamente usados en el área meteorológica y por medio de estaciones climatológicas. La capacidad de medida con cierta precisión, robustez, y flexibilidad hizo posible un experimento operando con temperaturas, y humedades relativas diferentes, así como el reducido consumo de la energía en sus baterías. También, la ayuda de las ciencias informáticas, y almacenaje de información y opciones de la recuperación de datos, hacen de estos dispositivos electrónicos un instrumento poderoso del mercado corriente (Incropera, *et al.*, 1996; Jolliffe, *et al.*, 2003).

Las estaciones meteorológicas ofrecen la alternativa de registrar la información en forma directa o remota, así como el uso del software específico o la exportación de información a otros programas como Excel o Matlab. La naturaleza de cada variable hace la presentación de cada variable cuando una función del tiempo dentro de períodos diarios o los que se especifiquen. Esta relación es investigada en un sitio localizado en Iguala, México durante un año completo con lecturas de frecuencia de 15 minutos.

**Figura 1. Nube de datos y distribuciones marginales de la información filtrada y analizada**



A continuación se presentan tres diferentes tipos de modelos regresivos con una disminución de errores y con un aumento de parámetros y correlación, respectivamente. En términos de nuestra aplicación específica, para coincidir con la nomenclatura de Matlab, la humedad relativa  $H$  es  $f(x)$ , temperatura es  $x$ , los parámetros  $a$ ,  $b$ , y  $c$  son  $p_1$ ,  $p_2$ , y  $p_3$  respectivamente.

#### Modelo 1

Linear model Poly1:

$$f(x) = p_1 * x + p_2$$

Coefficients (with 95% confidence bounds):

$$p_1 = -3.611 \quad (-3.662, -3.56)$$

$$p_2 = 135.4 \quad (134.1, 136.8)$$

Goodness of fit:

SSE: 191.1

R-square: 0.9953

Adjusted R-square: 0.9953

RMSE: 1.426

## Modelo 2

Linear model Poly2:

$$f(x) = p1*x^2 + p2*x + p3$$

Coefficients (with 95% confidence bounds):

$$p1 = -0.01313 \quad (-0.02721, 0.0009552)$$

$$p2 = -2.916 \quad (-3.663, -2.168)$$

$$p3 = 126.7 \quad (117.2, 136.2)$$

Goodness of fit:

SSE: 184.3

R-square: 0.9955

Adjusted R-square: 0.9954

RMSE: 1.408

## Modelo 3

General model Gauss1:

$$f(x) = a1*\exp(-((x-b1)/c1)^2)$$

Coefficients (with 95% confidence bounds):

$$a1 = 68.89 \quad (67.25, 70.52)$$

$$b1 = 15.93 \quad (15.24, 16.62)$$

$$c1 = 14.14 \quad (13.6, 14.69)$$

Goodness of fit:

SSE: 168.9

R-square: 0.9959

Adjusted R-square: 0.9958

RMSE: 1.348

Los enfoques generales de la regresión lineal y no lineal tienen como finalidad acercarse a los datos experimentales obtenidos con una búsqueda de errores “pequeños”. Los detalles pueden encontrarse en Carroll, *et al.*, (1995). La idea básica empieza con funciones sencillas, pero dependiendo de las bases matemáticas del modelador y de las necesidades de predicción, las funciones pueden llegar a ser más elaboradas.

La regresión lineal busca encontrar los dos parámetros óptimos por medio de la aplicación del cálculo diferencial a una función cuadrática hasta llegar a las dos expresiones típicas de primer y segundo momentos, para identificar y calcular la media y la varianza. La suposición de que la media y la varianza experimentales coincide con la media y varianza predichas puede ser medido por medio del coeficiente de Pearson. Así, los modelos aquí llevados a cabo con expresiones construidas en Matlab

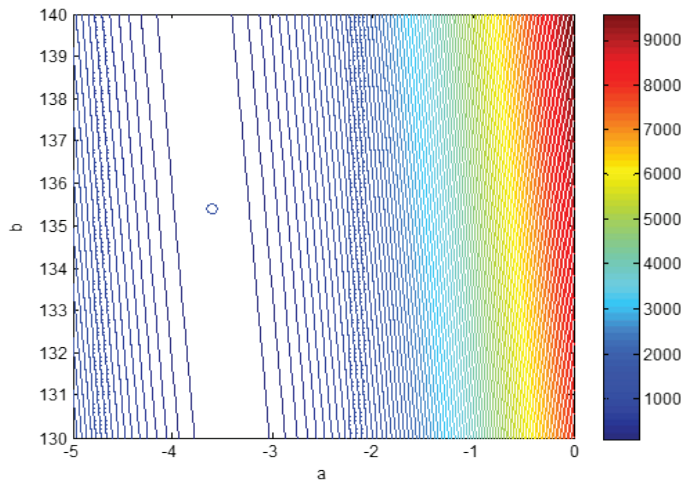
y Excel para el caso del modelo 1 de dos parámetros, fueron confirmadas con el uso de cftool de la caja de utilerías de Matlab.

Aun cuando los errores cuadráticos siempre son positivos debido a su construcción y definición, siempre hay detalles al obtener las expresiones analíticas como ecuaciones normales, ya sea por medio del cálculo diferencial o con el álgebra lineal en el punto crítico donde el error es mínimo.

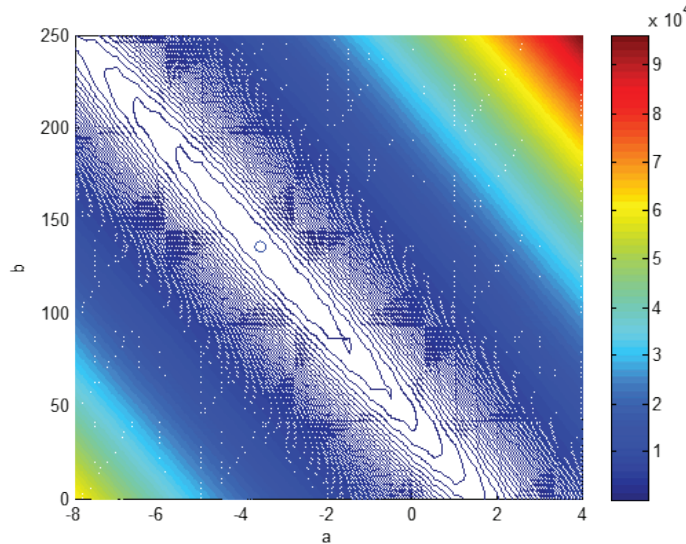
**Cuadro 1. Características de la información en estudio, respecto a la humedad relativa y temperatura**

Característica	Distribución normal	Humedad Relativa (%)	Temperatura (°C)
Media	-	43.80	25.38
Mediana	-	51.77	23.40
Moda	-	14.68	18.44
Varianza		429.98	32.82
Desviación estándar		20.74	5.73
Sesgo	0	-0.41	0.39
Curtosis	3	1.52	1.54

**Figura 2. Localización de un mínimo global obtenido por medio del cálculo y verificado por medio de una interpolación**



**Figura 3. Refinado de la interpolación para encontrar las elipses circundantes al mínimo de error global**



## Conclusiones

De los resultados obtenidos podemos observar que los parámetros de regresión no son independientes y el poder del cálculo analítico y el álgebra lineal nos permite encontrar para el caso de dos parámetros, el punto de mínimo error. Asimismo, por medio de interpolación podemos detectar una zona en la Figura 2, donde las líneas de contorno del error son prácticamente paralelas al eje mayor de las elipses encontradas en la figura 3. Actualmente, estamos trabajando sobre el ajuste de las elipses con la idea de encontrar expresiones analíticas para definir los contornos de errores.

Los modelos dos y tres tienen un ajuste con menor error y por consiguiente mejor ajuste, sin embargo todavía por limitaciones hasta el momento en la graficación, nos es imposible mostrar una figura de más dimensiones.

Aunque a veces los métodos muy sólidos de análisis, suelen tambalearse cuando se aplican en condiciones lejanas a los supuestos que sirvieron para formularse. De hecho la palabra sólida ha tenido diferentes connotaciones y por ejemplo en la región totonaca y de mazahuas tiene un significado relacionado con lo enrarecido, sombrío y peligroso, e históricamente en gran parte del mundo se usaba para identificar individuos fuertes, ruidosos, grotescos y vulgares. Ahora, el significado ha cambiado a tal grado que sólido, significa fuerte, sano, y lo suficientemente duro para resistir las inclemencias de la vida. Asimismo, por otro lado el significado de robusto y estricto, ha tenido los significados de vigoroso y matemático, respectivamente.

Regresando a nuestro caso, con la información del Cuadro 1, podemos observar que las distribuciones de humedad y temperatura no corresponden a la distribución normal y en lugar de estudios sólidos y robustos, empezamos a sospechar de lo contrario y es una preocupación de los autores empezar a proponer nuevos esquemas de discusión con el uso de otro tipo de distribuciones o el uso de combinación de varias distribuciones normales para cada histograma. Por ejemplo, la formulación de mínimos cuadrados, puede ser muy criticada y mejorada cuando tenemos información muy sensible y de ocurrencia atípica cuando la media, mediana, y moda no coinciden (ver Cuadro 1), hasta el punto de hacer modificaciones por medio del uso de diferentes pesos en los cuantiles.

## **Literatura citada**

Incropera, F. P., and D. P. DeWitt. 1996. Introduction to Heat Transfer. New York, N.Y.: John Wiley and Sons.

Jolliffe, I.T., and D.B. Stephenson, 2003: Forecast Verification. A Practitioner's Guide in Atmospheric Science. Wiley and Sons Ltd, 240 pp. [Click here to see the Table of Contents.](#)

Murphy, A.H. and R.W. Katz, ed., 1985: Probability, Statistics, and Decision Making in the Atmospheric Sciences. Westview Press, Boulder, CO.

Von Storch, H. and F.W. Zwiers, 1999: Statistical Analysis in Climate Research. Cambridge University Press, Cambridge.

Wilks, D.S., 2005: Statistical Methods in the Atmospheric Sciences. 2nd Edition. Elsevier, 627 pp.

José Alberto Salvador Escalante Estrada<sup>1</sup>, María Teresa Rodríguez  
González<sup>1</sup> y Yolanda Isabel Escalante Estrada<sup>2</sup>

## ANÁLISIS DE CRECIMIENTO Y RENDIMIENTO DE *Phaseolus vulgaris* L. Y *Phaseolus coccineus* L. EN SUELO ALCALINO

### Introducción

El frijol (*Phaseolus vulgaris* L.) por sus propiedades nutricionales y medicinales es un cultivo básico para la dieta del mexicano. No obstante, el consumo per cápita se ha reducido de 18 kg a menos de 8.5 kg. Puesto que en las últimas décadas, la producción nacional ha disminuido, entre otras causas debido a la reducción de la superficie agrícola por la urbanización, lo cual margina la producción a regiones con condiciones limitantes para la agricultura; lo no atractivo que ha sido trabajar el campo, los siniestros ocasionados por las condiciones naturales (sequías, inundación, heladas tempranas, etc.) que reducen o hacen nulo el rendimiento. Por esto, debido a que la producción interna no satisface el consumo interno de la población, se ha recurrido a la importación, con la consecuente salida de divisas (Sánchez, 2012). Para reducir dichas importaciones es necesario buscar incrementos en las áreas dedicadas a éste cultivo, mediante el uso de genotipos y prácticas de manejo apropiadas para cada región. En México los suelos de algunas áreas cultivadas se caracterizan por ser moderadamente básicos, es decir pH entre 7.4 y 8.5, se dispersan por casi la mitad del país (48.3% de la superficie total nacional) y tienen por lo general un alto contenido de calcio y magnesio. Presentan baja disponibilidad de micronutrientes dentro de estos, el hierro, manganeso, cobre y zinc (Tisdale y Nelson, 1988), lo que limita el crecimiento y rendimiento de los cultivos. El área de estudio de Mon-

<sup>1</sup>Botánica Colegio de Postgraduados. Campus Montecillo. Carretera México -Texcoco Km 36.5. Montecillo, Texcoco Méx. CP.56230; e-mail: jasee@colpos.mx; mate@colpos.mx; <sup>2</sup>Instituto de Investigación Científica, Área de Ciencias Naturales. Universidad Autónoma de Guerrero, Chilpancingo Gro. E-mail: y\_escalante@yahoo.com.mx.



tecillo Méx., presenta suelos salinos y alcalinos con un mosaico de concentraciones. Su vegetación es principalmente halófitas, destacando el zacate salado (*Distichlis spicata* L.) y el romerito (*Suaeda nigra* L.) (Gutiérrez y Ortiz, 1999). Una manera de incrementar el rendimiento en estos suelos, es identificar especies y cultivares que puedan desarrollarse bajo éstas condiciones y mediante estudios de análisis de crecimiento, conocer cómo se genera el rendimiento. Dentro de éstas áreas se produce frijol particularmente de temporal, con un crecimiento y rendimiento bajo o nulo, debido a su alta sensibilidad a la salinidad y condición de baja disponibilidad de micronutrientes (Clark, 1991). Escalante y Kohashi (1993) indican que el rendimiento es la acumulación de materia seca (MS) ya sea total o en el órgano de interés económico o agronómico. La MS es producto de la radiación interceptada y ésta a su vez del tamaño del dosel vegetal evaluado mediante el área foliar y su actividad. La producción de biomasa (MS), es la representación de la fotosíntesis neta como resultado de la eficiencia del uso del suelo e insumos (agua, radiación solar, nutrientes, etc.) por el cultivo (Escalante y Kohashi, 1993). La dinámica de la acumulación de MS describe el crecimiento de un cultivo, así como la tasa de acumulación en cada fase fenológica pueden explicarse mediante modelos matemáticos (Thornley y Johnson, 2000). Dicho conocimiento es de importancia para dar al cultivo el manejo agronómico oportuno para una máxima producción (Escalante *et al.*, 1999). Por otra parte, los índices de análisis de crecimiento son una herramienta útil para identificar genotipos con mayor eficiencia del dosel para producción y traslocación de MS hacia el grano o índice de cosecha (IC) que en cereales ha mostrado una relación alta con el rendimiento en grano (Donald y Hamblin, 1976). El objetivo de este estudio fue describir el patrón y velocidad de crecimiento, producción de biomasa, índice de cosecha, rendimiento en grano y sus componentes de genotipos de *Phaseolus* sembrados en suelo alcalino y clima templado.

## Materiales y métodos

El estudio se realizó en Montecillo Méx, (19°29'N, 98°45'O y 2250 msnm) de clima templado (Cw, García, 2004) en un suelo arcilloso, con pH entre 7.5 a 8.0, 7% de materia orgánica, 0.35 % de N total, 46 ppm de fósforo (P2 O5), CE 0.72 dS m<sup>-1</sup> y una densidad aparente de 1.27 g cm<sup>-3</sup>. Los tratamientos consistieron en la siembra el 19 de junio del 2010, de los genotipos de *P. vulgaris* L. de hábito indeterminado, Bayomex (BA), Criollo Tequexquinahuac (CT) y Canario 107 (Canario) de hábito determinado y *P. coccineus* L. “Ayocote” de hábito indeterminado a una densidad de 6.25 plantas m<sup>-2</sup> en hileras de 80 cm de distancia. El diseño experimental fue bloques completos al azar con cuatro repeticiones. Durante el desarrollo de los cultivos se registraron las etapas fenológicas siguientes (de acuerdo con el criterio señalado en Escalante y Kohashi, 1993): días a emergencia (V1), prefloración (R5), floración (R6), formación de vainas (R7), llenado de vainas (R8) y madurez fisiológica (R9). Además, se cosecharon cuatro plantas cada 10 días para evaluar: el área foliar (AF, medida con un integrador de área modelo Licor L1300, LI-COR Inc. Lincoln NE), índice de área foliar (IAF) calculado con la ecuación.  $IAF = (\text{área foliar por planta (dm}^2) \times \text{número de plantas por m}^2) / 100 \text{ dm}^2$  y biomasa total (suma de la materia seca del tallo, hoja y órganos reproductivos), la tasa de crecimiento del cultivo (TCC, g m<sup>-2</sup> día<sup>-1</sup>) que se calculó mediante la ecuación  $TCC = (MS_2 - MS_1) / (T_2 - T_1)$  donde MS<sub>2</sub>, MS<sub>1</sub>, T<sub>2</sub> y T<sub>1</sub> son el peso de la materia seca (MS), en los tiempos 2 y

l para diversos períodos de crecimiento (Escalante y Kohashi,1993). A la cosecha (R9), se registró por unidad de superficie, la biomasa total (BIO), el índice de cosecha (IC), el rendimiento en grano (REND), el número de granos por m<sup>2</sup> (NGN); el tamaño medio por grano (TG), el número de de vainas (NVG), el número de racimos (NRAC) y el número de nudos (NUDOS). A las variables en estudio, se les aplicó un análisis de varianza y la prueba de comparación de medias de Tukey mediante el paquete SAS (Statistical Analysis System). Se buscó el mejor modelo (Thornley y Johnson, 2000) para explicar la dinámica de crecimiento con base a materia seca y la dinámica del área foliar, seleccionando el de mayor coeficiente de determinación (R<sup>2</sup>) y menor error de estimación. Además, se realizó un análisis de correlación para determinar el grado de asociación entre el rendimiento, sus componentes, la biomasa y el índice de cosecha.

## **Análisis y discusión de resultados**

### *Fenología y variables del clima*

La emergencia de los genotipos ocurrió como se presenta en el cuadro 1, donde se observa que los cultivares en estudio presentaron diez días (d) a emergencia. El cv. Canario fue el más precoz a R5 (5,9 y 18 d antes que Ayocote, Bayomex y Criollo; respectivamente) y a R9 (28 y 42, 42 d antes que Bayomex, Ayocote y Criollo, respectivamente). Los cultivares más tardíos fueron Ayocote y Criollo con 132 d. La duración del período reproductivo (R5 a R9) fue de 57, 76, 81 y 94 d, para Canario, Bayomex, Criollo y Ayocote, respectivamente. La temperatura media máxima y media mínima durante la etapa vegetativa del cultivo fue de 27 °C y 11°C; y durante la reproductiva fue de 25 °C y 7 °C, respectivamente. La precipitación total fue de 339 mm. A partir de los 119 dds no ocurrió lluvia, lo que posiblemente limitó un mayor llenado del grano, el rendimiento y el ciclo de crecimiento del cultivo.

**Cuadro 1. Etapas fenológicas de Phaseolus sembrado en suelo alcalino.**

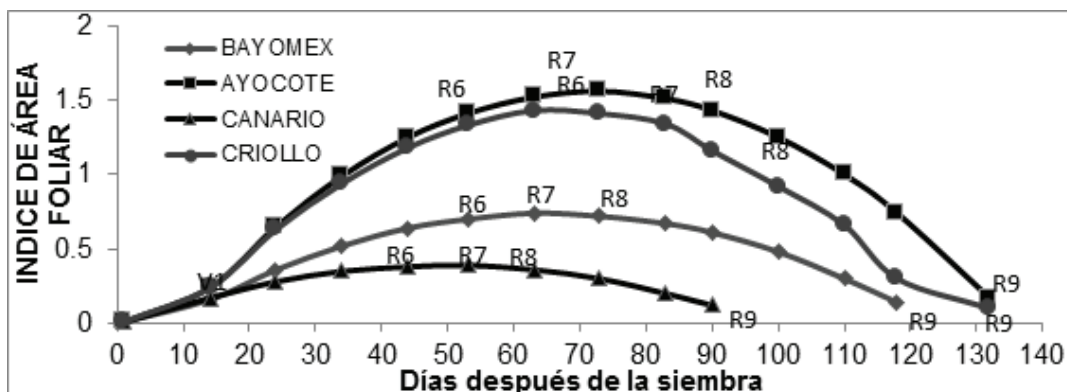
**Montecillo, Méx. Verano 2010. Fecha de Siembra – 19 de Junio**

FENOLOGÍA*	CULTIVAR			
	Bayomex	Ayocote	Canario	Criollo
(V0) Siembra	1	1	1	1
(V1) Emergencia	10	10	10	10
(R5) Prefloración	42	38	33	51
(R6) Floración	51	45	42	63
(R7) Formación de vainas	59	59	51	80
(R8) Llenado de vainas	73	90	59	90
(R9) Madurez fisiológica	118	132	90	132

\*Criterios señalados en Escalante y Kohashi (1993). En cada columna los valores indican los días después de la siembra.

Figura 1. Dinámica del índice de área foliar en genotipos de *Phaseolus sp.*

Montecillo Edo.de México.Verano. 2010.\*\* P>0.01



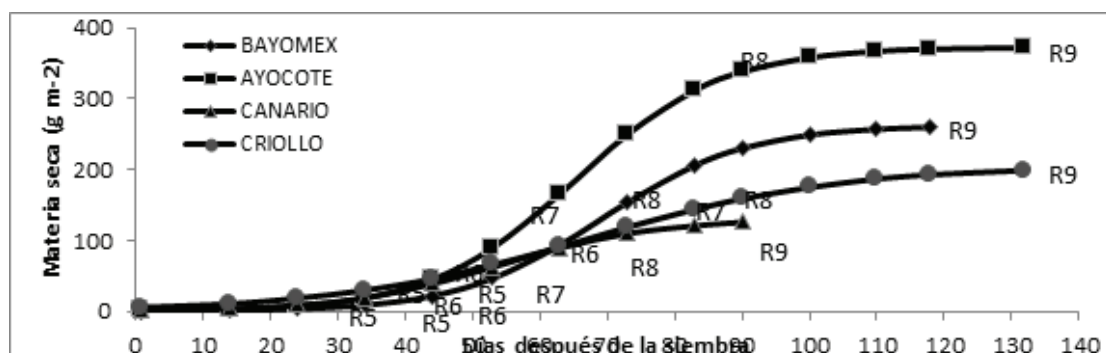
GENOTIPO	ECUACIÓN	R <sup>2</sup>
BAYOMEX	$y = -0,0905 + 0,0252x - 0,0002x^2$	0,98**
AYOCOTE	$y = -0,2344 + 0,0494x - 0,0003x^2$	0,98**
CANARIO	$y = -0,0134 + 0,0162x - 0,0002x^2$	0,99**
CRIOLLO	$y = -0,1715 + 0,0451x - 0,0003x^2$	0,96**

*Dinámica de producción de área foliar y acumulación de materia seca o biomasa*

En la figura 1, se observa que la tendencia del IAF en los genotipos estudiados, siguió un patrón de polinomio de segundo grado o cuadrático ( $Y=a+bx+cx^2$ ). Durante el ciclo de crecimiento del cultivo, el Ayocote presentó el IAF más alto, con el máximo (1.6) a los 70 d, seguido del Criollo con el máximo (1.4), Bayomex (0.7) a los 63 d y el Canario con un máximo de 0.4 a los 53 d.

Figura 2. Dinámica de la acumulación de materia seca (gm-2) en genotipos de *Phaseolus sp.*

Montecillo Edo.de México.Verano. 2010.\*\*P<0.01



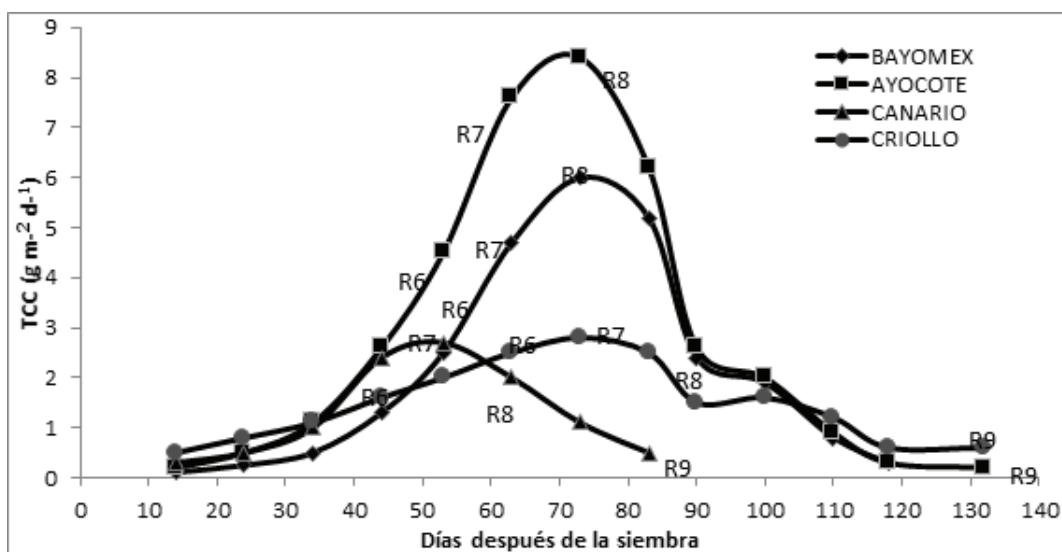
GENOTIPO	ECUACIÓN	R2
AYOCOTE	$Y=367/[1+122 e^{-(0.077X)}]$	0.98**
BAYOMEX	$Y=257/[1+164 e^{-(0.078x)}]$	0.99**
CRIOLLO	$Y=257/[1+164 e^{-(0.078x)}]$	0.98**
AYOCOTE	$Y=192/[1+131 e^{-(0.077X)}]$	0.99**

En la figura 2, se observa que la dinámica de crecimiento de MS presentó un patrón sigmoideo, que se ajusta al modelo  $Y = K/(1+Ae^{-cx})$  donde Y es la biomasa estimada; K es el valor superior al máximo de biomasa; A y C son constantes y X son los dds. A partir de los 40 d y hasta la MF (R9) se observaron diferencias significativas entre genotipos, donde la mayor producción de MS correspondió a Ayocote seguido de Bayomex, Criollo y Canario. Estos resultados indican que en la mayoría de los casos, la mayor producción de MS se relacionó con una mayor fuente de fotosintatos (IAF). Además, en Bayomex la mayor producción de MS pudo ser producto de una mayor eficiencia del IAF para producir fotosintatos.

#### *Tasa de crecimiento del cultivo (TCC)*

En la figura 3, que presenta la tasa de crecimiento del cultivo (TCC,  $gm^{-2}d^{-1}$ ) durante el desarrollo del Phaseolus, se observa que la TCC de Ayocote fue superior a Bayomex, Criollo y Canario. La TCC máxima se observó durante el período de los 63 a 73 d y fue de 8.4, 6.2.8 y 2  $gm^{-2} d^{-1}$  para Ayocote, Bayomex, Criollo y Canario, respectivamente. Posteriormente, la TCC disminuyó hasta alcanzar su valor más bajo a la MF.

**Figura 3. Tasa de crecimiento del cultivo ( $gm^{-2} d^{-1}$ ) de genotipos de Phaseolus sp. Montecillo Edo.de México. Verano, 2010**



*Biomasa, índice de cosecha, rendimiento y sus componentes*

En el cuadro 2, que presenta la biomasa (BIO), índice de cosecha (IC), rendimiento (REND) y sus componentes se observan diferencias significativas entre los genotipos. La mayor producción de BIO correspondió al Ayocote con 379 gm<sup>-2</sup>, que fue superior en 89,199 y 253 g m<sup>-2</sup> a Bayomex, Criollo y Canario, respectivamente. En cuanto al IC, Bayomex presentó el más alto con 0.48, seguido de Ayocote (0.41), correspondiendo los IC más bajos a Criollo (0.29) y Canario (0.8). Dicha tendencia se observó también en el REND, donde el más alto correspondió a Ayocote (156 gm<sup>-2</sup>) y Bayomex (140 gm<sup>-2</sup>) y el más bajo a Criollo y Canario (52 y 35 gm<sup>-2</sup>, respectivamente). Tendencias semejantes se observaron en el NGN, NVG, NRAC y NUDOS. Los cambios en el REND se relacionaron de mayor a menor grado con la BIO (r=0.96\*\*), NVG (r=0.94\*\*), IC (r=0.92\*\*); TG (r=0.83\*), NRAC(r=0.95\*\*) y NUDOS (r=0.90\*).

**Cuadro 2. Biomasa, índice de cosecha, rendimiento y sus componentes de *Phaseolus* cultivados en suelo alcalino. Montecillo, México. Verano 2010**

Cultivar	NUDOS m <sup>-2</sup>	NRAC m <sup>-2</sup>	NVG m <sup>-2</sup>	NGN m <sup>-2</sup>	TG (g)	REND (g m <sup>-2</sup> )	BIO (g m <sup>-2</sup> )	IC
Bayomex	204 a	118 a	124 a	534 a	0.277 b	140 b	290 b	0.48 a
Ayocote	166 b	108 a	112 a	273 b	0.577 a	156 a	379 a	0.41 b
Canario	102 c	52 c	47 b	233 b	0.153 c	35 d	126 d	0.28 c
Criollo	111 c	87 b	76 b	236 b	0.224 c	52 c	199 c	0.29 c
Media general	261	116	115	370	0.327	112	248	0.36
CV (%)	13	21	18	18	20	18	22	16
Prob.F	***	***	***	***	***	***	***	***
Tukey α=0.05	35	25	30	85	0.05	15	72	0.06

\*\*, \*\*\* p>0.01,0.001, respectivamente. En columnas valores con letras diferentes indican diferencias estadísticas.

En resumen, estos resultados indican que para las siembras en suelos alcalinos, con el manejo del cultivo aplicado aquí, el genotipo más apropiado para un crecimiento y rendimiento aceptable, sería el Ayocote, seguido por el Bayomex y por último el Criollo regional. El frijol Canario no es apropiado para éste tipo de suelos. El comportamiento del Ayocote, frijol Canario y Criollo en este tipo de suelo fue similar al encontrado en previos estudios (Escalante *et al.*, 1997, 1998, 2003). Dichas diferencias genotípicas se observan desde las primeras etapas de crecimiento del dosel vegetal (IAF), en la tasa de crecimiento del cultivo y finalmente en la acumulación de materia seca total. Los cambios en el IC se reflejaron en el rendimiento en grano, lo que indica que para éstos genotipos de *Phaseolus*, el IC puede ser un índice aceptable en la búsqueda de alto rendimiento en grano. Los genotipos

de mayor rendimiento presentaron mayor número de nudos, racimos, vainas con grano, número de granos y tamaño del grano.

## **Conclusiones**

Bajo condiciones de clima templado y suelo alcalino, los genotipos bajo estudio, presentan diferencias en el índice de área foliar, la tasa de crecimiento del cultivo, producción de materia seca total, asignación de materia seca en el grano (índice de cosecha), rendimiento y sus componentes morfológicos. El modelo que describe la dinámica de crecimiento de área foliar es un polinomio de segundo grado. El que describe la dinámica de producción de materia seca es del tipo sigmoide. El Ayocote (*P.coccineus* L.) presenta el más alto rendimiento, seguido de Bayomex, Criollo y el más bajo correspondió a Canario.

## **Literatura citada**

Clark R.B.1991. Iron: unlocking agronomic potential. *Solutions* 35(3):24-28.

Donald C.M. and J.Hamblin.1976. The biological yield and harvest index of cereals as agronomic and plant breeding criterion.*Adv.Agron.*28:361-406.

Escalante-Estrada, J. A. and J. Kohashi-Shibata.1993. El rendimiento y crecimiento del frijol. Manual para la toma de datos. Colegio de Postgraduados. Montecillo, Méx.84 p.

Escalante Estrada, J. Alberto and Ma. Teresa Rodríguez. 1997. Plant establishment and seed yield of common bean in soil with high pH. *Annual Report of Bean Improvement Cooperative.* 40:50-51.

Escalante Estrada, J. Alberto. 1998. Growth and yield of sunflower grown in saline soils effect of nitrogen and plant density. *International Sunflower Association.* p 66.

Escalante E., J. Alberto, María Teresa Rodríguez, Enrique Escalante. 1999. Efecto del nitrógeno en la producción y abscisión de órganos reproductivos en frijol. *Revista Agronomía Mesoamericana.* Vol. 10(1): 47-53.

Escalante Estrada, J. Alberto, Ricardo Vega Muñoz, Ma. Teresa Rodríguez González and Mario Gutiérrez Rodríguez. 2003. Biomass and seed yield of beans in sodic-saline soil. *Annual Report of the Bean Improvement Cooperative.* Vol. 46: 73-74.

Gutiérrez C. Ma del Carmen y C. Ortiz S. 1999. Origen y evolución de los suelos del exlago de Texcoco México. *Agrociencia* 33: 199-208.

García, E. 2004. Modificación al sistema de clasificación climática de Köppen. Cuarta edición. UNAM. México, D.F. 217 p.

Sánchez.A.2012 (12 de Julio).Se desploma el consumo del frijol en México.Milenio. <http://www.milenio.com/cdb/doc/noticias2011/24832646d51263c272e25e9b2b806eb6> (consultado el 28 de agosto 2012).

Thornley J .H.M. and I.R. Johnson. 2000. Plant and crop modeling. A mathematical approach to plant and crop phsyology.The Blackbum Press. New Jersey. USA. 669 p.

Tisdale S.L. y W.L.Nelson.1988.Fertilidad de los suelos y fertilizantes.UTEHA.México-760 p.

*Arturo Chong Eslava*

# **CÁLCULO DE FERTILIZACIÓN DE CULTIVOS. UNA APLICACIÓN COMPUTACIONAL**

## **Introducción**

Saber cuánto fertilizante se va a aplicar a un cultivo, ha sido desde la aparición de los fertilizantes artificiales o sales inorgánicas una pregunta que los productores hacen a los técnicos agrícolas. Estos responden usando su experiencia y los resultados de los ya muchísimos experimentos de dosis de nutrimentos de muchos cultivos a la fecha. Se han destacado como importantes para determinar la cantidad de nutrimentos que un cultivo necesita: el tipo de cultivo, las temperaturas, la cantidad de agua disponible (temporal o riego), la textura del suelo y su origen y el contenido de nutrimentos. También otros factores son importantes: la pendiente, la distribución de la precipitación durante el ciclo, la cantidad de luz, etc. La exactitud de la cantidad de nutrimentos requeridos depende de la cantidad de información con que se cuente. En el país, la cantidad de información es por lo general baja. A veces sólo con la textura del suelo (observación directa) y cantidad de agua disponible y el tipo de cultivo. Por lo que se ha diseñado una aplicación en Visual Basic 2010, que dependiendo de la información proporcionada, al menos, la precipitación anual, tipo de suelo, las temperaturas y tipo de cultivo, calculará la cantidad de nutrimentos requeridos por el cultivo, y de acuerdo a la fuente de nutrimentos disponibles, la cantidad de fertilizante a aplicar. La versión que se presenta todavía es prototipo.

Universidad Autónoma Chapingo, Kilómetro 38.5 carretera México-Texcoco sin número. Texcoco, Estado de México. E mail: achong57@gmail.com



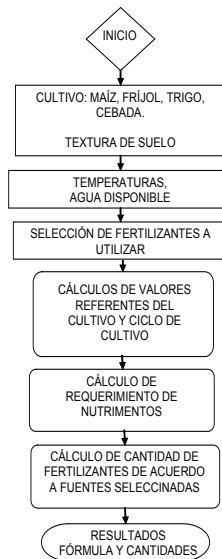
## Materiales y Métodos

Se construyó un diagrama de flujo con el fin de marcar el curso del programa y establecer los algoritmos que debe seguir. Se utilizó el programa Visual Basic 2010 (Halvorson, 2010), para construir el programa, con una forma inicial de selección de información por parte del usuario. Para el cálculo de la fertilización se utilizaron conocidas fórmulas que relacionan la cantidad de agua disponible, las temperaturas, el tipo de cultivo, la textura del suelo, etc. También los fertilizantes a usar.

## Resultados

En la Figura 1 aparece el diagrama de flujo del programa. Paso a paso la aplicación solicita al usuario la información requerida para hacer el cálculo de la formulación nutrimental y la cantidad de fertilizantes requeridos. Inicia preguntando el cultivo y la textura del suelo. El tipo de cultivo se relaciona con el tipo de fotosíntesis y por tanto el potencial de producción. La textura del suelo se relaciona con la capacidad de almacenamiento de los fertilizantes, afectando la cantidad a aplicar. En segundo paso es saber las temperaturas del lugar y la cantidad de agua disponible. La opción es si se tiene o no las temperaturas anuales o mensuales del periodo de crecimiento, lo que también determina el potencial productivo del lugar. La cantidad de agua disponible también tiene que ver con la productividad del lugar, teniendo las opciones de conocer la precipitación anual o la de los meses del periodo de crecimiento. Como tercer paso es saber la fuente de nitrógeno, fósforo y potasio a utilizar por el productor, lo que impactará en la determinación de la cantidad de fertilizantes a recomendar.

**Figura 1. Diagrama de flujo del cálculo de fórmula de fertilización y cantidad de fertilizantes por hectárea para un cultivo**



Con la información proporcionada, la aplicación calculará primero los valores referentes al crecimiento del cultivo, considerando al cultivo mismo, la cantidad de humedad y temperaturas. Estos serán usados en la selección de las ecuaciones para calcular la formulación de nutrimentos requeridos para el cultivo. Siguiendo se calculará la cantidad de los fertilizantes a aplicar, considerando el tipo de suelo (Crusciol *et al.*, 2007; Lecomte, *et al.*, 2005).

El resultado será la cantidad de fertilizantes a aplicar y una recomendación de cuándo aplicarlo según la fenología del cultivo. Como ejemplo, se ha hecho una corrida de la aplicación con el cultivo de frijol, en un suelo areno-arcilloso, con temperaturas promedio de 17.0, 16.2, 16.2, 16.0 y 15.2 grados centígrados para junio, julio, agosto, septiembre y octubre., respectivamente. Precipitación de 113.0, 110.2, 83.7, 83.5 y 34.2 milímetros de precipitación en los mismos meses. Usando urea, fosfato diamónico y cloruro de potasio como fuentes de nutrimentos (Cuadro 1).

**Cuadro 1. Información mínima requerida por la aplicación para calcular formulación nutrimental**

Aspecto	Información				
Meses	junio	julio	agosto	septiembre	octubre
Temperaturas °C	17.0	16.2	16.2	16.0	15.2
Precipitación mm	113.0	110.2	83.7	83.5	34.2
Textura de suelo	Areno arcilloso				
Nitrógeno	Urea				
Fósforo	Fosfato diamónico				
Potasio	Cloruro de potasio				

Por el tipo de cultivo el programa determina que es de fotosíntesis tipo C3, y la temperatura promedio es de 16.12 grados centígrados en el ciclo de crecimiento, con temperaturas de 16.2, y 16.0 grados centígrados en el crecimiento reproductivo y primera parte del llenado del grano, respectivamente (Cuadro 2). Determina que el ciclo será de 134 días, ocurriendo la diferenciación floral a los 32 días después de la siembra. Que la precipitación en el ciclo es de 424.6 milímetros, 110.2 y 83.7 milímetros en el crecimiento reproductivo y la primera parte del llenado de grano, respectivamente.

**Cuadro 2. Aspectos del cultivo determinados por la aplicación**

Aspecto	Información	
Tipo de fotosíntesis	C3	
Temperatura promedio °C	16.12	
Precipitación en el ciclo mm	424.6	
Etapas de crecimiento	Crec. reproductivo	Llenado grano
Temperaturas en periodos, °C	16.2	16.0
Precipitación en periodos, mm	110.2	83.7

Con esta información el programa selecciona las ecuaciones que calculen la cantidad de nutrimentos requeridos para el cultivo bajo las condiciones de crecimiento establecidas. Estas ecuaciones relacionan las cantidades de nutrimentos requeridos por el cultivo, de acuerdo a la humedad y la temperatura. Hace ajustes a los nutrimentos por el tipo de suelo.

Paso siguiente, la aplicación calcula la cantidad de fertilizantes requeridos por hectárea, de acuerdo a los fertilizantes fuente de los nutrimentos. Esta es la información que se proporciona al usuario de la aplicación. Así mismo, la aplicación hace una recomendación de la densidad de población a establecer, y cuándo los fertilizantes deben ser aplicados para el buen crecimiento del cultivo (Cuadro 3).

**Cuadro 3. Formulación de nutrimentos, cantidad de fertilizantes a aplicar por hectárea, época de aplicación y densidad de población recomendada por la aplicación**

Aspecto	Recomendación por la aplicación	
Formulación	93-35-25	
Fertilizante Kg/ha	Urea	172
	Fosfato diamónico	76
	cloruro de potasio	50
Aplicación	Nitrógeno	1/3 en siembra 2/3 en 3ra hoja
	Fósforo	Toda en siembra
	Potasio	Toda en siembra
Densidad de población plt/ha	Frijol	135,865

La aplicación proporciona la cantidad de nutrimentos requeridos de acuerdo a la cantidad de información proporcionada, también el momento fenológico de aplicación y su fraccionamiento. Propone la densidad de población del cultivo. Como la aplicación está construida en Visual Basic 2010, trabajará sobre la plataforma de Windows en PCs o laptops.

## **Conclusiones**

Este prototipo de aplicación responde la pregunta: ¿qué cantidad de fertilizantes aplicar para un cultivo? Lo hace de acuerdo a la información que se proporciona. Entre más detallada sea la información, más factores se considerarán y las respuestas serán también más detalladas. Trabaja en la plataforma más popular de la mayoría de las computadoras.

## **Literatura citada**

Christophe Lecomte, A. B., Christine Bouchard, and Marie-Hélène Jeuffroy. 2005. Nitrogen Remobilization during Grain Filling in Wheat: Genotypic and Environmental Effects. *Crop Sci.* 45:1141–1150.

Costa Crusciol, C. A., Rogério Peres Soratto, Laerte Marques da Silva & Leandro Borges Lemos. 2007. Fontes e doses de nitrogênio para feijoeiro em sucessão a gramíneas no sistema plantio direto. *R. Bras. Ci. Solo*, 31:1545-1552.

Halvorson, M. 2010. Visual Basic 2010. Microsoft Press. Redmond Washington. 544 pp.

*Jonás Torres Montealbán y Ana María Enriqueta Sánchez Romero*

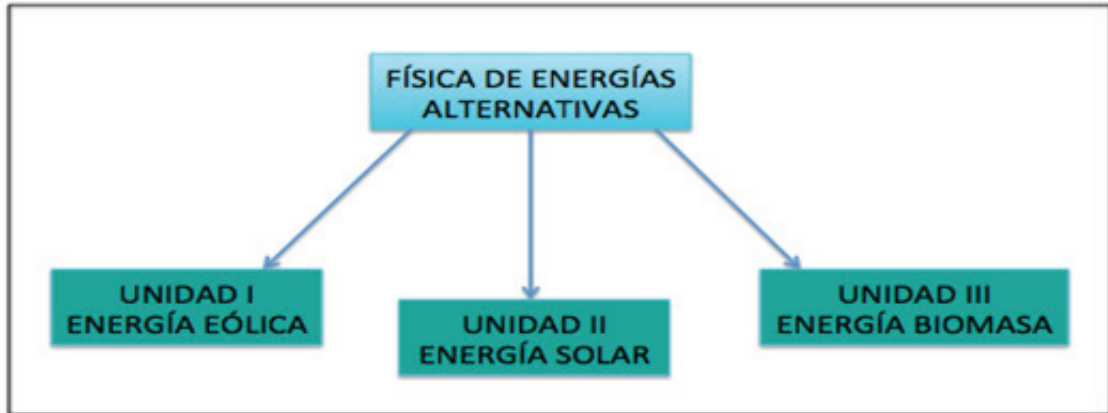
# **FÍSICA DE ENERGÍAS ALTERNATIVAS. CURSO UTILIZANDO LA PLATAFORMA EDUCATIVA MOODLE: DIDÁCTICA EXPLORATIVA**

## **Introducción**

En la actualidad el uso de la tecnología ha penetrado todos los ámbitos del quehacer humano, el uso de la computadora e internet es útil a todos los niveles. La educación no es la excepción y tener acceso a dichas herramientas o por lo menos ser un buen usuario es una competencia básica. Es importante desmitificar que únicamente el contacto visual entre profesor-alumno proporciona una comunicación didáctica más directa y humana que a través de cualquier sistema de telecomunicaciones. Considerar por otro lado, principios importantes como: la participación y la responsabilidad directa del alumno con su propio proceso de formación; favorecer el diseño de modelos de trabajos independiente y autónomos; permitir formas de presentación de la información adaptadas a las necesidades y características particulares de cada receptor; favorecer por los medios de conectividad electrónica la interacción entre usuarios junto a la interacción con los medios; y asumir como valor significativo una perspectiva procedimental y metodológica de la enseñanza por encima de una perspectiva centrada exclusivamente en los productos que se alcancen, y concederle la máxima significación a los contextos y ambientes donde el aprendizaje se produce. La figura 1, muestra las temáticas del curso de Física de Energías Alternativas.

Universidad Autónoma Chapingo, Kilómetro 38.5 carretera México-Texcoco sin número jonastom68@yahoo.com.  
mx; terricolaamsr@hotmail.com

**Figura 1. Programa de Física de Energías Alternativas en el nivel Propedéutico de la UACH**



Es importante que la incorporación de las nuevas tecnologías a los centros de enseñanza, considere aspectos para facilitar dicha incorporación: presencia, formación de profesores para su uso, modificación de la concepción escolar, modelos organizativos que faciliten su incorporación y recursos adecuados. En la Universidad Autónoma Chapingo no se han incorporado recursos didácticos que hagan uso de las TIC's, para apoyar la planeación educativa desde profesores de Física. En este sentido es importante capacitar a los docentes en el uso de las TIC's y tener claro el poder de las nuevas tecnologías de la información y comunicación, formar no sólo para la utilización instrumental, sino también pedagógica, considerar que los docentes no sólo son consumidores de medios, sino también diseñadores y productores.

Actualmente se ha observado cómo diferentes modelos de enseñanza y aprendizaje han evolucionado cuando las posibilidades de acceder a las tecnologías es la adecuada. Es claro que estamos en una etapa de rápido desarrollo tecnológico y de nuevos y profundos hallazgos sobre la vida y el aprendizaje en contextos interconectados de la ciencia y en particular de la Física. El uso de las TIC's ha evolucionado durante varias generaciones, conforme nuevas posibilidades se abren, es posible explorar y capitalizar diferentes aspectos del proceso de aprendizaje en la planeación y desarrollo de ambientes virtuales de aprendizaje y análisis de información mediante una didáctica explorativa que promueva la comprensión de conceptos físicos en entornos cautivadores, educativos de la ciencias y promover su habilitación dentro de los dinamismos comunicativos y con ello su socialización.

La educación mediada por tecnología, como todos los demás desarrollos técnicos-sociales están históricamente constituidos en los patrones de pensamiento y conducta de quienes desarrollaron e implementó como neo-tecnología o neo-entorno educativo. En este sentido, al desarrollar un espacio virtual de aprendizaje que facilite la comprensión de conceptos de Física de Energías Alternativas a estudiantes de nivel propedéutico de la UACH, se plantearon las siguientes preguntas:

1. ¿En qué medida se pueden identificar las dificultades de aprendizaje y las competencias adquiridas en el curso de Física de Energías Alternativas de nivel Propedéutico de la UACH, mediante el uso de fichas explorativas?
2. ¿En qué medida puede una Didáctica Explorativa y las TIC's pueden ser una alternativa para investigar y documentar el seguimiento e intervención del programa de Física de Energías Alternativas del nivel Propedéutico de la UACH?
3. ¿Se pueden monitorear los aprendizajes e identificar los nudos (dificultades de aprendizaje) mediante fichas explorativas y la Plataforma Educativa Moodle para el estudio de la Física de nivel Propedéutico?

Hasta el momento contamos con recursos humanos, algunos de los materiales y otros virtuales; pero falta su conjunción, amalgamar, a partir de una visión sustentada por el conocimiento del fenómeno social que permite educar en los espacios no escolarizados, ni presenciales. Desarrollar y planificar en un proceso académico guiado, pero siempre perfectible, por los objetivos del proyecto de espacio virtual de aprendizaje de la Física, en la Universidad Autónoma Chapingo para nivel Propedéutico.

Objetivo general: Investigar para proyectar un espacio virtual de aprendizaje con visión integral y actualizable de vivencias exploratorias, que permitan monitorear competencias adquiridas e identificar dificultades de aprendizaje en el estudio de conceptos de Física. Los objetivos específicos: Evaluar, analizar y desarrollar el proyecto del espacio virtual, complementariamente a la educación formal que se imparte en la Universidad Autónoma Chapingo. Derivar explicaciones que permitan mayor comprensión de los fenómenos de comunicación social con énfasis en la implementación de procesos dialógicos en oposición a las propuestas de monólogo, discursos verticales que no inciden positivamente en la generación de una mejor cultura de las ciencias. Nuestro interés inmediato se encuentra centrado en la Física que incida en educación ambiental en la temática de energías alternativas. Generar propuestas metodológicas locales que permitan referentes para otras experiencias en sus propios contextos.

Hipótesis: Sí la comprensión de la Física a través de explorar y documentar el logro de competencias y las dificultades de aprendizaje con el uso de las TIC's logran ser herramientas de diseño, reflexión y recopilación de datos sobre los procesos de aprendizaje de los estudiantes, sólo entonces podrá afirmarse como un espacio virtual de enseñanza-aprendizaje. Para lo cual se requieren del diseño didáctico del espacio que coadyuve a dicho objetivo de comunicación educativa de la Física que incluyan representaciones narrativas y visuales que comporten y aporten contenidos científicos, argumentación accesible, interesante, convincente y atractiva. Hacia mejorar la cultura en ciencias de sus usuarios (estudiantes y docentes).

Las nuevas tecnologías aportan múltiples posibilidades pedagógicas de comunicación. A pesar de que existe una tradición en el sentido de que el pensamiento cognitivo-constructivista se deriva de la construcción personal de conocimiento, desarrollada en gran medida por Piaget y sus seguidores, las raíces del modelo constructivista más ampliamente aplicado en la actualidad surge del trabajo de

Vygostky. Dichos desarrollos se conjugan en la amplia categoría del constructivismo social. A partir de proceso de exploraciones que aporte explicaciones para una mayor comprensión de la interacción con fines educativos, de la comunicación social con énfasis en la implementación de procesos dialógicos para desarrollar espacios de comunicación en el aprendizaje de la Física que funcione complementariamente a la educación que se ofrece formalmente en la Universidad Autónoma Chapingo.

La socialización de la ciencia que practicamos, concibe sus resultados ubicados en su contexto socio-histórico es decir en la vivencia; además debe favorecer la comunicación que promueva diálogo entre sus participantes para conformar opinión en el ámbito; aspecto por sí mismo es excelente y es deseable como objetivo de la democratización de la ciencia. La metodología de investigación será un recurso del propio diálogo: las estrategias y medios que utilizaremos son fichas explorativas que se pueden clasificar en tres grupos: las fichas fenomenológicas, para la exploración de los fenómenos de estudio y su caracterización con leyes empíricas; fichas conceptuales, que construyen el concepto explorando diferentes hipótesis de interpretación y sus consecuencias; fichas sobre el formalismo, que guían a los estudiantes a la representación matemática de los conceptos observables. En nuestra investigación la ficha explorativa realizan una triple función descrita como: 1) En la estrategia de enseñanza-aprendizaje es un recurso para dinamizar acceso a contenidos, propiciar vivencias de reflexión ante fenómenos físicos, promover una secuenciación en los procesos de conceptualización; y visto conjuntamente favorece así la resignificación de contenidos y con ello el cambio conceptual que constituye el aprendizaje.

2) En la investigación educativa es un instrumento de muestreo y de registro que contiene un formato que permite recoger información de manera sistemática acorde a cada etapa del proceso de investigación y el de intervención y diseño que se van dando paralelamente. 3) Además es registro que puede ser utilizado para evaluar tanto al estudiante como al profesor, a los propios recursos didácticos, al espacio educativo y a la estrategia de enseñanza-aprendizaje.

Para detectar aprendizaje sobre contenidos de Física de Energías Alternativas, a partir de cambio conceptual. En la búsqueda de dicho proceso de resignificación conceptual identificamos las siguientes etapas: a) Es preciso que exista insatisfacción con los preconceptos. b) La nueva concepción debe ser inteligible, esto es, el alumno debe entender el modo en que la nueva concepción puede estructurar las experiencias anteriores. c) La nueva concepción debe parecer inicialmente plausible. Esta condición es especialmente difícil de cumplir a veces, dado que algunas teorías científicas tienen aspectos que son contraintuitivos. d) La nueva concepción debería ser útil, es decir, debería sugerir nuevas posibilidades de exploración y debería proporcionar nuevos puntos de vista al alumno. La nueva concepción debe resolver los problemas creados por su predecesora y explicar nuevos conocimientos y experiencias.

Esta visión del cambio conceptual en el aprendizaje de las ciencias se inspira, en parte, en las concepciones epistemológicas de Kuhn y Lakatos.



## Metodología

Mediante fichas de trabajo explorativas se busca la construcción de núcleos de conocimiento, vivencias experimentales y desarrollar material didáctico, que ayuden a abordar el curso de Física de Energías Alternativas de una manera didáctica y gestionable tanto para profesores como para los estudiantes. La figura 2, muestra características de la estrategia de didáctica explorativa.

**Figura 2. Didáctica explorativa como estrategia educativa para abordar los contenidos de Física de Energías Alternativas**



La importancia de nuestro estudio radica así en el hecho de que en el uso del lenguaje se proceden los cambios que produce el nuevo aprendizaje de conocimiento; la representación y la interpretación de los conceptos son esencialmente una acción social en su uso discursivo y una apropiación subjetiva del mundo natural para realizaciones empíricas. La cultura en ciencias, en Física, no es ajena a esto. Las concepciones coherentes a los conocimientos científicamente aceptados por las comunidades científicas se tendrán que construir, interiorizar, a partir de procesos que muy posiblemente impliquen cambios conceptuales.

El análisis de las fichas explorativas debe así identificar qué palabras y qué categorías se usan con respecto a qué fenómenos, con qué finalidad y en qué momento y contexto son usadas; qué alternativas y significado se le da en la narrativa de una vivencia o suceso. Como las operaciones dialógicas cambian los eventos en historias personales significativas y las historias son discursos e interpretación del mundo. Para nuestro caso, con aprendizaje de Física.

El recurso central sobre la cual se sustenta nuestro modelo de análisis explorativo, parte de la propuesta de Marisa Michelini y Alberto Estefanelli, donde las fichas explorativas hacen referencia al siguiente modelo general, la figura 3, muestra los elementos de cada una de las fichas explorativas. A. El problema; se presenta brevemente el problema que forma el punto de ataque de la dificultad conceptual que se quiere tratar con la ficha. B. La situación; el problema se contextualiza en una o dos situaciones experimentales, cada una de las cuales permite superar un micro paso conceptual bien definido. C. La predicción; para cada situación los estudiantes prevén el resultado del experimento, ya sea real o ideal, sea con respecto a algún aspecto cuantitativo o cualitativo. D. El experimento; los estudiantes realizan el experimento o la observación experimental simple, con miras al aspecto particular seleccionado y describen sus aspectos esenciales. E. La comparación; los estudiantes comparan predicciones y resultados de la exploración realizada para identificar semejanzas y diferencias. F. Las conclusiones; la exigencia de un resumen de los objetivos conceptuales, logros en el micro paso concluye la actividad propuesta en la ficha y da paso a nuevas preguntas, es decir dirige el análisis de nuevos problemas.

Figura 3. Cada una de las fichas de investigación explora los 6 aspectos



Para el análisis de cada una de las fichas se seguirá el siguiente lineamiento propuesto:

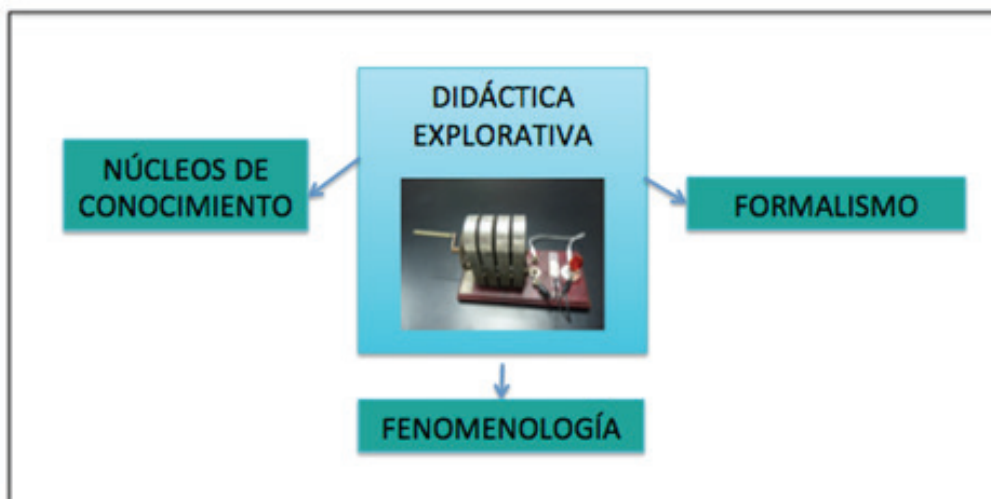
- Etapa uno: preguntas de investigación

- Etapa dos: Selección de la muestra
- Etapa tres: diseño de la ficha pertinente.
- Etapa cuatro: recogida de datos.
- Etapa cinco: contrastación.
- Etapa sexta: la codificación
- Etapa siete: el análisis.
- Etapa ocho: la validación.
- Etapa nueve: el reporte

## Caracterización de la investigación

Es una investigación cuantitativa, cualitativa, evaluativa de tipo semi experimental con una recogida de datos con técnicas de tipo cuantitativo del tipo: a) test de lápiz y papel y b) evaluaciones alternativas c) fichas explorativas. El proyecto se enmarca en el desarrollo de un espacio virtual de aprendizaje de la Física de nivel pre licenciatura en la Universidad Autónoma Chapingo y toda la información se analiza, se recupera y se decide pedagógicamente con base en la propuesta explorativa del seguimiento del aprendizaje en el espacio virtual. Se tienen asignados y definidos ciertos controles sobre los grupos de estudio para poder identificar el efecto de espacio virtual y/o de estrategia de enseñanza.

**Figura 4. Cada una de las etapas explora la fenomenología o la experiencia que tienen los estudiantes sobre fenómenos físicos y su conceptualización**



Se podrán describir algunas situaciones que ocurran mediante la comparación y el análisis de la información resultante, figura 4. La población que investigamos está constituida por estudiantes de

nivel Propedéutico de la UACH y sus Centros Regionales Foráneos; que cursan la materia de Física de Energías Alternativas de nivel Propedéutico, entre las edades de 17-19 años aproximadamente.

## **Conclusiones**

Con investigación mixta tanto cuantitativa como cualitativa activamos el modelo denominado didáctica explorativa, para valorar el efecto del espacio virtual y la propuesta de enseñanza en ciencias naturales-exactas (Física de Energías Alternativas).

Se obtendrán resultados locales a través del análisis y comparación de la información recogida; que aportará elementos a considerar en otros contextos educativos.

La investigación promoverá el desarrollo de un espacio virtual de aprendizaje de la Física de nivel Propedéutico en la Universidad Autónoma Chapingo y toda la información se analiza, se recupera y se decide pedagógicamente con base en la propuesta explorativa del seguimiento del aprendizaje en el espacio virtual.

## **Literatura citada**

Ausubel, D. P, Novak J. D. y Hanesian H. E. 2005. Psicología Educativa, un punto de vista cognitivo. 16ª reimpresión Editorial Trillas, México.

Díaz Barriga, F y Hernández, G. 2002. Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Mc Graw-Hill, México.

Eggen P. D. y Kauchk D. P. 2005. Estrategias docentes, Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades de pensamiento. Fondo de Cultura Económica, México.

Michellini M. y Estefanelli A. 2012. Taller de Física Moderna, Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Iztapalapa, México D.F.

Heredia B. A. 2003. Manual para la elaboración de material didáctico. Editorial Trillas S. A. de C. V., México.

Hierrezuelo M. J. 2002. La Ciencia de los Alumnos, Editorial Laia, Distribuciones Fontamara, México.

Hewson W. P., Beeth E, M, and Thorley R. N. 1998. Teaching for conceptual change, in Fraser J. B. and Tobin G. K., Ed. International Handbook of Science Education. Kluwer Academic Publishers, London.

Montera F. 2002. Educación a Distancia y Diseño Instruccional. Ediciones Taller Abierto S. C. P., México.

Pozo, J. I. y Gómez M. A. 2004. Aprender y enseñar ciencia; del conocimiento cotidiano al conocimiento científico, Ediciones Morata, S. L., Madrid.

Quesada R. C. 2005. Cómo planear la enseñanza estratégica, Editorial LIMUSA, S.A. de C.V., Grupo Noriega Editores, México.

García L. A., T. 2010. ¿Se sigue dudando de la educación a Distancia? REOP. Vol. 21, N° 2, 2º Universidad Nacional de educación a Distancia, España.

Zarzar Ch. C. 2004. Habilidades básicas para la docencia. Grupo Editorial Patria, México.

Kuhn, Thomas The Structure of Scientific Revolutions 2ª. Ed. Aumentada, The University of Chicago Press, Chicago, 1970.

*Fernando Rojano Aguilar*<sup>1</sup>

# PROPOSAL OF A WATERBED AS A HEAT EXCHANGER FOR DAIRY COWS

## **Introduction**

Investigations about climate consequences have demonstrated that, simultaneously to lessening welfare, heat stress can decrease significantly productivity in milk production and fertility rates (Yousef, 1985; Hansen and Arechiga, 1999; Barash, *et al.*, 2001; Bouraoui, *et al.*, 2002; West, 2003; Bohmanova, *et al.*, 2007; Piccioli, *et al.*, 2009; Thatcher, *et al.*, 2010). In contrast to food and management which can be provided unvaryingly during the year, climatic conditions will oscillate seasonally, subject to the local weather, and become a driving factor for determining profits. The present work is focused on improving life conditions, especially by the addition of an innovative cooling system using conduction. The motivation to add a new cooling mechanism is the expected reduction of climate impact in dairy productivity. Unsuitable climate will cause heat stress, a physiological response from cows, reducing cows' welfare and productive capacity. Armstrong, 1994 investigates heat stress, finding that is going to be present when temperature is above 23°C or 31°C for 100% and 0% relative humidities, respectively.

<sup>1</sup>Graduate Student, Department of Agricultural and Biosystems Engineering, The University of Arizona, Tucson, AZ, 85721 U.S.A. E-mail: rojano@email.arizona.edu

Climatic conditions in barns, that is temperature and humidity, have been previously investigated (Armstrong, 1994 and Thatcher *et al.*, 2010), identifying a thermo neutral zone and a heat stress scale evolved from observations. An index, combining temperature and humidity (THI), serves to specify heat stress intensity. Even though, effects from breeds, age, food and management will affect the THI estimation (West, 2003), its value gives a reliable status of the cow's welfare based on climate, helping to know what dairies are exposed to heat stress. The intensity of that heat stress and the time of exposure are the primary factors indicating how severe the physiology modification can be (Armstrong, 1994); however, the frequency and variability cause heat stress repercussions for the long term. Initial reactions from the cow are oriented to the available cooling mechanisms that a cow has. For instance, they are going to sweat, and a higher rate of blood flowing to the skin helps to release higher rates of heat to the environment (Collier and Collier, 2012). In a long term, some other consequences are going to be present such as reduction in milk produced (Barash, *et al.*, 2001) and feed intake rates with simultaneous deterioration in health. Additionally, it affects gestation of cows (Thatcher, *et al.*, 2010, Hansen and Arechiga, 1999).

The present investigation analyzes heat stress as a heat and mass transfer problem. A pioneer work, (Wiersma and Nelson, 1967) having this view, investigates effects of ventilation on cows. Later on, investigation produced interest since operation of cooling equipment in dairies caused high costs due to energy prices. Then, several projects involved experiments, simulations and proposals of models to solve heat stress problems and to reduce costs in dairy operation such as McGovern and Bruce, 2000; Gebremedhin and Wu, 2001; Gebremedhin and Wu, 2002; Gebremedhin and Wu, 2005; Jiang, *et al.*, 2005; Maia, *et al.*, 2005; Norton, *et al.*, 2007; Norton, *et al.*, 2009; Gebremedhin, *et al.*, 2008; Berman, 2009; Berman, 2010; Gebremedhin, *et al.*, 2010; Norton, *et al.*, 2010 and Gomes da Silva, *et al.*, 2011. These efforts consider cooling capacity of the equipment; the cow's physiological reaction once it is exposed to a particular climate; barn climate modeling and interaction of the cow with its surroundings.

One of the methods used to investigate climate and their corresponding heat fluxes is Computational Fluid Dynamics (CFD). This tool has the capability to combine heat and mass transfer. Even more, it can include user defined functions to represent special phenomenon such as sweating; a work of Mondaca, *et al.*, 2012 is an example. CFD includes in its study all the cooling mechanisms which can be split in convection, evaporation, radiation and user defined functions simultaneously. Although, there is a significant influence of those cooling mechanisms, a scenario with a cow lying down affects cooling. Even more, observations of the time spent in this position can reach 50% per day (Tolkamp, *et al.*, 2010).

Recent investigation about this scenario has been carried out by Bastian, *et al.*, 2003, finding from experiments, that the effects of cooling by conduction can represent up to 19% of the total. Further investigation using CFD by Rojano, *et al.*, 2011 has demonstrated that conduction can release heat up to 90% of the total. An improved model by Mondaca, *et al.*, 2012 including sweating and humidity in the environment also determined a contribution by the conductive cooling device go up to 70%. This

work analyzed the cow-environment interaction, taking into account the four paths for heat transfer: convection, radiation, evaporation and conduction. Motivation described before drives this work for a proposal of a conductive cooling system. In the first place, it considers the cooling requirements for cows. In the second place, the device proposed is evaluated by means of CFD. In the third place, a set of experiments verifies the CFD outcomes. And also, this work introduces cooling variations due to the main variables involved and the way to adjust them.

## Materials and methods

Cows may rest for about 12h during a day and it is considered as the cow's natural behavior and then this will happen over more than 5 resting occasions (Osterman and Redbo, 2001; Manninen, *et al.*, 2002; Veissier, *et al.*, 2004; Cook, *et al.*, 2008; Provolo and Riva, 2008; Tolkamp, *et al.*, 2010); depending on the freestall conditions and dairy management. It is expected that cows with comfortable bedding material will spend more time resting. However, such time reaches a limit since cows should walk and move during the day. Under these conditions, the time spent resting will also provide the opportunity to operate a conductive cooling system, interacting with the cow body by creating an interface between the cow skin section in contact and floor. Based on observations, there is an area exposed to the floor for about 20% of the total skin (Bastian, *et al.*, 2003) and minor changes may occur when the cow does not recline perfectly. The surface to be cooled in the freestall floor will be assigned to each cow; matching the freestall arrangement. This device is simulated and tested with water as a coolant at constant temperature and flow rate. Heat fluxes found will indicate feasibility of the waterbed, taking into account sand as bedding material.

### *Design of the conductive cooling system*

Dimensions of the device are based on a cow weighing 600 kg. Such a cow will have a total skin surface of approximately 5.6 m<sup>2</sup> (McGovern and Bruce, 2000). Given that 20% of the total skin is exposed to the floor, implies 1.12 m<sup>2</sup> as the target area to cool. In that regards, the device has width of 80cm and length of 140cm, taking into account the standards for body and freestall dimensions indicated in ASABE Standards, 2010. Material used for the waterbed prototype and the bedding material are mentioned in Table 1. Thermal properties such as sand specific heat is based on Mampaey, 1990; Papadikis, *et al.*, 2009; Shusaku and Matsubayashi, 2009; Papadikis, *et al.*, 2009b; Papadikis, *et al.*, 2010. Density is found from measurements in the sand used. Sand thermal conductivity was found in experiments; since sand particle size, moisture content and its composition affects it. Nonetheless, sand thermal conductivity found agrees with previous investigations from Smits, *et al.*, 2010 and Haigh, 2012. Thermal conductivity is found following equation 1.

$$q = k \frac{\Delta T}{\Delta z} \quad (1)$$

Where: q is heat flux, in W/m<sup>2</sup>.  $\Delta T$  is temperature difference between the two surfaces, in °C.  $\Delta z$  is distance between the two surfaces, in m. Equation 1 estimates the maximum total heat flow possible



between two surfaces. An average of five measurements finds that thermal conductivity is respectively 0.9, 2, 2.6 and 3.05 W/m-°C for 0.5, 5, 10 and 15% of moisture content based on weight. Moisture content is found according to the standard ASTM D2216-10.

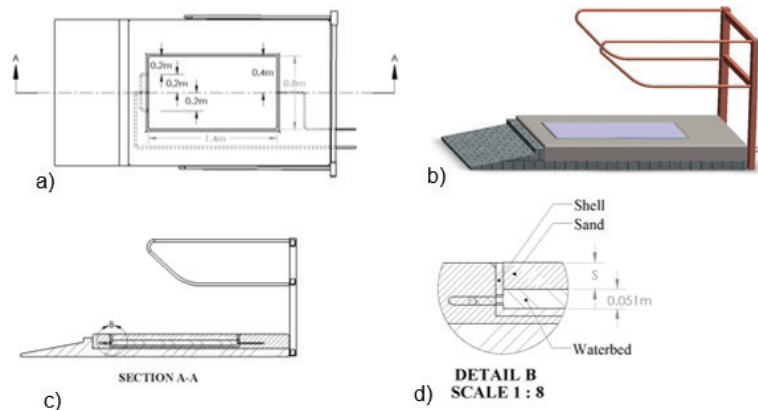
Dimensions and locations of the heat flux sensors and thermocouples to find sand thermal conductivity are described in figure 3b and 3d. Specifications of sensors used and conditions of the experiments are described in the experimental set up section.

The waterbed has three inlets distanced 20cm between them at its left side and an outlet at the center at its right side (see figure 1). Diameter of the inlets and outlet pipe is 1.6 cm. The material used is aluminum alloy 5052 with 0.2 cm thickness. This prototype is designed to demonstrate cooling capacity and minor changes to reinforce the waterbed to allow a cow to stand on it can be considered in the next stage.

**Table 1 Material parameters**

Aluminum	Density (kg/m <sup>3</sup> )	2719
	Specific heat (J/kg-°C)	871
	Thermal conductivity (W/m-°C)	202.4
Sand	Density (kg/m <sup>3</sup> )	1668
	Specific heat (J/kg-°C)	835
Water	Density (kg/m <sup>3</sup> )	998.2
	Specific heat (J/kg-°C)	4182
	Thermal conductivity (W/m-°C)	0.6
	Viscosity (kg/m-s)	0.001003

**Figure 1. Waterbed specifications**



The waterbed, as a heat exchanger, is analyzed using CFD following the equation 2, which provides numerical solutions and deals with the steady state convection-conduction problem.

$$(\partial u_j \phi) / (\partial x_j) = \partial / (\partial x_j) (\Gamma_\phi \partial \phi / (\partial x_j)) + S_\phi \quad (2)$$

where  $x$  is the component for the  $u$  velocity in the direction  $j$ .  $\phi$  is the variable of interest, either velocity (m/s) or temperature ( $^{\circ}\text{C}$ ).  $\Gamma_\phi$  is the diffusion coefficient and  $S_\phi$  is the source term (external forces or heat generation). Sand considered in this investigation is sieved to find particle size and distribution following the standard ASTM D6913–04. Based on these outcomes and following the ASTM D2487-11 for soil classification, the type of sand corresponds to the poorly graded sand (SP) group name; considering a cumulative particle-size distribution curve.

#### *Variables in the conductive cooling system*

This problem assumes there are homogenous thermal properties, adiabatic conditions and fixed dimensions, to determine what the heat fluxes are. It includes a convection section with laminar conditions at the waterbed and a conduction section for heat transfer at the bedding material. From both sections, the more important variables determining the heat fluxes are: coolant water temperature and its flow rate, sand layer thickness and its moisture content. Sand effects are investigated in order to know what the convenient depth to place the waterbed is. Coolant water temperature and its flow rate effects are discarded due to energy demand.

### **Numerical solution**

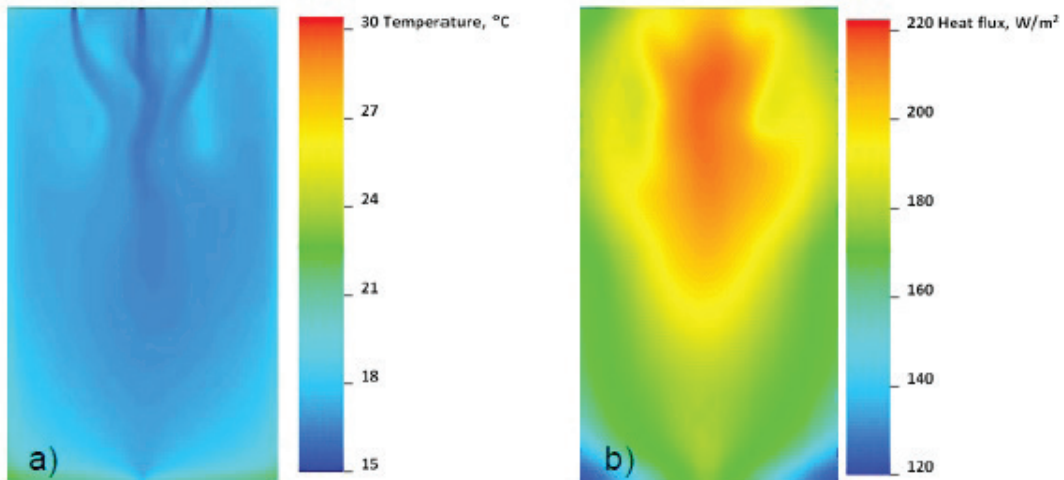
The waterbed and sand are evaluated in a three dimensional CFD model approach. A mesh is generated for the geometry showed in Figure 1. The waterbed geometry aspect ratio is ( $L/h \cong 27$ ). The generation of the mesh is using Meshing from Ansys, 2012 using tetrahedral cells. It has a refinement at the interface between the fluid and solid, with inflation growing at a rate of 1.05 for 20 and 25 layers for the fluid and solid sections, correspondingly. The first layer thickness is set to 0.15cm. The mesh for 7.6cm of sand requires  $\sim 900,000$  cells with skewness of 0.2 and maximum aspect ratio of 47.

The waterbed has undeveloped laminar conditions, justified by a low Reynolds number, between 39 and 272 for 1L/min and 7L/min, correspondingly. There are adiabatic side and bottom walls; the interface between the waterbed and sand is set with a coupled wall thickness of 0.2cm with the specifications for the aluminum. No external pressure effects are considered and there are no-slip conditions at any wall. Water inflow enters axially to the waterbed in laminar conditions. A 3D solver is used with a first order upwind for momentum and energy. The pressure-velocity coupling algorithm follows the SIMPLE scheme to obtain the fluid dynamics field. Material properties used for simulations are mentioned in Table 1. Solution was found at double precision in steady state conditions in an iterative solution. Energy balance after simulations is getting residuals in the order of  $10^{-3}$ . A constant temperature is set at the top surface of sand representing cow skin temperature ( $35^{\circ}\text{C}$ ). The three inlets supply water evenly distributed at constant temperature and flow rate to the waterbed.

Temperature contours of the CFD simulation for sand layer thickness of 7.6cm, moisture content of

0.53% and water provided to the heat exchanger at 1L/min and 15°C are shown in Figure 2a; corresponding to the top view of the waterbed at water inlet level. There is a known effect of the water jet inlet and afterward its path followed influence the heat fluxes contours, as described in figure 2b). Assuming a cow reclines in the center, a higher efficiency is expected since cooling capacity at the border is lower. However, a cow may lie down randomly within the freestall and an unpredictable pattern makes it a challenge to suggest the best heat flux contours.

**Figure 2.a) Temperature at the level of water inlets and b) sand heat fluxes for 7.6cm (3in) sand thickness and 0.5% of moisture content**



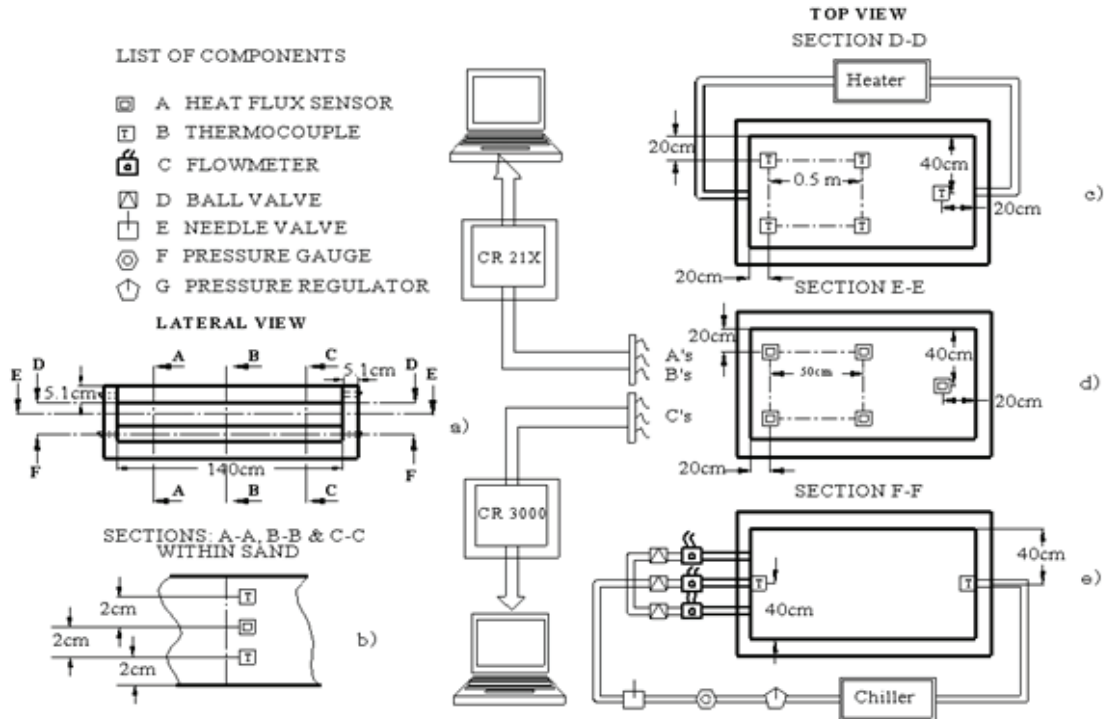
### *Experimental validation*

The waterbed is placed in a carbon steel platter with 82.5cm width, 142.5cm length, and 18cm height. The gap between the waterbed and platter is filled with foam of 1.27cm thickness in each one of the sides, but the bottom is covered with foam 5.1cm thick. Additionally, external side walls of the platter are covered with foam of 3.81cm thickness. On top of the waterbed there is a carbon steel frame with 80cm width, 140cm length and 16cm height to retain the layer of sand. That frame is also covered with 5.1cm thick foam. Degree of insulation corresponds to 10R-value units which implies to loss heat in a rate of 6.8W; computed from a temperature difference of 9°C between the environment and the waterbed surface. The assembly of the parts is illustrated in figure 3a); where views A-A, B-B and C-C are detailed sections within sand to find out sand thermal conductivity. D-D section, specified in 3c, regards to the bottom of the upper tank where temperature representing the cow skin is monitored. E-E section regards to sand, shown in figure 3d, in conjunction with figure 3b indicate locations of the heat flux sensors and thermocouples. F-F section is about the waterbed, figure 3e indicates thermocouples, flowmeters, pressure gauge and valves required.

## Sensors, placement equipment and operation

Data coming from heat flux sensors and thermocouples are sent to a CR21X data logger, and from there, data is transmitted to a computer. Data coming from flowmeters are sent to a CR3000 data logger; after which the experimental data is stored in a computer. Data is logged each two minutes for all the sensors.

Figure 3. Experimental set up.



Water supplied to the waterbed, coming from a chiller, is set at 15°C. It passes through a pressure valve regulator and a pressure gauge to assure there is low pressure (less than 5psi). After that water runs to a needle valve setting a flow rate of 1L/min and pipe is split in the three inlets (see figure 3e). In each one of the three inlets there is a ball valve, and then, a flowmeter to equalize even flow rate distribution. A FTB600B ultra low flowmeter sensor from Omega Engineering Inc is used. One thermocouple type K is placed at in the center of waterbed inlet; another one is placed at the waterbed outlet, in order to measure water temperature increase. Water exiting from the waterbed will go back to the chiller. Details of the set up are shown in section F-F.

Water supplied to the waterbed at a flow rate of 1L/min will cause laminar conditions. Periodic oscillations may occur since slight minor changes in water supply or vibrations may have effects in an undeveloped laminar conditions for the geometry specified. A set of 5 thin film heat flux sensors HFS-4 from Omega Engineering Inc is placed within the sand with characteristics aforementioned. Within sand, two thermocouples are placed on top and below of the heat flux sensor in order to determine the thermal conductivity of sand; locations are indicated in figure 3b and 3d. The five heat flux gauges have the following characteristics: sensitivity is  $1.8\mu\text{V}/\text{W}/\text{m}^2$ ; thermal resistance is  $0.004^\circ\text{C}/\text{Wm}^2$ ; the thermal capacitance is  $1000\text{W}\cdot\text{sec}/\text{m}^2\cdot^\circ\text{C}$ ; and the time response is 0.7s. Thermocouples used are type K.

Cow skin is represented by setting water temperature on top of sand to  $35^\circ\text{C}$ . A plastic sheet on top of sand with  $178\mu\text{m}$  thickness will retain water with 5.1cm depth. That water moves in recirculation at a rate of 6L/min from and to a heater in order to keep a constant temperature. There are five thermocouples type K at the top of sand in order to verify the  $35^\circ\text{C}$  and its homogeneity; spots are shown in figure 3c. Thermocouples and heat flux gauges are covered with thermal grease Omegatherm from Omega Engineering Inc in order to keep stable readings. That thermal grease has thermal resistance of  $0.71\text{W}/\text{m}\cdot^\circ\text{C}$ .

### ***Computational fluid dynamics and experiments***

In this section numerical solutions are compared against experimental results. In first place, the 3D simulations considers three representative cases, covering the range of humidity in sand and figure 4 shows what are the coolant temperature gradients at level of inlets and also its corresponding heat flux contours, following the features mentioned in the numerical solution which match with those specified in the experimental set up (figures 1 and 3). Material thermal properties are taken from Table 1. Dry sand (0.5% of moisture content) has been aforementioned.

Heat flux values are taken from five locations indicated in figure 3d. In the other hand, experimental results require to obtain heat flux values from the same locations. Three repetitions were executed in each case, maximum and minimum values are shown in figure 5, including CFD outcomes. A reason to choose the five locations specified in figure 3d is convergence between the average in heat flux for the entire surface of sand and the values obtained at the five locations, using data obtained from CFD.

Error found is less than 6% between them.

The heat flux sensor HF5 measurements are higher than values obtained from CFD, one of the causes is due to the challenge to represent in CFD mixture of the three water jets in undeveloped laminar conditions.

Figure 4. a) - c) Coolant temperature at the level of inlets, d) - f) heat flux contours at top of sand, for 5, 10 and 15% of moisture content, correspondingly, in 3in of sand.

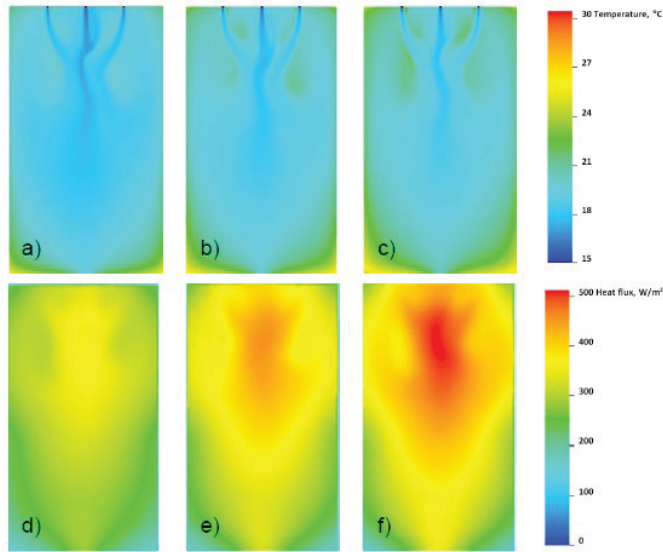
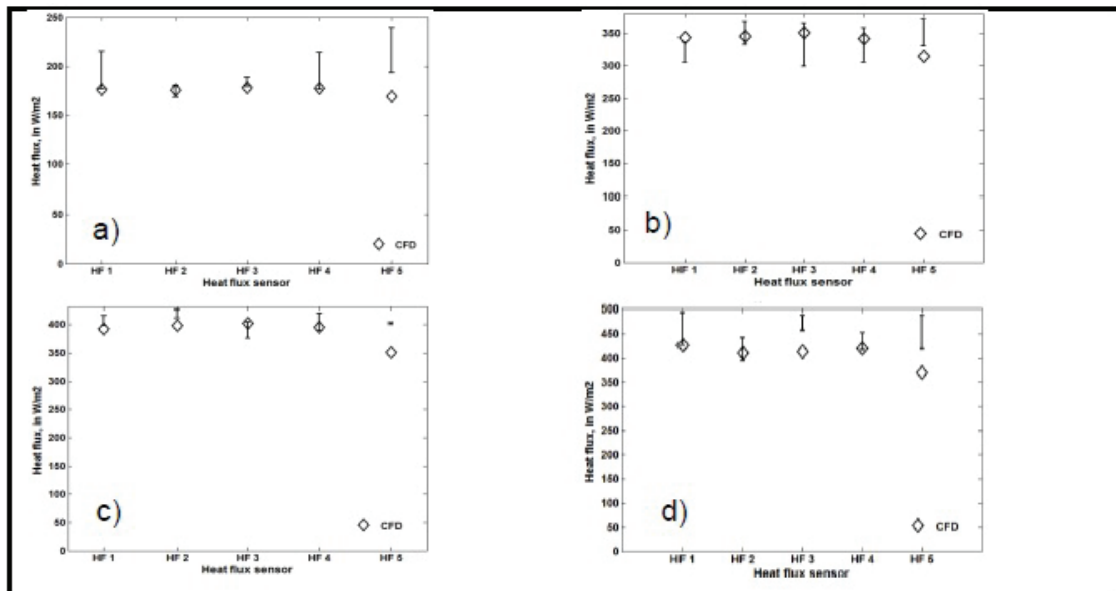


Figure 5. Experiments vs. CFD; a) - d) for 0.5, 5, 10 and 15% of moisture content in 3in of sand



## Discussion

In this work is required the determination of the sand thermal conductivity, since sand particle size, moisture content and its composition determines such values. From heat fluxes and thermocouple measurements is possible to find an average thermal conductivity from the five spots chosen. Sand thermal conductivity values cannot be strictly compared to previous investigations due to sand particle size and its composition. Early works present thermal conductivity for generic sand. Accordingly to this effort, the present work indicates particle size and its distribution. Additionally, effects of the moisture content in thermal conductivity were determined.

Low flow rates of 1L/min will serve as reference for the model, combining with different moisture content in a sand layer of 7.6cm (3in). From that validation, different scenarios can be represented in order to get reliable outcomes without the necessity of experimental verification. The simulated waterbed needs to consider unknown laminar conditions in the geometry proposed; however, convergence is reached with enough accuracy by determining the energy balance at each simulation. Effects of possible periodic oscillations due to undeveloped laminar conditions within the waterbed in heat fluxes can be studied in the next stage if such design is not modified. From this research is possible to claim that heat fluxes found in CFD are acceptable for solutions in steady state conditions. From experiments, a challenge regarding to laminar conditions can be perturbed once vibrations are present and readings at the inlet and outlet temperature increases its error.

For these studies, heat loss in side and bottom walls are calculated based on the foam specifications. Minor variations regarding to the heat loss due to imperfect insulation are negligible, since calculations following the specifications from the foam, the heat loss does not represent more than 5% when experiments are dealing with dry sand. A further study could include either thermocouples or heat flux gauges to estimate heat loss in each one of the side and bottom walls following the characteristics of the shell proposed.

## Conclusions

This investigation explores the cooling capacity of a device which will help to decrease heat stress in milk cows. This design and thermal analysis considered previous investigations about heat fluxes required (Bastian, *et al.*, 2003, Rojano, *et al.*, 2011 and Mondaca, *et al.*, 2012). Since few publications investigate this cooling mechanism, the proposed set up is a conceptual approach of a future device helping to cool cows by conduction. Accurate calculations and a corroborated model using Ansys, 2012, help to determine what cooling capacity is and its range of operation. Early works claim (Bastian, *et al.*, 2003, Rojano, *et al.*, 2011 and Mondaca, *et al.*, 2012) that heat fluxes expected should be between 100 and 200 W/m<sup>2</sup>. However, ideal conditions presented in this work can diminish heat fluxes expected once the waterbed is placed in a freestall. Heat fluxes can change due to the cow, the installation and operation of the waterbed, among some other external factors.

## Literature cited

- Armstrong, D. V. 1994. Heat stress interaction with shade and cooling. Symposium: Nutrition and heat stress.
- ASABE Standards. 2010. Terminology and recommendations for freestall dairy housing, freestalls, feed bunks, and feeding fences. ASAE EP444.1 DEC1999 (R2010).
- ASTM D2216-10. 2010. Standard Test Methods for Laboratory Determination of Water (Moisture) Content of Soil and Rock by Mass.
- ASTM D2487-11. 2011. Standard Practice for Classification of Soils for Engineering Purposes (Unified Soil Classification System).
- ASTM D6913-04. 2009. Standard Test Methods for Particle-Size Distribution (Gradation) of Soils Using Sieve Analysis.
- Barash, H., N. Silanikove, A. Shamay, and E. Ezra. 2001. Interrelationships among ambient temperature, day length and milk yield in dairy cows under a Mediterranean climate. *Journal of Dairy Science* 84:2314–2320.
- Bastian, K. R., K. G. Gebremedhin, and N. R. Scott. 2003. A finite difference model to determine conduction heat loss to a water-filled mattress for dairy cows *Transactions of ASAE* 46(3): 773-780.
- Bohmanova, J., I. Misztal, and J. B. Cole. 2007. Temperature-Humidity Indices as indicators of milk production losses due to heat stress. *Journal of Dairy Science* 90: 1947-1956.
- Collier, R. J., and J. L. Collier. 2012. *Environmental physiology of livestock*. John Wiley and Sons Ed.
- Cook, N. B., M. J. Marin, R. L. Mentink, T. B. Bennett, and M. J. Schaefer. 2008. Comfort zones-design free stalls: Do they influence the stall use behavior of lame cows. *J. of Dairy Science*. 91:4673-4678.
- ANSYS, 13.0, Documentation. Revision: 12.0.16 for the ANSYS Release Version 12.0.1. ANSYS, Inc.
- Gebremedhin, K.G., and B. Wu. 2001. A model of evaporative cooling of wet skin surface and fur layer. *Journal of Thermal Biology* 26:537-545.
- Gebremedhin, K.G., and B. Wu. 2002. Simulation of sensible and latent heat losses from wet-skin surface and fur layer. *Journal of Thermal Biology* 27:291-297.
- Gebremedhin, K., and B. Wu. 2005. Simulation of flow field of a ventilated and occupied animal space with different inlet and outlet conditions. *Journal of Thermal Biology* 30:343-353.
- Gebremedhin, K.G., P.E. Hillman, C. N. Lee, R. J. Collier, S. T. Willard, J. D. Arthington, and T. M. Brown-Brandl. 2008. Sweating rates of dairy cows and beef heifers in hot conditions. *Transactions of ASABE* 51(6):2167-2178.



- Gebremedhin, K. G., C. N. Lee, P. E. Hillman, and R. J. Collier. 2010. Physiological responses of dairy cows during extended solar exposure. *Transactions of ASABE* 53(1):239-247.
- Haigh, S. K. 2012. Thermal conductivity of sands. *Geotechnique J.* 62:617-625.
- Smits, K. M., T. Sakaki, A. Limsuwat, and T. H. Illangsekare. 2010. Thermal conductivity of sands under varying moisture and porosity in drainage-wetting cycles. *Vadose Zone J.* 9:1-9.
- Hansen, P. J., and C. F. Arechiga. 1999. Strategies for managing reproduction in the heat stressed dairy cow. *Journal of Animal Science* 77:36-50.
- Mampaey, F. 1990. A stable alternating direction method for simulating multi-dimensional solidification problems. *Int. J. For Numerical Methods in Engineering* 30:711-728.
- Manninen, E., A. M. de Passillé, J. Rushen, M. Norrington, and H. Saloniemi. 2002. Preferences of dairy cows kept in unheated buildings for different kind of cubicle flooring. *Applied Animal Behavior Science* 75: 281-292.
- McGovern, R. E., and J. M. Bruce. 2000. A model of the thermal balance for cattle in hot conditions. *Journal of Agricultural Engineering Resources* 77(1): 81-92.
- Osterman, S., and I. Redbo. 2001. Effects of milking frequency on lying down and getting up behavior in dairy cows. *Applied Animal Behavior.* 70:167-176.
- Papadakis, K., S. Gu, and A. V. Bridgwater. 2009. CFD modeling of the fast pyrolysis of biomass in fluidised bed reactors. Modelling the impact of biomass shrinkage. *Chemical Engineering Science.* 149:417-427.
- Papadakis, K., S. Gu, and A. V. Bridgwater. 2009b. CFD modelling of the fast pyrolysis of biomass in fluidised bed reactors. Part B Heat, momentum and mass transport in bubbling fluidized beds. *Chemical Engineering Science.* 64:1036-1045.
- Papadakis, K., S. Gu, and A. V. Bridgwater. 2010. Geometrical optimization of a fast pyrolysis bubbling fluidized bed reactor using computational fluid dynamics. *Energy Fuels.* 24:5634-5651.
- Provolo, G., and E. Riva. 2008. Daily and seasonal patterns of lying and standing behavior of dairy cows in a freestall barn. "Innovation technology to empower safety, health and welfare in agriculture and agro-food systems" International conference. September 15-17. Ragusa, Italy.
- Rojano, A. F., M. Mondaca, and C. Choi. 2011. Feasibility of a Dual Cooling System for Dairy Cows in Arizona. *Proceedings in ASABE 2011 Conference.* Louisville, KY.
- Shusaku, G., and O. Matsubayashi. 2009. Relations between the thermal properties and porosity of sediments in the eastern flank of the Juan de Fuca Ridge. *Earth Planets Science.* 61:863-870.
- Tolkamp, B. J., M. J. Haskell, F. M. Langford, D. J. Roberts, and C. A. Morgan. 2010. Are cows more likely to lie down the longer they stand? *Applied Animal Behaviour Science.* 124:1-10.

Thatcher, W. W., I. Flamembaum, J. Block, and T. R. Bilby. 2010. Interrrelationships of heat stress and reproduction in lactating dairy cows. High plains dairy conference. Amarillo, Texas.

Veissier, I., J. Capdeville, and E. Delval. 2004. Cubicle housing systems for cattle: Comfort of dairy cows depends on cubicle adjustment. 82:3321-3337.

West, J. W. 2003. Effects of heat stress on production in dairy cattle. Journal of Dairy Science. 86:2131-2144.

Wiersma, F., and G. L. Nelson. 1967. Nonevaporative heat transfer from the surface of a bovine. Transactions of the ASAE 10: 733-737.

Yousef, M. K. 1985. Stress physiology in livestock. CRC Press. Boca Raton, FL.

## **COSTOS Y PRODUCTIVIDAD DE UNA COSECHADORA FORESTAL EN PLANTACIONES DE EUCALIPTO**

### **Introducción**

A nivel mundial existen poco menos de 4,000 millones de hectáreas de bosque, representando el 30% de la superficie terrestre total, y más de la mitad de esta superficie se encuentra distribuida en cinco países (la Federación Rusa, Brasil, Canadá, Estados Unidos de América y China) (FAO, 2007). Sin embargo, México sólo cuenta con 64 millones de hectáreas de bosques y selvas, que representan el 32% del territorio nacional (SEMARNAT y FAO, 2004); lo que representaría aproximadamente el 1.5% de la superficie boscosa mundial.

Por otra parte, la producción mundial de madera en 2005 ascendió a 3,503 millones de metros cúbicos de madera en rollo (FAO, 2007). En el mismo año, en México sólo se produjeron 6.4 millones de m<sup>3</sup>r, lo cual no representa ni el 1% de la producción mundial (SEMARNAT, 2009). En el periodo 2000-2008 la producción maderable de México varió de 9.4 a 6.7 mil m<sup>3</sup>r, lo que representa una contracción de 27.9%, además en el periodo de 1980-2008 la producción ha oscilado entre 6 y 10 millones de m<sup>3</sup>r, mientras que las autorizaciones de aprovechamiento se han dado por hasta 20 de millones m<sup>3</sup>r (Zuñiga, 2009), lo cual no se ha podido aprovechar en su totalidad, dicho en otras palabras, la producción de madera de los bosques mexicanos es mayor a la capacidad de aprovechamiento.

<sup>1</sup>Universidad Autónoma Chapingo, km 38.5 carr. México - Texcoco. CP 56230, adlemi42@gmail.com. <sup>2</sup>Bayer de México, S. A. de C. V., Miguel de Cervantes Saavedra #259, Col. Ampliación Granada, Delegación Miguel Hidalgo. CP 11520, .México, D.F. diego.lira@bayer.com

Los bosques mexicanos tienen una gran capacidad de producción, aunque no se tenga la capacidad de aprovecharlos totalmente, lo cual se debe entre otras cosas, principalmente a la sobrerregulación, escasa inversión y desarrollo tecnológico, legislación fiscal, subsidios y estímulos agropecuarios más atractivos que los forestales, falta de acceso a financiamientos competitivos, deterioro de la infraestructura caminera y de producción y al enorme mercado ilegal (Zuñiga, 2009).

La escasa inversión y desarrollo tecnológico se debe a que en la actualidad las técnicas de producción forestal son atrasadas y la maquinaria es obsoleta, los productores y contratistas no ganan lo suficiente para renovar su tecnología debido a los altos costos y baja productividad; cuando existen condiciones para la modernización se enfrentan a la carencia de mano de obra calificada. En el caso del aprovechamiento forestal México cuenta con un bajo nivel tecnológico y en ocasiones obsoleto, tanto en la extracción como en el transporte de la madera (Sánchez *et al.*, 2005; Sánchez y García, 2008). Lo anterior conlleva a la sustitución de materias primas nacionales por importadas, trayendo consigo desempleo, migración y salida de divisas.

Por otra parte, las oportunidades que presenta el sector forestal son: mano de obra con bajo costo y facilidad de capacitación, disponibilidad de materias primas en bosques templados y precios razonables de insumos; sin embargo, los apoyos para el desarrollo o introducción de tecnologías son escasos y están limitados a bosques naturales (DOF, 2008), además son insuficientes, ya que tienen montos muy por debajo de los costos de los equipos que se requieren, en la actualidad los montos de apoyo oscilan en los 65,000 USD, mientras que los precios de los equipos de procesamiento y extracción forestal oscilan entre 250,000 y 650,000 USD por equipo.

Las perspectivas para el desarrollo del sector forestal en América Latina y el Caribe en todas las escalas se concentrará principalmente en inversiones de capital en maquinarias y en menor escala en la capacidad humana (FAO, 2007). En México en Junio de 2008 se introdujo el primer cabezal de procesamiento forestal en plantaciones de eucalipto en el sureste mexicano (Monreal, 2008), en la actualidad existen en México cuatro cabezales de cosecha: 1 Kesla, 2 Risley y 1 SP; sin embargo, este avance en el desarrollo de la tecnología forestal está limitado, por la falta de mano de obra calificada y la productividad en las condiciones mexicanas.

En este estudio se hizo una evaluación de la operación de una tecnología para el procesamiento de madera en la cosecha forestal de eucaliptos en el sureste mexicano, con el fin de evaluar la productividad y los niveles de costos que implica el uso de estas tecnologías, y en función de esto, determinar si es rentable o no la adopción de las mismas.

## **Materiales y métodos**

### **Obtención de datos en campo**

En campo se realizó un estudio de tiempos y movimientos de jornadas completas durante nueve días registrando las actividades productivas e improductivas y tiempo de ejecución que implicaban a la cosechadora y a su operador.

El tamaño de muestra se determinó mediante el empleo de la ecuación siguiente y partiendo de los resultados obtenidos en el premuestreo (Cochran, 1971).

$$n = \frac{1}{\frac{E^2}{t^2 \delta_y^2} + \frac{1}{N}}$$

La toma de tiempos se clasificó en dos clases:

Toma de tiempos por turno, considerando las actividades que se hacen por jornada, incluida la cosecha, la duración de cada actividad va desde minutos hasta horas.

Toma de tiempos por ciclo de producción, un ciclo de producción implica las actividades para el derribo y procesamiento de un árbol, sólo se consideró la cosecha, la duración de cada actividad es en segundos. Para esta actividad se recurrió al uso de cámara de video debido a la rapidez de la máquina que hacía imposible el registro de datos en los formatos, posteriormente se extrajo la información en gabinete. También se obtuvo el volumen de los arboles cosechados.

En la siguiente Figura 1 se aprecia la cosechadora forestal que es un cabezal marca Kesla adaptado a una excavadora de oruga Caterpillar 320D.

**Figura 1. Cosechadora forestal, cabezal Kesla adaptado a la excavadora Caterpillar, Huimanguillo, Tabasco**



### **Análisis de la información**

Para el análisis de productividad, se utilizaron los siguientes modelos de regresión lineal para relacionar la productividad (Y), con el diámetro de la base o el volumen individual del árbol (X), de acuerdo a las experiencias de los trabajos de Visser *et al.* (2009) y Hartsough y Cooper (1999):

- Modelo lineal:  $Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$
- Modelo polinómico de segundo grado:  $Y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \varepsilon$
- Modelo logarítmico:  $Y = \beta_0 + \beta_1 \ln(x) + \varepsilon$
- Modelo potencial:  $Y = \beta_0 x^{\beta_1} + \varepsilon$

Los modelos se corrieron en dos categorías, la primera considerando los tiempos improductivos del ciclo de cosecha y la segunda sin incluir los tiempos improductivos. El primer caso es la situación real en la que se encuentra operando la máquina y para el segundo caso es la condición ideal a la que debe operar la máquina.

En cada categoría las cuatro regresiones usadas se corrieron asignando dos valores a X, donde; X=tamaño del árbol en m<sup>3</sup> y X= diámetro de la base del árbol en cm., como no se contaba con el diámetro normal del árbol se consideró el diámetro de la base del árbol.

El modelo seleccionado fue el de la forma  $Y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \varepsilon$ , el cual se eligió para ambas categorías de tiempos en virtud a su mayor r<sup>2</sup> y la forma de la curva la cual tiende a decrecer.

Con la fórmula general se resuelven las ecuaciones anteriores para determinar el tamaño del árbol X<sub>1</sub> y X<sub>2</sub>, en m<sup>3</sup> donde la utilidad es igual a cero. A se le asignó el valor de 17.8556 que es el punto de equilibrio de las horas máquina programada (PMH) en m<sup>3</sup>.

Para conocer el volumen máximo del arbolado X\* donde existe mayor utilidad, se utilizó el principio de optimización sin restricciones que establece dos condiciones (Chiang y Wainwright, 2006):

Condición de primer orden o condición necesaria:  $\frac{\partial y}{\partial x} = 0$

Condición de segundo orden o condición suficiente:  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \leq 0$

Una vez que se tiene el volumen del arbolado, el valor X\* se evalúa en la función para obtener la máxima productividad en m<sup>3</sup> por hora. Finalmente para cada categoría con TI y sin TI se elabora la gráfica de costo-utilidad-precio respecto al tamaño del árbol.

Para el análisis de costos se consideró información sólo de la actividad productiva, incluyendo información de costos de la máquina, costos de propiedad, costos de operación, costos totales y evaluación económica, de acuerdo a la metodología propuesta por Brinker *et al.*, (2002) y las experiencias de Jiroušek *et al.* (2007), y apoyo de la hoja de cálculo Microsoft Excel® versión 2007.

Para cada categoría con TI y sin TI se obtuvo la utilidad máxima en \$ por m<sup>3</sup>, primero se determina el costo mínimo por metro cúbico con la fórmula siguiente:

$$\text{Costo mínimo/m}^3 = \frac{\text{costo total de la maquina en \$/PMH}}{\text{Productividad máxima en m}^3}$$

Una vez que se obtuvo el costo mínimo se determinó la utilidad restando el costo mínimo a \$77.40, que es el precio al que se pagaba el m<sup>3</sup> procesado.

## Resultados

Considerando las ocho horas efectivas de trabajo programadas para una cosechadora forestal, con los datos obtenidos, este cabezal trabajó al 75.9 % de su capacidad. Lo que indica que se encuentra dentro del rango productivo aceptable (Brinker *et al.*, 2002). Pero para que una cosechadora forestal sea rentable debe de trabajar mínimo dos turnos de ocho horas productivas.

En el Cuadro 1 la relación de productividad es mayor con el tamaño del árbol (m<sup>3</sup>) que con el diámetro de la base en (cm) ya que las R<sup>2</sup> son más elevadas para el primer caso. Aunque el tiempo improductivo por jornada laboral fue mínimo, cuando la información se analiza sin considerar tales tiempos la R<sup>2</sup> es mayor y al incluir los TI, la R<sup>2</sup> de los modelos disminuye.

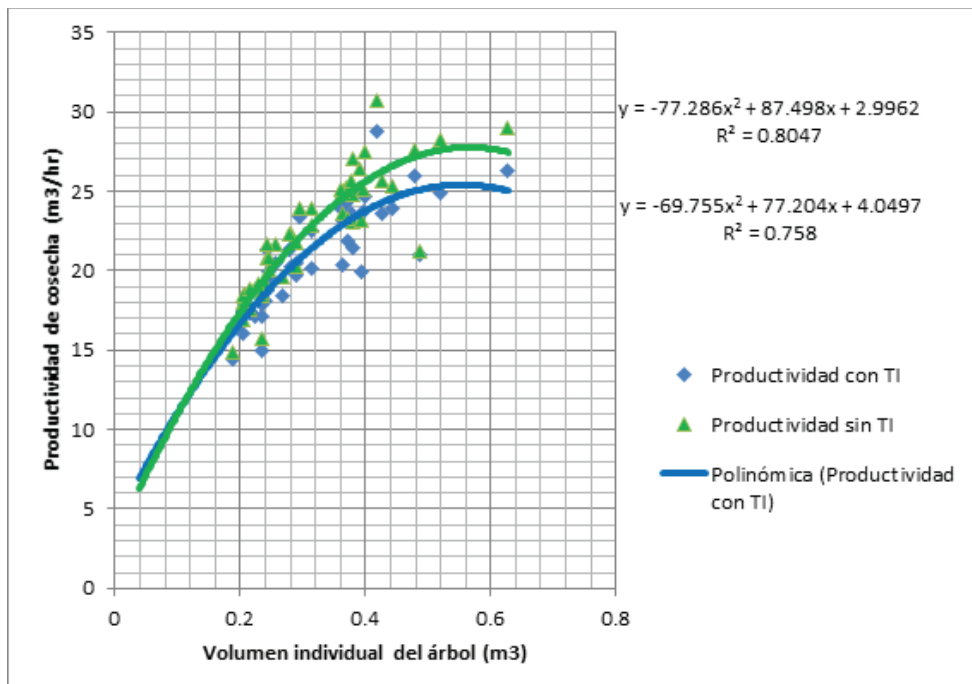
**Cuadro 1. Análisis de los modelos de regresión, con y sin tiempos improductivos**  
**Modelos de regresión con tiempos improductivos.**

Modelos de regresión con tiempos improductivos.	
Modelo X = volumen del árbol (m <sup>3</sup> )	R <sup>2</sup>
Y = 27.14 x + 12.239	0.686
Y = -69.805 x <sup>2</sup> + 77.26 x + 4.0369	0.7584
Y = 35.372 x0.4533	0.7416
Y = 9.3713 ln(x) + 32.029	0.7438
Modelo X = diámetro de la base del árbol (cm)	R <sup>2</sup>
Y = 0.7813 x + 0.6471	0.5704
Y = 0.0689 x <sup>2</sup> + 4.5475 x - 50.028	0.647
Y = 0.7243 x1.0314	0.5844
Y = 21.538 ln(x) - 49.059	0.5979
Modelos de regresión sin tiempos improductivos.	
Modelo X = volumen del árbol (m <sup>3</sup> )	R <sup>2</sup>
Y = 32.03 x + 12.069	0.7366
Y = -77.276 x <sup>2</sup> +87.513x+2.9896	0.805
Y= 39.8x0.4998	0.7877
Y = 11.03 ln(x)+35.389	0.7943
Modelo X = diámetro de la base del árbol en (cm)	R <sup>2</sup>
Y = 0.9113x-1.3326	0.5982
Y = -0.086x <sup>2</sup> +5.6125x-64.588	0.6903
Y = 0.563x1.1283	0.611
Y = 25.167 ln(x)-59.457	0.6293

Por lo tanto, se aceptó el modelo de regresión de la forma  $y = a + bx + cx^2$ , para ambos casos con los TI y sin los TI (Figura 2), donde la R2 es mayor y x equivale al tamaño del árbol (m3); los otros tres modelos tienen un valor de R2 bajo y no presentan una tasa decreciente en el tiempo.

En la figura 2 se distingue que la productividad (m<sup>3</sup>) es mayor a medida que aumenta el volumen del árbol, pero llega a un punto donde empieza un declive, porque existe la limitante tecnológica, ya que a un determinado diámetro, el cabezal por el tamaño pequeño que presenta, en comparación con el árbol, no tiene la capacidad de derribarlo y procesarlo, o el proceso es más lento.

**Figura 2. Modelos aceptados de productividad de la forma  $y = a + bx + cx^2$**



Para conocer el máximo de volumen de arbolado del que se obtendrá la mayor productividad, se evaluaron las condiciones de primer y segundo orden. El modelo que considera TI, la máxima productividad (25.4147 m<sup>3</sup>/hr) ocurrió al cortar árboles de 0.5534 m<sup>3</sup>, mientras que el modelo que no considera los TI tuvo una máxima productividad de 27.7661, al cortar árboles de 0.56627 m<sup>3</sup>.

Al comparar con países que han realizado este tipo de estudios, para el caso de Irlanda también el tamaño del árbol afecta la productividad, de tal forma que se determinó una función de productividad en relación al tamaño de los árboles en m<sup>3</sup> (TA). Productividad (m<sup>3</sup>/hora operativa) = 60.711 \* TA 0.6545, donde los rendimientos fueron de 13.5 a 60.5 m<sup>3</sup>/hora (Jiroušek *et al.*, 2007); otro estudio



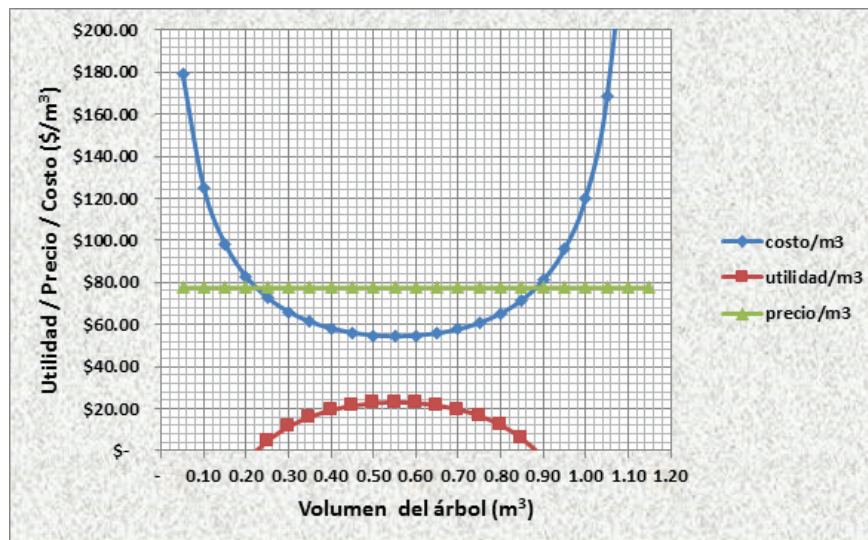
realizado en Nueva Zelanda en plantaciones de pino con dos cabezales Waratah 622 y 624, obtuvieron las siguientes funciones de productividad respecto al tamaño del árbol, considerando derribo y desramado (Visser *et al.*, 2009):

1. Waratah 622 : Productividad (m<sup>3</sup>/hora operativa) = 161 \* TA<sup>0.39</sup> [r<sup>2</sup> = 0.42]
2. Waratah 624 : Productividad (m<sup>3</sup>/hora operativa) = 200 \* TA + 35.9 \* TA<sup>2</sup>

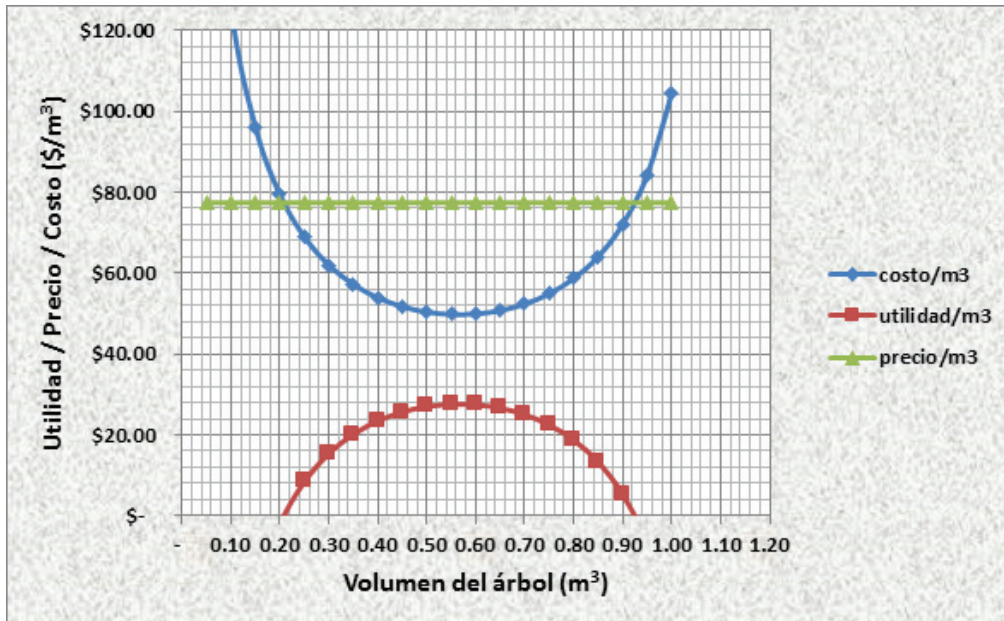
Del cabezal Waratah 624, el óptimo de operación dio cuando corta árboles de 2.2 m<sup>3</sup> de volumen individual, en un rango de volumen de 0.3 a 3.8 m<sup>3</sup>/árbol (Visser *et al.*, 2009). Estos datos difieren de los de México debido a que dependen de ciertos factores como la marca de la máquina cosechadora y de las condiciones de la plantación.

Este contexto se resume en las Figuras 3 y 4, considerando el precio del metro cúbico de madera en rollo de \$77.40/m<sup>3</sup> donde se mantiene estable y lo representa la línea recta, cuando se tiene una utilidad elevada el costo tiende a bajar, cuando la utilidad es baja el costo por metro cúbico aumenta. En resumen se señala que al inicio de la curva de utilidad y la curva de costo, la utilidad disminuye y el costo aumenta porque se requieren un mayor número de árboles para obtener un cierto volumen por hora, aumentando el número de operaciones y labores necesarias en el proceso. Al final de la curva de utilidad y la curva de costo, la utilidad disminuye y el costo aumenta, ya que la cosecha es más lenta y la máquina hace sobreesfuerzos al procesar árboles grandes que sobrepasan su capacidad de manipulación.

**Figura 3. Gráfica de comportamiento del costo en relación a la productividad, para el caso de cosecha considerando tiempos improductivos (TI)**



**Figura 4. Gráfico de comportamiento del costo en relación a la productividad, para el caso de cosecha sin incluir los tiempos improductivos (TI)**



Para el análisis de costos se consideraron los factores mostrados en el cuadro 2, se le asignó una vida útil a la cosechadora de cinco años, ya que debe ser de 10,000 horas de trabajo. El valor de rescate del precio de compra es del 20.0% y el ritmo de utilización de acuerdo a la información obtenida en tiempos y movimientos es de 75.9%.

En el cuadro 2, se muestra la información de costeo usada para el cálculo del costo producción por metro cúbico.

**Cuadro 2. Factores de costeo considerados para el análisis de la cosechadora**

Factor de costeo	Kesla
<b>Información de costo de la máquina</b>	
Precio de compra (P), \$	4,140,000.00
Poder de salida de la máquina, Kw	120.00
Vida de la máquina (n), años	5.00
Valor de rescate (sv), % del precio de compra	20.00
Ritmo de utilización de las máquinas (ut), %SMH	75.90
Costo de reparación y mantenimiento (rm), % de capital sobre la vida	110.00
Tasa de interés (in), % de la media anual de inversión (Y)	8.00
Tasa de impuestos y seguros (it), % de la inversión media anual (Y)	7.00
Tasa de consumo de combustible (fcr), l/h	22.00
Costo de combustible (fc), \$/l	8.24
Tasa de consumo de lubricantes y aceites (ocr), l/h	1.22
Costo de lubricante y aceites (lo), \$/l	32.96
Salario del operador (w), \$/SMH	41.74
Horas máquina programadas (SMH), h/año	2,300.00
Valor de rescate (S), \$	828,000.00
Depreciación anual (D) en \$/año, $D = [(P - S)/n]$	662,400.00
Inversión media anual (Y) en \$/año, $Y = [(((P - S) \times (n + 1))/2n) + S]$	2,649,600.00
Horas máquina productivas (PMH) en h/año, $PMH = (SMH \times u)$	1,745.70
<b>Costos de propiedad</b>	
Interés sobre el capital (I) en \$/año, $I = (in \times Y)$	211,968.00
Costos de impuestos y seguros (IT) en \$/año, $IT = (it \times Y)$	185,472.00
Costos anuales de propiedad (F) en \$/año, $F = (D + I + IT)$	1,059,840.00
Costos de propiedad por SMH (Os) en \$, $Os = (F/SMH)$	460.80
Costos de propiedad por PMH (Op) en \$, $Op = (F/PMH)$	607.11
<b>Costos de operación</b>	
Costos de combustible (Fu) en \$/PMH, $Fu = (fcr \times fc)$	181.28
Costos de lubricante (L) en \$/PMH, $L = (ocr \times lo)$	40.21
Costos de reparación y mantenimiento (RM) en \$/PMH, $RM = [rm \times P/(PMH \times n)]$	521.74
Costos del operador (Opc) en \$/PMH, $Opc = (W/u)$	31.68
Costos de operación de la máquina por PMH (Vp) en \$/PMH, $Vp = (Fu + L + RM + Opc)$	774.91
Costos de operación de la máquina por SMH (Vs) en \$/SMH, $Vs = (Vp \times ut)$	588.16
<b>Costos totales</b>	
Costo total de la máquina por SMH en \$/SMH, $TCS = (Os + Vs)$	1,048.96
Costo total de la máquina por PMH en \$/PMH, $TCP = (Op + Vp)$	1,382.02
<b>Evaluación Económica</b>	
Precio (Pr) en \$	77.40
Punto de equilibrio de PMH (PEPMH) en m3, $PEPMH = (TCP / Pr)$	17.8556
Punto de equilibrio de SMH (PESMH) en m3, $PESMH = (TCS / Pr)$	13.5524

*Fuente: Elaboración propia*

### **Costo mínimo real con tiempos improductivos (TI)**

De acuerdo a los datos de análisis de productividad para obtener el costo mínimo se divide el costo total de la máquina por horas máquina programadas entre la máxima productividad.

$$\text{Costo mínimo}/m^3 = \frac{1382.02}{25.4147} = \$54.378$$

$$\text{utilidad} = \$77.40 - \$54.378 = \$23.022$$

Por lo tanto el costo de producción por metro cúbico es de \$54.378 y si el precio que se paga por procesado es de 77.40/m<sup>3</sup>, se obtiene una utilidad por metro cúbico de \$23.022.

### **Costo mínimo potencial, sin tiempos improductivos (TI)**

Para este caso el costo mínimo es el siguiente:

$$\text{Costo} = \frac{\text{mínimo}}{m^3} = \frac{1382.02}{27.7661} = \$49.773$$

Por lo tanto el costo de producción por metro cúbico es de \$49.773 y considerando el precio que se paga por procesado de cada metro cúbico, la utilidad por metro es de \$27.627.

Al determinar el costo sin los tiempos TI, la utilidad aumenta 20 %.

La diferencia que existe entre la utilidad con TI y la utilidad sin TI es de \$4.605 por metro cúbico, considerando que en promedio se cosechan 21 m<sup>3</sup> por hora y considerando las ocho horas programadas de cosecha, existe una pérdida por turno de \$773.64.

## **Conclusiones**

En general la productividad con el sistema de cosechadora forestal, depende del sitio y los factores operativos tales como condiciones del terreno, la motivación y habilidad del operador, el tamaño de las ramas, el diseño operativo, el tamaño del árbol, la forma del árbol, el número de árboles comerciales y no comerciales por unidad de área, la distancia de traslado, la densidad de la maleza y el diseño de la máquina.

Considerando las ocho horas programadas de cosecha, la cosechadora forestal trabaja al 75.9% de su capacidad. Del total de actividades que se realizan durante el turno laboral el 53.8% pertenece a la cosecha, el 21 % corresponde al mantenimiento correctivo, principalmente por roturas de mangueras de aceite hidráulico, el tiempo de sustitución de las mangueras es considerable ya que no se cuenta con refacciones y la logística para conseguir este material es desorganizada.

Se obtiene una utilidad mayor cuando no se consideran los tiempos improductivos, 20 % más que con los TI.

La productividad con la cosechadora por hora hombre es 80 veces mayor para el procesamiento de madera de eucalipto descortezada, comparada con el método tradicional que hace que se eleve el requerimiento de personal, debido a la baja productividad.

## **Literatura citada**

Brinker, R. W., J. Kinard, B. Rummer y B. Lanford. 2002. Machine Rates for Selected Forest Machines. Alabama: Auburn University. U.S.A. 32 p.

Chiang, A. C. y K. Wainwright. 2006. Métodos fundamentales de economía matemática. McGrawHill. México. 688 p.

Cochran, W. G. 1971. Técnicas de Muestreo. CECSA. México. 507 p.

Diario Oficial de la Federación (DOF). 2008. Acuerdo por el que se establecen las Reglas de Operación del Programa ProArbol 2009. SEMARNAT. México. 31 de diciembre de 2008. Disponible: <http://www.sma.df.gob.mx/corena/descargas/proarbol/reglas2009.pdf>. (12 de Febrero de 2010)

Hartsough, B. R. y D. J. Cooper. 1999. Cut-to-length harvesting of short rotation eucalyptus. Forest Products Journal 49 (10): 69-75.

Monreal R., S. 2008. Nuevas tecnologías aplicables a la cosecha de plantaciones forestales comerciales. Revista Forestal XXI. 11 (4): 24-25.

FAO. 2007. Tendencias y perspectivas del sector forestal en América Latina y el Caribe. Estudios FAO Montes 148. Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Organización. Roma. 178 p.

FAO y SEMARNAT. 2004. Estudio de tendencias y perspectivas del sector forestal en América Latina al año 2020: Informe Nacional México. Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Organización y Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales de México. Roma. 86 p.

Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (SEMARNAT). 2009. Anuario Estadístico de la Producción Forestal 2005. SEMARNAT. México. 234 p. Disponible: <http://www.semarnat.gob.mx/gestionambiental/forestalysuelos/Anuarios/Anuario%202005%20FINAL%2031-julio-2009.pdf>. (12 de Febrero de 2010).

Visser R., R. Spinelli, J. Saathof y S. Fairbrother. 2009. Finding the 'Sweet-Spot' of Mechanized Felling Machines. University of Canterbury. Disponible: [http://ir.canterbury.ac.nz/bitstream/10092/2620/1/12617461\\_COFE%20Final%20Harvesting%20Sweet%20Spot%20Visser.pdf](http://ir.canterbury.ac.nz/bitstream/10092/2620/1/12617461_COFE%20Final%20Harvesting%20Sweet%20Spot%20Visser.pdf) (7 de Marzo de 2010)

Zuñiga, I. 2009. Balanza Forestal Comercial 2008. Nota Informativa Número 22. Red de Monitoreo de Políticas Públicas – Consejo Civil Mexicano para la Silvicultura Sostenible A.C. México. 4 p. Disponible: [http://www.ccmss.org.mx/documentos/nota\\_22\\_balanza\\_forestal\\_2008.pdf](http://www.ccmss.org.mx/documentos/nota_22_balanza_forestal_2008.pdf). (12 de Febrero de 2010).

Sánchez V., A., A. Palma T. y V. Sánchez F. 2005. La situación del subsector forestal en México ante el TLCAN; retos u oportunidades 10 años después. Reporte de Investigación 76. Universidad Autónoma Chapingo – Centro de Investigaciones Económicas, Sociales y Tecnológicas de la Agroindustria y la Agricultura Mundial (CIES-TAAM). México. 59 p.

Sánchez V., A. y R. M. García N. 2008. La situación del subsector forestal en México ante el TLCAN; retos u oportunidades 10 años después. In: Ávila D., J. A., A. Puyana y J. Romero (Editores): Presente y futuro de los sectores ganadero, forestal y de la pesca mexicanos en el contexto del TLCAN. El Colegio de México y Universidad Autónoma Chapingo. México. pp. 303-367.

Jiroušek, R., R. Klvač y A. Skoupý. 2007. Productivity and costs of the mechanized cut-to-length wood harvesting system in clear-felling operations. *Journal of Forest Science* 53 (10): 476-482.



## **SIMULACION Y ANALISIS DE SENSIBILIDAD GLOBAL DE UN MODELO COMPLEJO PARA LECHUGAS (*Lactuca sativa* L.)**

### **Introducción**

El alto contenido de nitratos en lechugas (*Lactuca sativa* L.) y otras hortalizas hojosas, es una preocupación especialmente para condiciones ambientales donde la cantidad de radiación es una limitante. En esas condiciones se ha mostrado que la lechuga hidropónica contiene más nitratos en invierno que en el verano. También se ha establecido que la variación diurna tanto en nitratos como en azúcares es probablemente dependiente de la intensidad de luz y la temperatura (Scaife y Schloemer, 1994; Gent, 2011). Para entender los cambios en la composición de lechugas, como función del ambiente y tamaño de la planta en lechugas se han desarrollado varios modelos matemáticos dinámicos. En todas las versiones del modelo NICOLET (NItrate COntent in LETtuce) el propósito es la predicción del contenido de nitratos a partir del cálculo de biomasa estructural y no estructural (Seginer et al., 1998; Seginer *et al.*, 1999; Seginer, 2003; Seginer, 2004; Seginer *et al.*, 2004). En estos modelos el crecimiento de la planta es conectado completamente con las variables ambientales radiación solar, temperatura y dióxido de carbono. Sin embargo, en el modelo NICOLET no considera la retroalimentación o aclimatación a la concentración interna de metabolitos (Gent, 2006). Para superar estas limitaciones, recientemente se han propuesto un modelo cinético para el transporte y metabolismo de los nitratos en plantas de lechuga (Gent, 2002; Gent, 2006; Gent, 2011). Este modelo bioquímico plantea la hipótesis que las tasas de cambio y las respuestas de transporte y metabolismo tienden hacia una homeostasis, es decir a una relativamente constante concentración de metabolitos en el citoplasma de las células (Gent, 2002). El metabolismo de la planta es simulado en términos de gran

célula. La célula es dividida en tres compartimentos: vacuola, citoplasma y cloroplasto (Gent, 2006). Este modelo consta de las variables de estado: aminoácidos, carbohidratos, nitratos y amonio en el citoplasma; aminoácidos, carbohidratos, y nitratos en las vacuolas; carbohidratos en cloroplastos; y contenido de proteínas y biomasa estructural. Las variables de entrada son la temperatura, la radiación solar, la cantidad de nitrato ( $\text{NO}_3$ ) y la cantidad de amonio ( $\text{NH}_4$ ). El conjunto de parámetros del modelo se compone de treinta y cuatro elementos. Los objetivos del presente trabajo son: 1) llevar a cabo un análisis de sensibilidad global para los parámetros del modelo cinético propuesto por Gent (2006), mediante el método FAST extendido; 2) comparar dos maneras de calcular los índices de sensibilidad: una considerando el valor de las variables de estado al final del periodo de simulación y otra integrando el valor de las variables durante el intervalo de simulación.

## Materiales y Métodos

Modelo matemático complejo para nitratos en lechugas

Las tasas de cambio del modelo complejo dinámico para lechugas se calculan por diez ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales. La tasa de cambio de los aminoácidos en el citoplasma ( $\text{mmol L}^{-1} \text{h}^{-1}$ ) es calculada por la ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{dAA_{Cit}}{dt} &= f_{AA}(CHO_{Cit}, NH_{4Cit}, AA_{Cit}) - f_{prot}(T, AA_{Cit}, Est, Prot) - f_{transpAA,Cit-Vac}(AA_{Cit}, AA_{Vac}) \\ &- f_{AACHOEst}(T, AA_{Cit}, Est, CHO_{Cit}, Prot) \end{aligned} \quad (1)$$

donde los términos de la derecha denotan funciones de síntesis de aminoácidos, y síntesis de proteínas, transporte de aminoácidos vacuola-citoplasma y síntesis de biomasa estructural y proteínas, respectivamente. La tasa de cambio de los aminoácidos en las vacuolas ( $\text{mmol L}^{-1} \text{h}^{-1}$ ) es calculada por la ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{dAA_{Vac}}{dt} &= f_{transpAA,Cit-Vac}(AA_{Cit}, AA_{Vac}) \\ &- f_{AACHOEst}(T, AA_{Vac}, Est, CHO_{Cit}, Prot) \end{aligned} \quad (2)$$

donde los términos del lado derecho significan transporte de aminoácidos desde el citoplasma a las vacuolas y la pérdida de aminoácidos de las vacuolas debida a la síntesis de biomasa estructural y proteínas. La tasa de cambio del amonio en el citoplasma ( $\text{mmol L}^{-1} \text{h}^{-1}$ ) es calculada por la siguiente ecuación:



$$\begin{aligned}
& \frac{dNH_{4Cit}}{dt} \\
& = f_{NH_4CitExtTransp}(NH_{4Cit}) + f_{NRA}(IAF, PesoFresco, Rad, NO_{3Cit}, NH_{4Cit}) \\
& - f_{AA}(CHO_{Cit}, NH_{4Cit}, AA_{Cit}) \\
& - f_{NH_4CHOEst}(T, NH_{4Cit}, Est, CHO_{Cit}, Prot)
\end{aligned} \tag{3}$$

donde los términos del lado derecho representan el transporte de amonio desde el exterior al citoplasma, el amonio resultado de la actividad nitrato reductasa, y las pérdidas de amonio causadas por la síntesis de aminoácidos y la formación de biomasa estructural y proteínas. La ecuación que describe la tasa de cambio de los nitratos en el citoplasma ( $\text{mmol L}^{-1} \text{h}^{-1}$ ) es:

$$\begin{aligned}
& \frac{dNO_{3Cit}}{dt} \\
& = f_{NO_3CitExtTransp}(NO_{3Cit}) - f_{NO_3CitVacTransp}(NO_{3Cit}, NO_{3Vac}) \\
& - f_{NO_3CitCHOEst}(T, NO_{3Cit}, CHO_{Cit}, Est, Prot) \\
& - f_{NRA}(IAF, PesoFresco, Rad, NO_{3Cit}, NH_{4Cit})
\end{aligned} \tag{4}$$

donde la funciones del lado derecho representan el transporte de nitratos desde el ambiente, la pérdida de nitratos causada por el transporte de nitratos desde las vacuolas al citoplasma, la pérdida de  $NO_3$  en el citoplasma causada por la síntesis de biomasa estructural y proteínas, además del consumo de  $NO_3$  debido a la actividad nitrato reductasa. La ecuación diferencial correspondiente a la tasa de cambio de los nitratos en las vacuolas ( $\text{mmol L}^{-1} \text{h}^{-1}$ ) es:

$$\begin{aligned}
& \frac{dNO_{3Vac}}{dt} \\
& = f_{NO_3CitVacTransp}(NO_{3Cit}, NO_{3Vac}) \\
& - f_{NO_3VacCHOEst}(T, NO_{3Vac}, CHO_{Cit}, Est, Prot)
\end{aligned} \tag{5}$$

donde las funciones del lado derecho significan el transporte de nitratos desde el citoplasma a las vacuolas y su salida desde las vacuolas causada por la síntesis de proteínas y biomasa estructural. La ecuación dinámica para la tasa de cambio de los carbohidratos en el citoplasma ( $\text{mmol L}^{-1} \text{h}^{-1}$ ) es:

$$\begin{aligned}
\frac{dCHO_{Cit}}{dt} = & f_{ClCitCHOTransp}(CHO_{Cl}, CHO_{Cit}) - f_{AA}(CHO_{Cit}, NH_{4Cit}, AA_{Cit}) \\
& - f_{CHOEst}(CHO_{Cit}, Est, Prot) - f_{CitVacCHOTransp}(CHO_{Cit}, CHO_{Vac}) \\
& - f_{resp}(T, CHO_{Cit}, Est, Prot) \\
& - f_{CHOCitEst}(T, CHO_{Cit}, Est, Prot) \quad (6)
\end{aligned}$$

donde las funciones del lado derecho representan la tasa de entrada de carbohidratos al citoplasma desde los cloroplasto y las salidas de CHO debidas a síntesis de aminoácidos, las síntesis de biomasa estructura y proteínas, el transporte de CHO desde el citoplasma a las vacuolas, el consumo de CHO debido a respiración. Para la tasa de cambio de los carbohidratos en las vacuolas ( $mmol L^{-1} h^{-1}$ ) la ecuación diferencial es:

$$\begin{aligned}
\frac{dCHO_{Vac}}{dt} = & f_{CitVacCHOTransp}(CHO_{Cit}, CHO_{Vac}) \\
& - f_{CHOVacEst}(CHO_{Vac}, T, Est, CHO_{Cit}, Prot) \quad (7)
\end{aligned}$$

donde las funciones del lado derecho representan la entrada de CHO a las vacuolas desde el citoplasma y la salida de CHO de las vacuolas causada por la síntesis de proteínas y biomasa estructural. La tasa de cambio de los carbohidratos en cloroplastos ( $mmol L^{-1} h^{-1}$ ) se calcula mediante la ecuación diferencial:

$$\begin{aligned}
\frac{dCHO_{Clo}}{dt} = & f_{fot}(Rad, CHO_{Clo})f_{LighInt}(IAF, PesoFresco) - f_{ClCitCHOTransp}(CHO_{Clo}, CHO_{Cit}) \\
& - f_{CHOCloEst}(T, CHO_{Clo}, Est, CHO_{Cit}, Prot) \quad (8)
\end{aligned}$$

donde las funciones del lado derecho son una función de fotosíntesis afectada por la intercepción de radiación como entrada y la salida de CHO desde el cloroplasto debida a su transporte al citoplasma y la síntesis de proteínas y biomasa estructural. La correspondiente ecuación diferencial para la biomasa estructural ( $mmol L^{-1} h^{-1}$ ) es:

$$\frac{dEst}{dt} = f_{CHOEstSint}(T, CHO_{Cit}, Est, Prot) - f_{EstCHO}(Est, T, CHO_{Cit}, Prot) \quad (9)$$

donde las funciones del lado derecho son la síntesis de biomasa estructural en el citoplasma y la pérdida de biomasa estructural debida a mantenimiento. Finalmente, la tasa de cambio para proteínas ( $\text{mmol L}^{-1} \text{h}^{-1}$ ) es:

$$\frac{dProt}{dt} = f_{prot}(T, AA_{Cit}, Est, Prot) - f_{EstProt}(Prot, T, CHO_{Cit}) \quad (10)$$

donde las funciones del lado derecho representan la síntesis de proteína y un consumo de la misma debida a mantenimiento. Las cinéticas de reacción en el modelo (Gent, 2006) tienen la forma de la ecuación siguiente:

$$\begin{aligned} \phi_{oc} &= \frac{\{(K^w + [NO_3]^o) \times (K^c + [NO_3]^c) \times Q\}}{K^{wqx} [NO_3]^o (K^c \times Q + [NO_3]^c)} \end{aligned} \quad (11)$$

donde:  $\phi_{oc}$  ( $\text{mmol L}^{-1} \text{hr}^{-1}$ ) es el flujo de nitrato hacia la célula desde el exterior,  $[NO_3]_c$  y  $[NO_3]_o$  o las concentraciones de nitratos en el citoplasma y el exterior, respectivamente.  $K_c$  es un parámetro de inhibición del lado de la membrana del lado del citoplasma.  $V_{max}$  es la velocidad de reacción,  $K_m$  es una concentración de referencia y  $Q$  es otro parámetro. Por otra parte el flujo desde el citoplasma hacia el exterior se supone afectado solamente por la concentración de nitratos en el citoplasma:

$$\phi_{oc} = \frac{V_{max} [NO_3]_c}{\{(K_c + [NO_3]_c) \times Q\}} \quad (12)$$

## Metodología de un análisis de sensibilidad global

La metodología completa para un análisis de sensibilidad global para un modelo de un cultivo bajo invernadero puede revisarse otros trabajos (Saltelli *et al.*, 2008; López, *et al.*, 2012a; López *et al.*, 2012b). En el presente trabajo se procedió como sigue:

Paso 1. El objetivo del análisis de sensibilidad fue determinar el efecto de cada uno de los parámetros del modelo (Cuadro 1) sobre nueve variables de estado del modelo ya que la biomasa estructural es

constante. Se definió un intervalo de incertidumbre para cada uno de los parámetros alrededor de un 20% de su valor nominal.

**Cuadro 1. Parámetros del modelo cinético para lechugas de Gent**

Parámetro	Símbolo	Unidad	Límite Inferior	Límite Superior
Respiración de crecimiento (1)	Kgrowth	mmol L <sup>-1</sup>	0.225	0.275
Respiración de mantenimiento (2)	Kmaintenance	h <sup>-1</sup>	0.000225	0.000275
Metabolismo aminoácidos (3)	KaaAA	mmol L <sup>-1</sup>	0.18	0.22
Eficiencia de uso luz (4)	Klight	μmol s <sup>-1</sup> m <sup>2</sup>	315	385
Metabolismo amonio aminoácidos (5)	KNH <sub>4</sub> AA	mmol L <sup>-1</sup>	0.018	0.022
Metabolismo amonio actividad nitrato reductasa (6)	KNH <sub>4</sub> NRA	mmol L <sup>-1</sup>	0.018	0.022
Metabolismo nitratos actividad nitrato reductasa (7)	KNO <sub>3</sub> NRA	mmol L <sup>-1</sup>	0.18	0.22
Metabolismo amino ácidos-proteínas (8)	KProtAA	mmol L <sup>-1</sup>	0.18	0.22
Metabolismo CHO proteína y estructura (9)	KPSCHO	mmol L <sup>-1</sup>	18	22
Metabolismo CHO estructura (10)	KStructCHO	mmol L <sup>-1</sup>	0.9	1.1
Metabolismo CHO aminoácidos(11)	KCHOAA	mmol L <sup>-1</sup>	0.9	1.1
Metabolismo máximo nitrato reductasa (12)	VMaxNRA	mmol L <sup>-1</sup> h <sup>-1</sup>	0.09	0.11
Metabolismo máximo proteína y estructura (13)	VMaxPS	mmol m <sup>2</sup> h <sup>-1</sup>	0.0378	0.0462
Velocidad síntesis aminoácidos (14)	VSynAASynthesis	mmol L <sup>-1</sup> h <sup>-1</sup>	1800	2200
Velocidad síntesis proteína (15)	VSynProtein	mmol L <sup>-1</sup> h <sup>-1</sup>	45	55
Velocidad síntesis biomasa estructural (16)	VSynStructure	mmol L <sup>-1</sup> h <sup>-1</sup>	0.9	1.1
Transporte CHO cloroplasto-citoplasma (17)	KChlCHO	mmol h <sup>-1</sup>	4.5	5.5
Transporte aminoácidos vacuola-citoplasma (18)	KCyTAA	mmol h <sup>-1</sup>	0.18	0.22
Transporte CHO del citoplasma (19)	KCyTCHO	mmol h <sup>-1</sup>	0.18	0.22
Transporte NH <sub>4</sub> del citoplasma (20)	KCyTNH <sub>4</sub>	mmol h <sup>-1</sup>	0.018	0.022

Transporte NO <sub>3</sub> del citoplasma (21)	KCytNO <sub>3</sub>	mmol hr <sup>-1</sup>	0.18	0.22
Transporte NH <sub>4</sub> del exterior (22)	KExtNH <sub>4</sub>	mmol hr <sup>-1</sup>	0.9	1.1
Transporte NO <sub>3</sub> del exterior (23)	KExtNO <sub>3</sub>	mmol hr <sup>-1</sup>	0.9	1.1
Transporte amino ácidos vacuola (24)	KVacAA	mmol hr <sup>-1</sup>	4.5	5.5
Transporte CHO vacuola (25)	KVacCHO	mmol hr <sup>-1</sup>	4.5	5.5
Transporte NO <sub>3</sub> de la vacuola (26)	KVacNO <sub>3</sub>	mmol hr <sup>-1</sup>	4.5	5.5
Coefficiente transporte aminoácidos (27)	QAA	---	4.5	5.5
Coefficiente transporte CHO (28)	QCHO	---	4.5	5.5
Coefficiente transporte NH <sub>4</sub> (29)	QNH <sub>4</sub>	---	4.5	5.5
Coefficiente transporte NO <sub>3</sub> (30)	QNO <sub>3</sub>	---	4.5	5.5
Velocidad máxima de transporte aminoácidos (31)	VMaxAA	mmol L <sup>-1</sup> hr <sup>-1</sup>	45	55
Velocidad máxima de transporte CHO (32)	VMaxCHO	mmol L <sup>-1</sup> hr <sup>-1</sup>	360	440
Velocidad máxima de transporte NH <sub>4</sub> (33)	VMaxNH <sub>4</sub>	mmol L <sup>-1</sup> hr <sup>-1</sup>	9	11
Velocidad máxima de transporte NO <sub>3</sub> (34)	VMaxNO <sub>3</sub>	mmol L <sup>-1</sup> hr <sup>-1</sup>	90	110

Paso 2. Se usaron funciones de densidad de probabilidad uniforme para todos los parámetros del modelo (Cuadro 1) tomando en cuenta sus intervalos de incertidumbre.

Paso 3. Se usó un método de análisis de sensibilidad basado en el cálculo de varianzas. Se calculó el índice de sensibilidad de primer orden y el índice de sensibilidad de efectos totales mediante la prueba ampliada de amplitud de Fourier (eFAST). Se usó también el método de las gráficas de dispersión entre los valores de los parámetros y las correspondientes variaciones de las variables de estado como un indicador adicional de relevancia de un parámetro. El índice de sensibilidad de primer orden ( $S_i$ ), representa la contribución de cada factor de entrada ( $X_i$ ) a la varianza total ( $V(Y)$ ) de la salida ( $Y$ ) y se denota con la ecuación:

$S_i$

$$S_i = \frac{V[E(Y|X_i)]}{V(Y)} \quad (13)$$

donde  $V[E(Y|X_i)]$  es la cantidad de varianza esperada debida al efecto principal que se removería de la varianza total  $V(Y)$  si se pudiera determinar el verdadero valor del factor  $X_i$ .

La varianza incondicional total de la variable de salida se define como:

$$\begin{aligned} V(Y) &= E[V(Y|X_i)] \\ &+ V[E(Y|X_i)] \end{aligned} \tag{14}$$

donde  $E[V(Y|X_i)]$  es la cantidad esperada de varianza de la salida que permanecería sin explicación (residual) si el factor  $X_i$  fuera dejado en libertad sobre su rango de incertidumbre. El índice de sensibilidad de efecto total ( $S_{T_i}$ ) que da cuenta de la contribución total de la salida  $Y$  debida al factor  $X_i$  esto es, su efecto de primer orden más todos los efectos de orden superior producto de las interacciones, se obtiene reescribiendo la ecuación (12) condicionando con respecto a todos los factores a excepción de  $X_{-i}$ .

$$V(Y) = E[V(Y | \mathbf{X}_{-i})] + V[E(Y | \mathbf{X}_{-i})] \tag{15}$$

$$S_{T_i} = 1 - \frac{V[E(Y | \mathbf{X}_{-i})]}{V(Y)} = \frac{E[V(Y | \mathbf{X}_{-i})]}{V(Y)} \tag{16}$$

El cálculo de ambos índices se llevó a cabo de acuerdo al método computacional propuesto por Saltelli *et al.*, (2004) y Saltelli *et al.*, (2008), el cual se encuentra programado en el software Simlab versión 3.2 (Simlab, 2011) para Matlab (The Mathworks INC, 1984-2009). Por definición  $S_{T_i} > S_i$  o  $S_{T_i} = S_i$  cuando  $X_i$  no participa en interacciones con otro factor. Las diferencias  $S_{T_i} - S_i$  y son una medida de la participación de  $X_i$  en las interacciones con otro factor. Si  $S_{T_i} = 0$  significa que el modelo no es sensible a este factor. La suma de todos los  $S_i$  es igual a 1 cuando el modelo es aditivo y menor de 1 si es no aditivo. La suma de los  $S_{T_i}$  es mayor que 1 para modelos no aditivos e igual a 1 solo en el caso de modelos aditivos (Saltelli, *et al.*, 2008).

Paso 4. Se usó el programa para análisis de sensibilidad SimLab versión 3.2 (SimLab, 2011) para generar 2210 muestras. Usando estas muestras se ejecutaron las correspondientes simulaciones con

el modelo dinámico para poder calcular los índices de sensibilidad. Los índices de sensibilidad se calcularon considerando el valor de las variables de estado al final del periodo de simulación y también integrando su valor durante el intervalo de simulación.

## Resultados

Las Figuras 1 y 2 muestran una simulación del modelo cinético para nitratos en lechugas donde se puede apreciar el comportamiento de las diez variables de estado.

Figura 1. Resultados de la simulación del modelo de lechugas de Gent

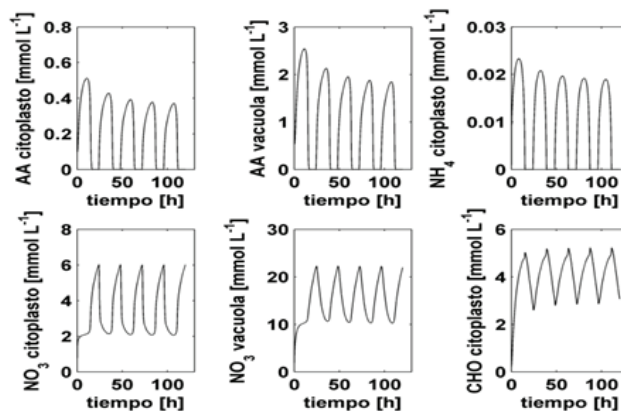
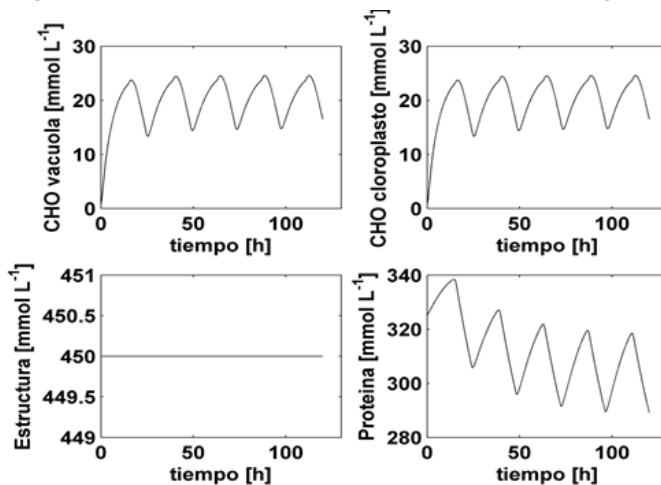
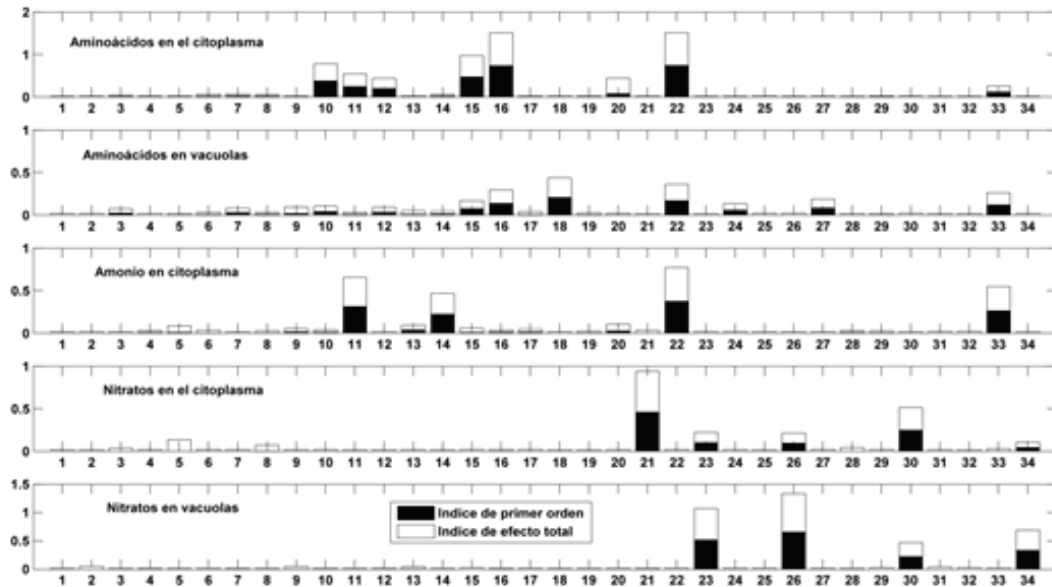


Figura 2. Resultados de la simulación del modelo de lechugas de Gent



Las figuras 3 y 4 muestran los índices de sensibilidad de primer orden y de efectos totales calculados al final del periodo de simulación.

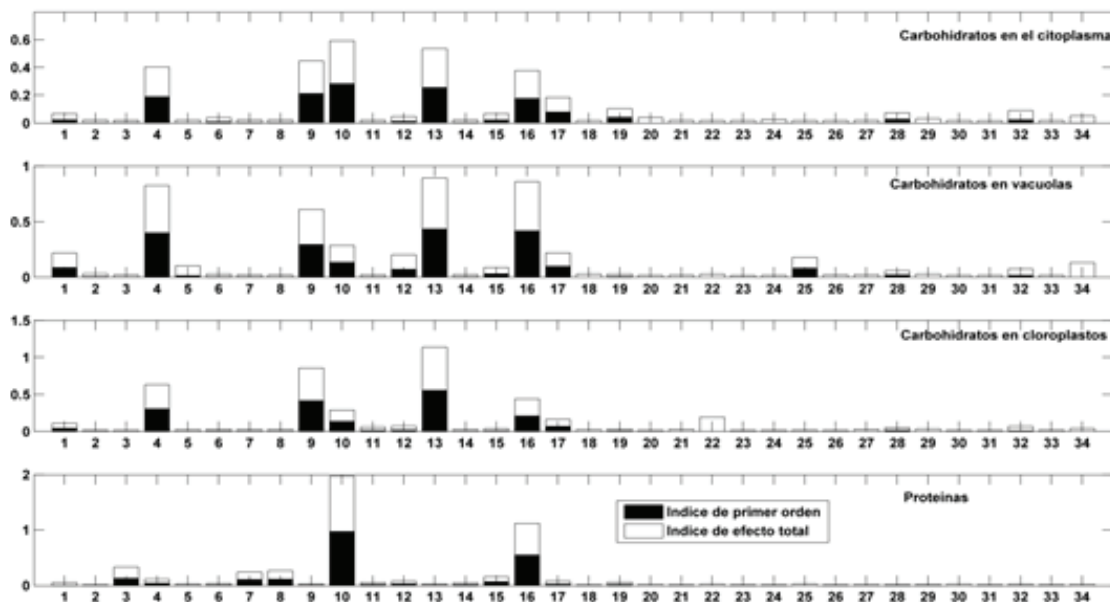
**Figura 3. Índices de sensibilidad calculados mediante el método eFAST al final del periodo de simulación**



De acuerdo con la figura 3, los parámetros que más afectan el comportamiento del modelo para la variable aminoácidos en el citoplasma, en orden decreciente son: el coeficiente de transporte  $\text{NH}_4$  desde el exterior, coeficiente de velocidad síntesis de la biomasa estructural, el coeficiente velocidad de síntesis de proteína y el coeficiente del metabolismo de CHO a biomasa estructural. Para los aminoácidos en las vacuolas los parámetros más importantes son: los coeficientes de transporte de aminoácidos vacuola-citoplasma y  $\text{NH}_4$  del exterior, el coeficiente velocidad de síntesis de biomasa estructural, así como la velocidad máxima de transporte de amonio. Para el amonio en el citoplasma los parámetros más relevantes son: el coeficiente de transporte de  $\text{NH}_4$  desde el exterior, el coeficiente asociado al metabolismo de CHO a aminoácidos, el coeficiente velocidad de síntesis de aminoácidos y la velocidad máxima de transporte de  $\text{NH}_4$ . Para los nitratos en el citoplasma los parámetros más importantes solo fueron el coeficiente de transporte de  $\text{NO}_3$  del citoplasma y el coeficiente general de transporte de nitratos. Para los nitratos en las vacuolas los parámetros más influyentes son: el coeficiente de transporte de  $\text{NO}_3$  de la vacuola, el coeficiente de transporte de nitratos desde el exterior, la velocidad máxima de transporte de nitratos y el coeficiente general de transporte de  $\text{NO}_3$ .



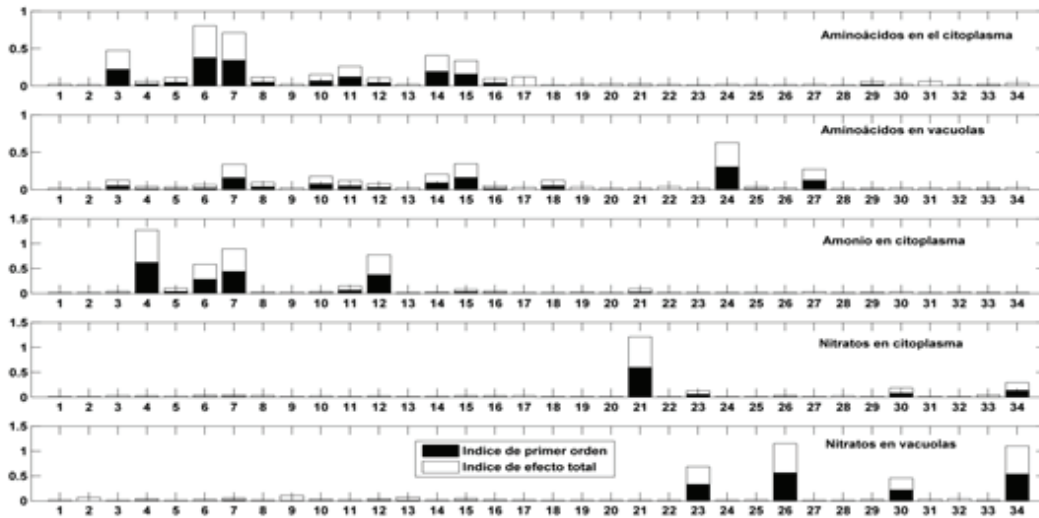
Figura 4. Índices de sensibilidad calculados mediante el método eFAST al final del periodo de simulación



De acuerdo con la figura 4, los parámetros que más influyen en el comportamiento de los azúcares en el citoplasma son: el coeficiente de metabolismo CHO biomasa estructural, el coeficiente de metabolismo máximo proteína y estructura, la velocidad de síntesis de biomasa estructural, el coeficiente de metabolismo CHO proteína y estructura, así como la eficiencia de uso de luz. Para los azúcares en vacuolas los parámetros más influyentes son: el coeficiente de metabolismo máximo para proteína y biomasa estructural, la velocidad de síntesis de biomasa estructural, la eficiencia de uso de la luz y el coeficiente del metabolismo CHO a proteína y biomasa estructural. Para los carbohidratos en los cloroplastos los parámetros más importantes son los mismos que para azúcares en vacuolas. En contraste, para las proteínas solo dos parámetros afectan su comportamiento: el coeficiente de metabolismo CHO a biomasa estructural y la velocidad de síntesis de biomasa estructural.

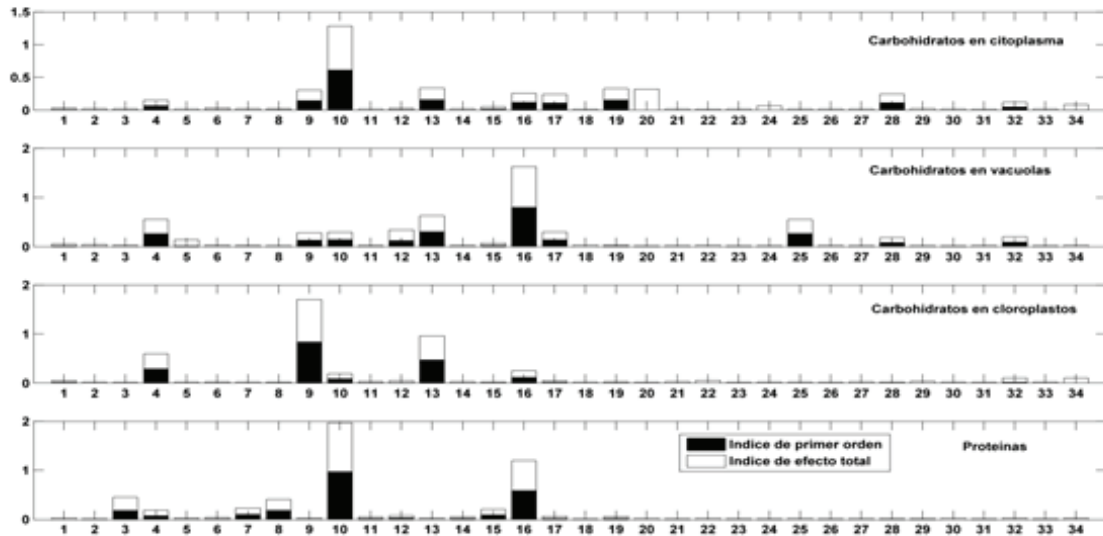
Las Figuras 5 y 6 muestran los índices de sensibilidad de primer orden y de efectos totales calculados a lo largo de todo el periodo de simulación.

Figura 5. Índices de sensibilidad calculados mediante el método eFAST durante todo el periodo de simulación



De acuerdo con la Figura 5 los parámetros más importantes para los aminoácidos en el citoplasma son: el coeficiente de metabolismo amonio NRA, el coeficiente metabolismo nitratos NRA, el coeficiente de metabolismo de aminoácidos, y en menor medida velocidad de síntesis de aminoácidos y la velocidad de síntesis de las proteínas. Para los aminoácidos en vacuolas los parámetros más importantes son: el coeficiente de transporte de aminoácidos de la vacuola, el coeficiente de transporte de aminoácidos, velocidad de síntesis de proteínas y el coeficiente de metabolismo nitratos NRA. Para el amonio en el citoplasma los parámetros más importantes son: la eficiencia de uso de la luz, el coeficiente de metabolismo nitratos NRA, el coeficiente de metabolismo máximo nitratos NRA y el coeficiente de metabolismo amonio NRA. Para los nitratos en el citoplasma el único parámetro influyente es el coeficiente de transporte de  $\text{NO}_3$  del citoplasma. Para los nitratos en las vacuolas solo cuatro parámetros afectan su comportamiento siendo la velocidad máxima de transporte de nitratos, coeficiente de transporte de  $\text{NO}_3$  de la vacuola, el coeficiente de transporte de  $\text{NO}_3$  desde el exterior y el coeficiente general de transporte de  $\text{NO}_3$ .

Figura 6. Índices de sensibilidad calculados mediante el método eFAST durante todo el periodo de simulación



De acuerdo con la figura 6, los parámetros que más afectan el comportamiento de los carbohidratos en el citoplasma son el coeficiente de metabolismo CHO biomasa estructural, el coeficiente de transporte de CHO al citoplasma y el coeficiente de metabolismo máximo proteínas y biomasa estructural. Para los carbohidratos en vacuolas los parámetros más importantes son: el coeficiente velocidad de síntesis de biomasa estructural, el coeficiente de metabolismo máximo de proteínas y biomasa estructural, el transporte de CHO de las vacuolas y la eficiencia de uso de la luz. Para los carbohidratos en los cloroplastos los parámetros más influyentes solo son tres: el coeficiente de metabolismo CHO a proteínas y biomasa estructural, el coeficiente de metabolismo máximo a proteínas y biomasa estructural y la eficiencia de uso de la luz. Por su parte en el caso de las proteínas los parámetros que más afectan su comportamiento son solamente tres: el coeficiente de metabolismo CHO biomasa estructural, la velocidad de síntesis de biomasa estructural y el coeficiente de metabolismo de aminoácidos.

## Discusión

Comparando las figuras 3 y 5 se observan importantes diferencias y semejanzas entre los parámetros que más afectan el comportamiento de las variables de estado, cuando se compararon los resultados de calcular los índices de sensibilidad solo al final y durante todo el periodo de simulación. Para los aminoácidos en el citoplasma solo el coeficiente velocidad de síntesis de proteína resultó importante en ambos casos. Para los aminoácidos en las vacuolas los parámetros comunes fueron solamente la

velocidad de síntesis de proteínas y el coeficiente de transporte de aminoácidos. Para el amonio en el citoplasma todos los parámetros fueron diferentes. Para los nitratos en el citoplasma los cálculos coincidieron únicamente en el coeficiente de transporte de nitratos del citoplasma. Para los nitratos en las vacuolas las dos maneras de calcular los índices de sensibilidad coincidieron en los cuatro parámetros más influyentes. En el caso de azúcares en el citoplasma, en las vacuolas y en los cloroplastos los parámetros más influyentes fueron los mismos. Finalmente, en el caso de proteínas las dos maneras de calcular los índices de sensibilidad arrojaron los mismos parámetros como los más influyentes.

## **Conclusiones**

De acuerdo con los resultados, se confirma la utilidad de un análisis de sensibilidad global basado en el cálculo de las varianzas, para conocer como las variables que predice un modelo son afectadas por sus parámetros. Se encontró que a pesar de que el modelo cinético para lechugas tiene muchos parámetros, un subconjunto relativamente pequeño determina su comportamiento. También se encontraron diferencias entre el cálculo de los índices de sensibilidad en un instante de tiempo determinado y un criterio que tome en cuenta todo el intervalo de simulación. Esta información puede ser utilizada en estudios futuros que pretendan estimar parámetros del modelo para poder aproximar lo más posible sus predicciones a observaciones obtenidas del sistema real.

## **Literatura citada**

Gent, M.P.N. 2002. Modelling intra-cellular control of nitrate uptake and long distance transport in plants. *Acta Horticulturae* 593: 93-99.

Gent, M.P.N. 2006. Modeling the effect of nutrient solution composition and irradiance on accumulation of nitrate in hydroponic lettuce. *Acta Horticulturae* 718: 469-476.

Gent, M.P.N. 2011a. Composition of hydroponic lettuce: effect of time of day, plant size and season. *Journal of the Science Food & Agriculture* 92 (3): 542-550.

Gent, M.P.N. 2011b. Comparison of diurnal variation of nitrate and sugars in lettuce and prediction of a model based on metabolism. *Acta Horticulturae* 893: 739-746.

López-Cruz, I.L., Salazar-Moreno, R., Rojano-Aguilar, A., Ruíz-García, A. 2012a. Análisis de sensibilidad global de un modelo de lechugas (*Lactuca sativa* L.) cultivadas en invernadero. *Agrociencia* 46(4): 383-397.

López-Cruz, I.L., Salazar-Moreno, R., Rojano-Aguilar, A., Ruíz-García, A. 2012b. Global sensitivity analysis of greenhouse crop models. *Acta Horticulturae* 952: 103-109.

Saltelli, A., Tarantola, S., Campolongo, F., Ratto, M. 2004. Sensitivity analysis in practice. A guide to assessing scientific models. John Wiley & Sons. Chichester, England.

Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, D., Saisana, M., Tarantola, S. Global sensitivity analysis. The primer. John Wiley & Sons. Chichester, England.

Scaife, A. and Schloemer S. 1994. The diurnal pattern of nitrate uptake and reduction by spinach (*Spinacia oleracea*). *Annals of botany* 73:337-343.

Seginer, I. 2003. A dynamic model for nitrogen-stressed lettuce. *Annals of botany* 91:623-635.

Seginer, I., van Straten G., Buwalda, F. 1999. Lettuce growth limited by nitrate supply. *Acta Horticulturae* 507: 141-148.

Seginer, I. 1994. Equilibrium and balanced growth of a vegetative crop. *Annals of botany* 93: 127-139.

Seginer, I., Bleyaert, P., Breugelmans, M. 2004. Modelling ontogenetic changes of nitrogen and water content in lettuce. *Annals of botany* 94: 393-404.

Simlab. 2011. Software package for uncertainty and sensitivity analysis. Joint Research Centre of the European Commission. Downloadable for free at: <http://simlab.jrc.ec.europa.eu>

*Jorge Flores Velazquez<sup>1,2</sup>; Irineo Lorenzo Lopez Cruz<sup>1</sup>; Abraham  
Rojano Aguilar<sup>1</sup>; Federico Villarreal Guerrero<sup>2</sup> y Pablo Delgado Sánchez<sup>2</sup>*

# **CARACTERÍSTICAS CLIMÁTICAS EN UN INVERNADERO MULTITÚNEL, ANALIZADO MEDIANTE MÉTODOS NUMÉRICOS (COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS)**

## **Introducción**

En México la agricultura protegida, es una actividad que se ha desarrollado desde hace más de 30 años. La evolución de las estructuras que fueron siendo desplazadas o mejoradas consiste desde simples acolchados, micro y macro túneles, hasta llegar a los invernaderos que hoy inundan zonas agrícolas del país. Uno de los modelos que se ha mantenido en el tiempo es el llamado túnel, el cual fue introducido en las regiones altas del Estado de México, cuyas características climáticas permitió su pronta aceptación y con el tiempo expansión, y con la expansión se pusieron a la vista sus defectos de no contar con una ventana cenital, principalmente en las zonas cálidas. No obstante en ciertas zonas del país, sigue siendo una estructura con cualidades que permiten lograr el objetivo del “invernadero”.

<sup>1</sup>Posgrado en Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo Edo. De México.

<sup>2</sup>Facultad de agronomía. Universidad Autónoma de San Luis Potosí. Carretera San Luis Matehuala, Km 11. Soledad de Graciano Sánchez. E mail: jorge.velazquez@uaslp.mx

Hay una relación directa entre las características ambientales del aire que rodea el cultivo y su desarrollo, de modo que las variables climáticas definen y condicionan las características de la cosecha (Hanan, 1998). También la ventilación tiene un claro efecto en la composición del aire interior, pues la falta de ventilación puede producir un déficit en la concentración de CO<sub>2</sub> (Hand, 1984; Lorenzo, 1994). Ello se debe a que la entrada de aire externo es la principal fuente de CO<sub>2</sub> de los cultivos en aquellos invernaderos que no cuentan con enriquecimiento carbónico, como son la mayoría de los situados en México.

Las adecuaciones que el invernadero tipo túnel fue adoptando, han sido principalmente las dimensiones, ahora son estructuras mucho más altas, y con mayor área de ventanas laterales y frontales; pero definitivamente el mayor cambio ha sido colocarlo unido entre sí compartiendo una pared, que al ser concatenado en “batería” puede ser llamado como “baticenital”.

Volúmenes finitos es el método numérico que Fluent utiliza para resolver las ecuaciones de balance de masa, momento y energía aplicadas a un volumen de control (Anderson, 1997), luego mediante un proceso de discretización los resultados son extrapolados a un número finito de elementos en los que la geometría, previamente ha de dividirse.

Dentro de los parámetros para desarrollar simulaciones en Fluent, un aspecto importante consiste en desarrollar modelos físicos y numéricos con el objeto de entender y predecir el comportamiento de flujos de fluidos en general y flujos turbulentos en particular (Flores-Velazquez *et al.*, 2012)

En general dentro de los procesos de flujo existe gran similitud matemática entre los flujos laminar y turbulento, sin embargo obtener una solución a las ecuaciones de flujo en régimen turbulento aun esta fuera del alcance del análisis matemático y calculo numérico actual, motivo por el cual se recurre a un estudio estadístico de turbulencia, mediante el cual se trabaja con propiedades promedio. Una posibilidad de promediar los valores de flujos es considerar en un punto, el campo de las variables vienen dadas como una suma de un valor promedio y una fluctuación turbulenta, analíticamente para la presión y velocidad puede representarse como lo muestra la ecuación 1) y 2):

$$p(x,t) = \bar{p}(x,t) + p'(x,t) \quad (1)$$

$$v(x,t) = \bar{v}(x,t) + v'(x,t) \quad (2)$$

El valor promedio temporal de una variable se obtiene de la forma:  $t \frac{T}{2}$ , por lo tanto la ecuación 3, puede representarse como la ecuación 4:

$$\bar{p}(x,t) = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} p(x,t) dt \quad (3)$$

$$\bar{v}(x,t) = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} v(x,t) dt \quad (4)$$

Aplicando las ecuaciones de Navier-Stokes y haciendo sus respectivas deducciones, para el flujo de un fluido newtoniano e incompresible adoptan la forma que muestran las Ecuaciones 5 y 6:

$$\nabla \cdot \bar{v} = 0 \quad (5)$$

$$\rho \frac{D\bar{v}}{Dt} = -\nabla \cdot \bar{p} + \nabla \cdot (2\mu \bar{D} \cdot \bar{T}_T) + f_v \quad (6)$$

Las incógnitas de estas ecuaciones son el campo de velocidades  $v(x,t)$  y de presión  $(x,t)$  en el tiempo  $t$ ; la ecuación de continuidad difiere al substituir el campo de velocidades por el campo de velocidades promedio, pero también presenta un nuevo término, denominado “tensiones turbulentas de Reynolds. Estas tensiones cuantifican la influencia de la fluctuación turbulenta en el campo del flujo promedio.

Poder resolver las ecuaciones de NS promediadas es necesario conocer cómo se relacionan estas tensiones turbulentas con las variables de flujo; a la relación matemática entre  $\bar{v}$  y  $\bar{p}$  se conoce como modelo de turbulencia.

La resolución de las ecuaciones de Navier Stokes (ecuaciones de conservación de de la cantidad de movimiento) bajo estas características puede analizarse mediante los siguientes modelos.

DNS (Direct Numerical Simulation). Sin aproximaciones, similar a realizar un experimento real. Aplicable mayoritariamente a geometrías simples, bajas velocidades (con  $Re$  pequeños) y sistemas básicos de complejidad.

LES (Large Eddy Simulation): Usado en simulaciones no estacionarias en las que la turbulencia de gran escala y los remolinos pequeños son aproximados. También aplicado a geometrías con un grado de complejidad pequeño y  $Re < 2000$ .



RANS (Reynolds Average Navier Stokes) Aplicable a simulaciones en geometrías complejas con Re mayores, con la ventaja de considerar el aspecto térmico y presenta el modelo de radiación. Usado principalmente en modelos estacionarios y una amplia aplicación en el campo de la ingeniería.

La dinámica de fluidos computacional ha sido extensamente utilizada en estudios de flujo de aire en instalaciones cerradas tales como granjas pecuarias (Sven and Davies, 2002, Norton, *et al.*, 2007) e invernaderos (Short, 1996, Lee & Short, 2000, Sun, *et al.*, 2000). La modelación numérica permite un seguimiento cuantitativo más exacto de las variables climáticas (velocidad, presión, temperatura, etc.) en el interior del invernadero, bajo diferentes condiciones ambientales virtuales de ventilación (Flores-Velazquez and Montero, 2008, Flores-Velazquez *et al.*, 2009) con lo cual, sin ser sustitutivo, se pueden reducir inconvenientes de tiempo, espacio y costos que implican la experimentación de los fenómenos físicos (Norton, *et al.*, 2007).

El análisis mediante la dinámica de fluidos computacional (CFD) se ha constituido como una herramienta en ingeniería que permite la simulación detallada de un sistema en el que haya flujos, transferencia de calor y materia; basado en la resolución numérica de las ecuaciones fundamentales de conservación de materia, energía y cantidad de movimiento en un dominio discretizado convertido en una malla de puntos (2 o 3 dimensiones) de una geometría total (Montero, *et al.*, 1996).

Este trabajo presenta el funcionamiento térmico expuesto desde una perspectiva numérica. ANSYS Fluent fue usado para exponer las direcciones y magnitud de los flujos que se originan en esta estructura, a partir de condiciones medioambientales típicas del centro de México (SLP). Resolver las ecuaciones mencionadas en el invernadero de estudio, ha tenido como principal objetivo, mostrar la capacidad de ventilación de este sistema de producción y su consecuente control de temperaturas en la zona de cultivo donde plantas de tomate han sido simuladas (también en forma numérica).

## **Materiales y métodos**

ANSYS FLUENT fue el programa comercial usado para la simulación del flujo del aire en el invernadero. Las características del modelo computacional que se construyó aparecen en la Cuadro 1.

Para el desarrollo de dicho modelo, existe un proceso que ha dado resultado para este tipo de análisis y puede clasificarse por el orden de ejecución. A partir de un invernadero tipo, se recrean las características físicas en una geometría con características especiales que permiten el flujo por las ventanas y lo obstruye en el techo. Primero se llevó a cabo la construcción de la geometría y mallado del volumen del invernadero, luego el volumen exterior (Figura 1), el tamaño de las celdas en la construcción de las mallas, fue de 0.5 en la dirección “x” y “z” y 0.25 en la dirección “y”, dando como resultado el número de celdas que aparece en el cuadro (1).

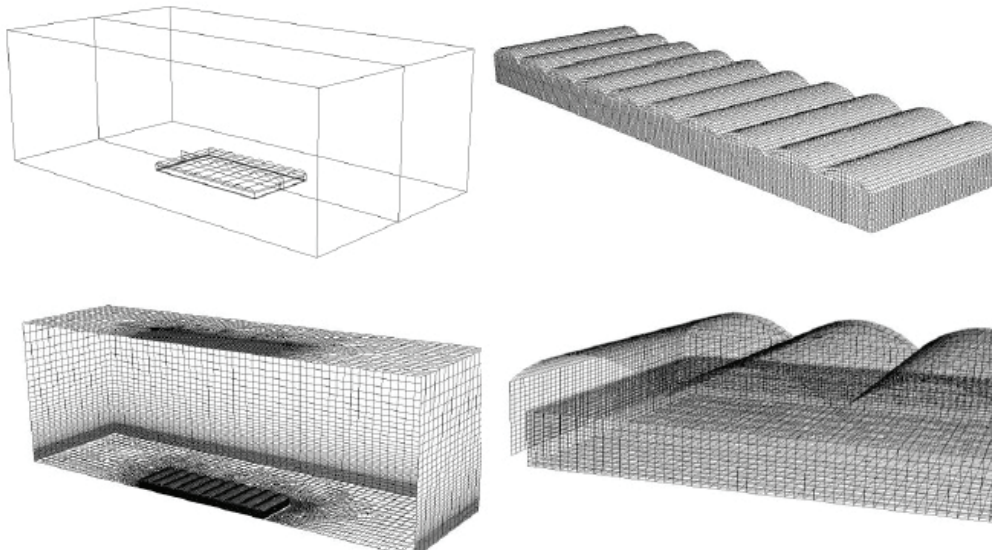
**Cuadro 1** La geometría fue creada en GAMBIT© 2.4.6 con las siguientes dimensiones (Largo X ancho X alto)

No. de celdas	Máxima deformación	Dimensión invernadero	Dimensión dominio exterior	Dimensión zona de cultivo
448 954	0.67	90x25x6.3	270x90x75	88x24x3

Esta estructura carece de ventilación cenital, por lo que basa su sistema de ventilación en las ventanas laterales y frontales. El modelo consiste de 10 naves de 9 m y 50 m (90x50 m), recordando que debido a la simetría solo está construida la mitad del invernadero, con 4.5 m de altura de banda y 1.8 de cumbre (6.3 m). A pesar de las deficiencias para el control climático en zonas cálidas, aún es posible encontrarlo en regiones de clima templado-frío.

La figura 1 muestra la construcción de la geometría de las partes que componen el modelo computacional y las mallas utilizadas en cada caso (invernadero, zona de cultivo, etc.)

**Figura 1** Proceso de construcción y mallado del modelo computacional “invernadero Multitúnel”



## Resultados

Debido a la ausencia de una ventana cenital y cuando no hay una fuente de calor, los flujos de aire se muestran sobre todo invariables en la dirección paralela a la longitud del viento, lo cual resulta

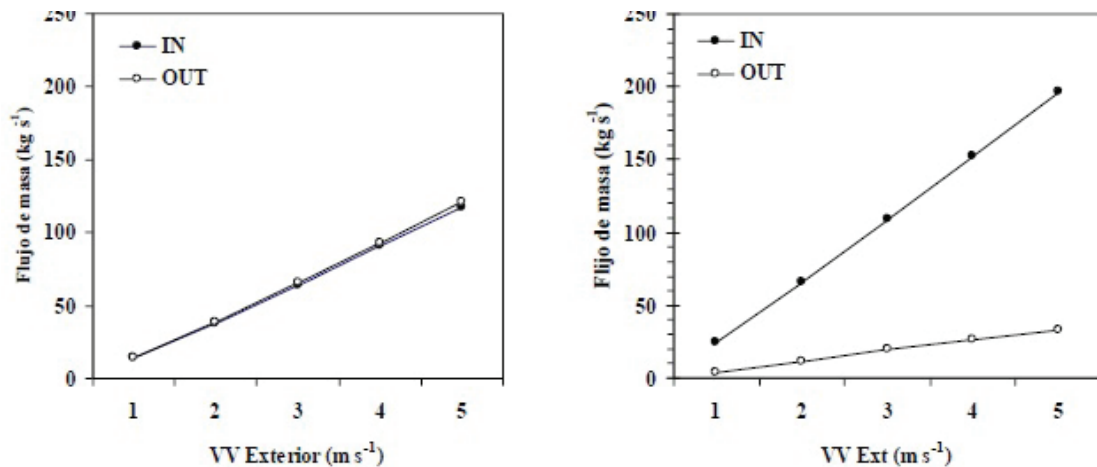
lógico, cuando en el interior del invernadero no se simula el cultivo y se abren las ventanas perpendiculares a la dirección del viento a la entrada y salida del invernadero.

### Flujos de masa

En cuanto a los flujos de masa que ocurren a la entrada (IN) y salida (OUT) del invernadero, comparativamente son mayores cuando se abren las dos ventanas (lateral y frontal) al mismo tiempo (Figura 2B), que cuando solo las ventanas laterales están abiertas (Figura 2A). Cabe destacar también que cuando se abren las dos ventanas, la mayor parte de aire que entra por la pared lateral está saliendo por la ventana frontal, así por ejemplo de los 25 kg s<sup>-1</sup> de aire que está entrando cuando la velocidad del viento exterior es de 1 m s<sup>-1</sup>, solo 4 kg s<sup>-1</sup> están saliendo por el extremo opuesto, es decir que cerca del 80 % del aire que entra, sale por la pared frontal.

Es posible observar el incremento lineal del flujo en función de la velocidad del viento exterior, para el caso de ventanas laterales abiertas, cerca de 26 kg s<sup>-1</sup> son los que ingresan al invernadero por cada 1 m s<sup>-1</sup> en la velocidad de viento exterior; cuando las 2 ventanas se abren de los 43 kg s<sup>-1</sup> que entran por cada incremento de 1 m s<sup>-1</sup> en la velocidad exterior, solo 7 kg s<sup>-1</sup> son los que salen por la pared opuesta, por lo tanto aproximadamente 35 kg s<sup>-1</sup> es la cantidad de aire que sale por la pared frontal (Figura 2).

**Figura 2 Flujo de masa para a la entrada (IN) y salida (OUT) del invernadero, con 5 velocidades de viento exterior, sin presencia de cultivo cuando se abre la ventana A) Lateral y cuando se abren las dos ventanas B) Lateral +Frontal**



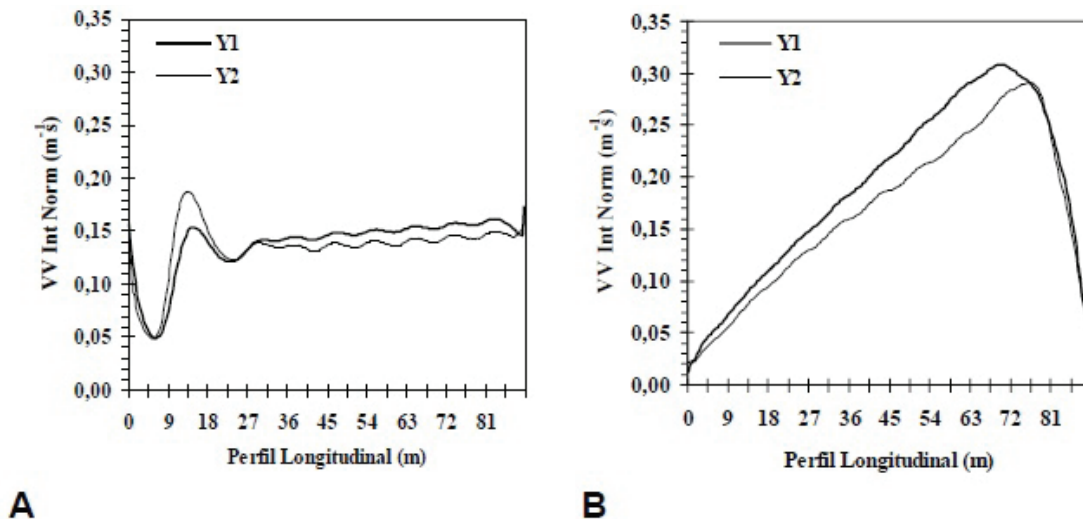
Los datos indican un aumento en la tasa de ventilación mediante el aumento del área de ventilación, lo cual desde luego favorece el intercambio de aire y debe mejorar las condiciones climáticas al interior, no obstante, como han mencionado algunos autores, esto no es concluyente, debido a las

correlaciones que existen en el ambiente del invernadero; en el siguiente apartado se exponen las direcciones y características de los flujos para ampliar el panorama sobre la eficiencia de la ventilación en este tipo de estructuras (Multitúnel).

### Velocidad del viento

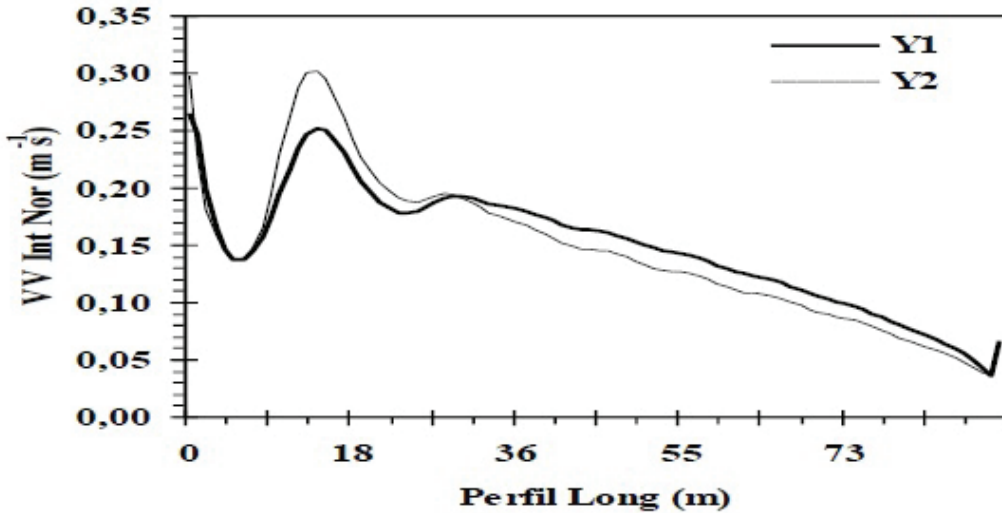
Cuando solo se abre la ventana lateral al invernadero, las velocidades del viento sufren reducciones en la velocidad del orden de 85 % respecto a la velocidad del viento exterior, observando una marcada variación en la entrada del invernadero, la velocidad del aire exterior para vencer la resistencia de la malla, pierde una considerable fuerza de presión que reduce la velocidad hasta en un 95% en los primeros 5-8 m, para luego incrementar la velocidad y mantenerse en valores cercanos a  $0.15 \text{ m s}^{-1}$  (normalizado promedio) cuando la velocidad del viento exterior es de  $1 \text{ m s}^{-1}$ , durante prácticamente la longitud del invernadero cuando no hay cultivo (A).

**Figura 3. Velocidad del viento interior promedio, sin cultivo A) cuando se abre la ventana lateral; B) cuando se abre la ventana frontal**



Otro escenario es cuando solo la ventana frontal se abre, el parámetro de distribución de velocidades cambia por completo (B), pues debido a que la velocidad del aire es paralelo a la ventana, en los primeros metros del invernadero, la velocidad del viento choca con la pared lateral y cambia su dirección, por lo que durante los primeros metros es prácticamente nula, esta misma situación ocasiona un incremento considerable en la velocidad a medida que se avanza longitudinalmente; la velocidad del viento tiene un máximo de  $0.3 \text{ m s}^{-1}$  cerca de los 70 m y luego vuelve a decaer hacia la salida.

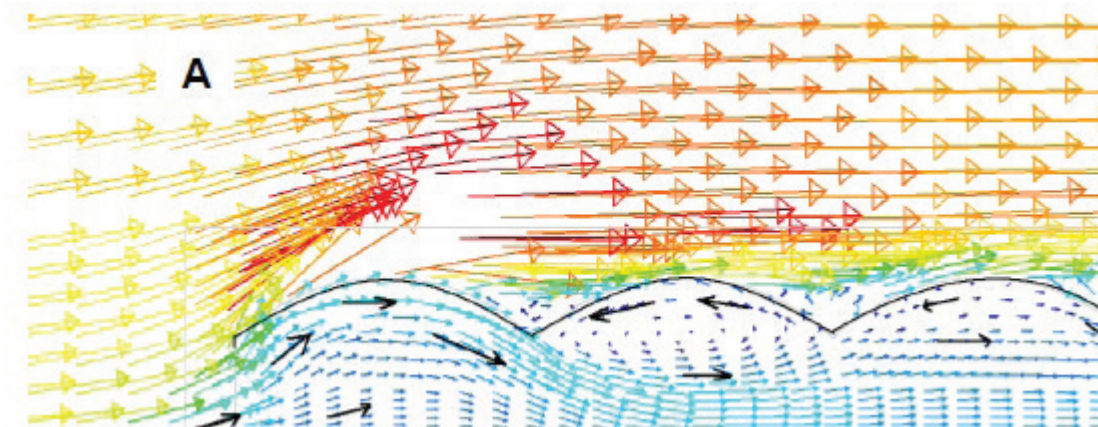
Figura 3C Velocidad del viento interior promedio, sin cultivo cuando las dos ventanas se abren (latera l+ frontal)



C

Los perfiles verticales para este escenario de simulación pueden observarse en dos zonas con la mayor variación, que es la entrada y la salida del invernadero; en ambos casos resaltan los flujos “caprichosos” en la zona de la cumbrera en ambos casos, donde a la entrada (A) estos son mayores, sin embargo a la salida del invernadero en la banda, en la zona del cultivo, se aprecia un flujo más uniforme.

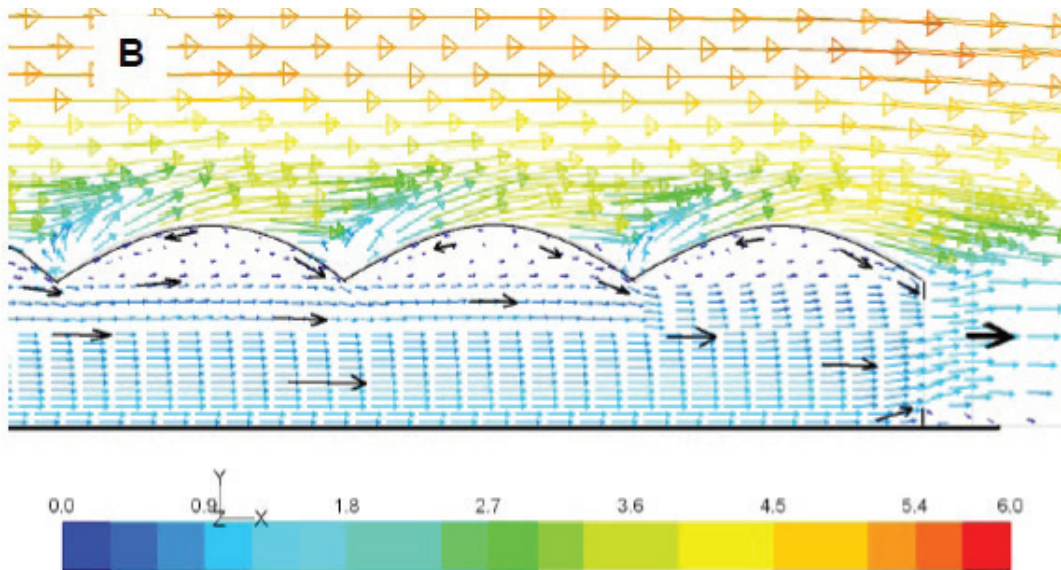
Figura 1A Detalle vertical del flujo de aire a la entrada y tres naves del invernadero





La figura 4B muestra que, una vez rebasada la primera mitad del invernadero, los flujos de aire se estabilizan y al no tener otra “opción” continúa el flujo de manera lineal hasta la salida del invernadero, por la ventana lateral opuesta a la de entrada. Las direcciones del viento son más laminares en la parte baja del invernadero, en la zona del cultivo; no obstante, en la parte de la capilla, los flujos siguen siendo recursivos en la zona cercana a la cubierta.

**Figura 2B Detalle vertical del flujo de aire las últimas 3 naves y Salida del invernadero**



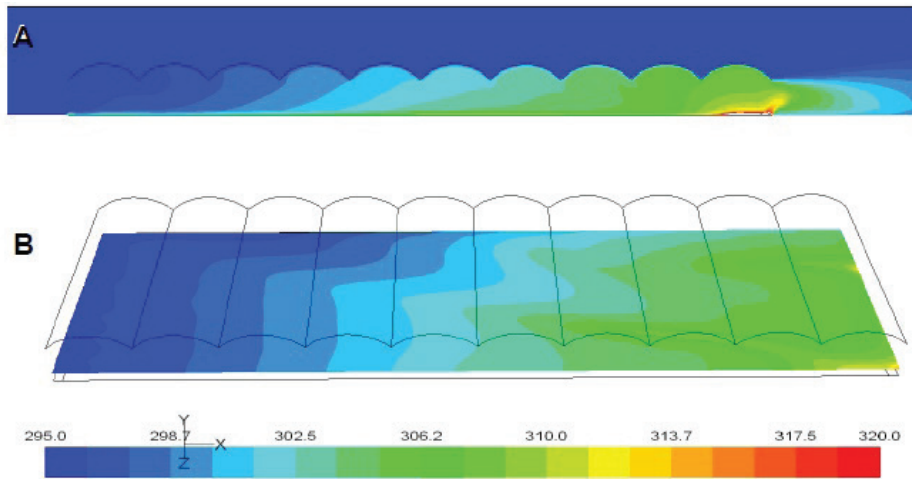
### **Gradientes de temperatura**

Como resultado del flujo en cada uno de los escenarios expuestos (tasa de ventilación) existe un correspondiente de temperatura que teóricamente corresponde con las características mostradas, es decir, una mayor velocidad del viento implica un abatimiento del gradiente de temperatura.

Cada escenario muestra diferencias en la uniformidad de las temperaturas como una consecuencia del flujo de aire. Esquemáticamente se muestra en las siguientes figuras los perfiles verticales (Figura 5A) y horizontales (Figura 5B) de la distribución espacial de la temperatura para los tres escenarios ensayados.

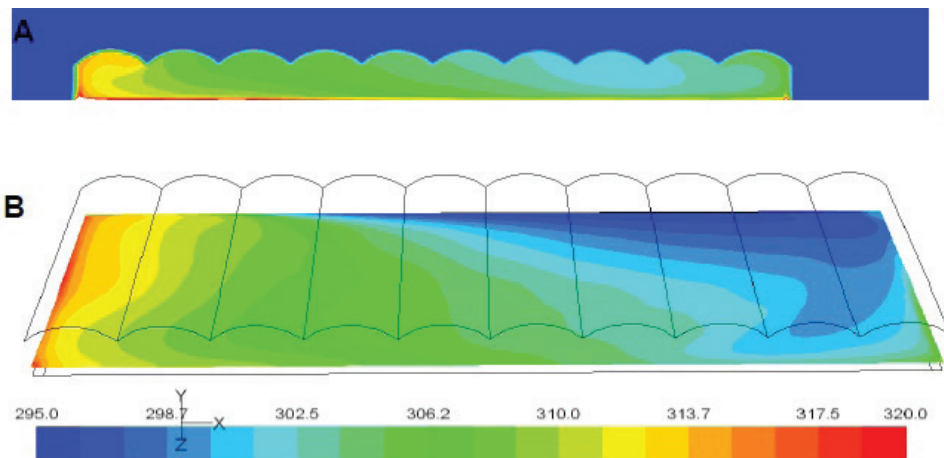
La Figura 5 muestra que cuando solo la ventana lateral está abierta, cuando en el exterior hay una velocidad de viento de 3 m s<sup>-1</sup>, este tipo de apertura es efectivo solo la mitad del invernadero, a partir de la 5ª nave, las diferencias de temperatura comienzan a ser mayores a 6 grados lo que supone diferentes condiciones entre el inicio y final del invernadero.

Figura 5 Distribución espacio de temperatura (K) Ventana lateral abierta, VV Ext.  $3 \text{ m s}^{-1}$



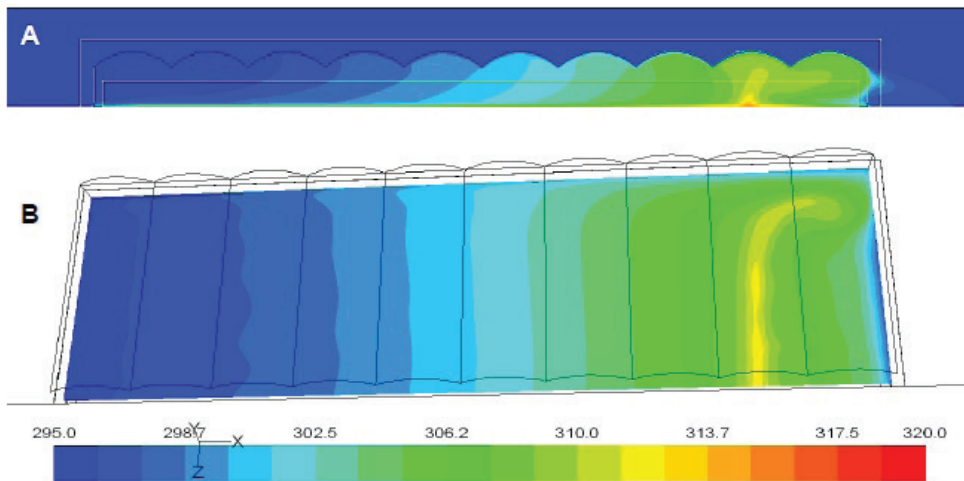
El otro escenario ensayado, cuando solo se abre la ventana frontal, además de presentar una mayor estratificación de temperaturas en el plano tridimensional, es también un inconveniente las elevadas temperaturas que se suceden de manera irregular en la mayoría del invernadero (Figura 6). El perfil vertical (A) al centro del invernadero (simetría) indica que la mayoría de las temperaturas superan los  $8 \text{ }^\circ\text{K}$  de diferencia con el exterior, mientras que en el plano horizontal (B) a  $1 \text{ m}$  de altura, solo una sección al final del invernadero y muy cerca de la ventana frontal mantiene gradientes de temperatura bajos.

Figura 6 Distribución espacial de las temperaturas (K) con ventana frontal abierta, VV exterior de  $3 \text{ m s}^{-1}$



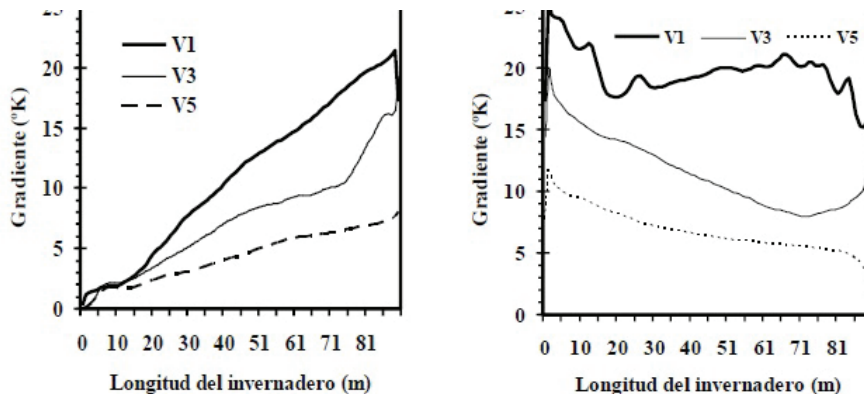
La distribución de las temperaturas tiene una apegada relación con los perfiles de velocidad del viento, lo cual es un indicador de la deficiente forma de ventilar bajo este escenario y consecuentemente plantea la necesidad de optar por alternativas de ventilación, como la reducción de naves y la combinación de ventanas en la pared lateral, tal como se presenta en la Figura 7.

**Figura 7 Distribución de temperaturas (K) cuando ambas ventanas permaneces abiertas, y Velocidad de viento exterior de  $3 \text{ m s}^{-1}$**



No obstante la notoria mejoría de las temperaturas cuando se combinan las paredes frontal y lateral como entradas de aire, al final del invernadero sigue existiendo una zona “caliente” (Figura 7). Esta distribución es muy semejante a lo que sucede cuando solo se abre la ventana lateral.

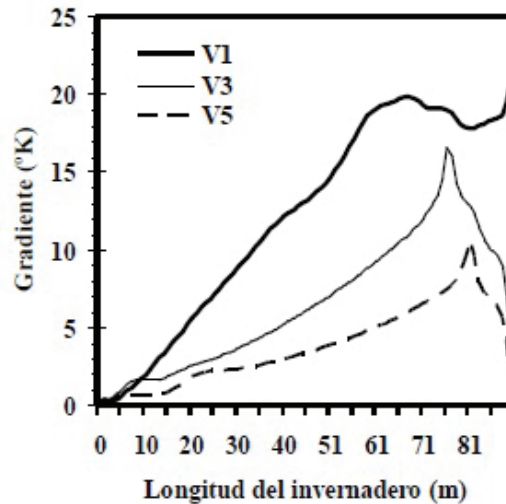
**Figura 8 Gradiente de temperaturas para los tres escenarios de ensayo y tres velocidades de viento exterior, A) Abierta la ventana Lateral, B) Abierta ventana Frontal**





Esquemáticamente es posible observar (A, B y C) que los menores gradientes ocurren cuando la ventana lateral está abierta y en el exterior existe una velocidad del viento perpendicular de  $5 \text{ m s}^{-1}$ , que sería una condición ideal para el mejor funcionamiento de este tipo de invernadero.

**Figura 8C** Gradiente de temperaturas ventanas laterales y frontales abiertas y tres velocidades de viento exterior simuladas ( $1, 2$  y  $3 \text{ m s}^{-1}$ )



## Conclusiones

Bajo los escenarios de simulación ensayados, un invernadero tipo túnel de 10 naves resulta problemático cuando las velocidades del viento son bajas (menores de  $3 \text{ m s}^{-1}$ ) debido a una longitud tal, que dificulta el “recorrido” del aire y esto origina una acumulación de calor en la segunda mitad del invernadero.

La dinámica de fluidos computacional (CFD) presenta herramientas de análisis determinantes para el análisis espacial del microclima de un invernadero, y su interacción con el medio externo, por lo que, combinado con modelos teóricos y experimentales pueden resolver incógnitas puntuales sobre el funcionamiento del sistema de ventilación en invernaderos.

Un invernadero con las características ensayadas puede ser una mejor opción en climas templado-fríos, con veranos cortos y suaves los cuales puedan ser manejados con la combinación de apertura de ventanas laterales y frontales.

El uso de malla anti insectos en las fronteras de las ventanas, ocasiona una considerable reducción del flujo del aire, reduciendo así la eficiencia en la renovación del mismo.

## Literatura citada

Anderson Jr. John D. 1997. Computational Fluid Dynamics. The basics with applications. Mc. Graw-Hill. USA.

Flores-Velazquez, J. and Montero, J.I. 2008. Computational Fluid Dynamics CFD study of large scale screenhouse. Acta Hort. 797, 117-122.

Flores, V.J., Montero, J.I. y Bonachela, C.S. 2009. Caracterización térmica de un invernadero Multitúnel con ventilación mecánica. II congreso ibérico de Agroingeniería, Lugo 28-30 sept. España.

Flores-Velazquez, J. De la Torre, G.G., Rico-Garcia, E., Lopez C, I., and Rojano A.A. 2012. Applied Computational Fluid Dynamics. Chapter: Advances in Computational Fluid Dynamics Applied to the Greenhouse Environment. Edited by Hyoung Woo Oh. INTECH. 2012. ISBN: 978-953-51-0271-7 .

Hand, D.W. 1984, Crop responses to winter and summer CO<sub>2</sub> enrichment, Acta Hort. 162, pp. 45-63

Hanan J.J. (1998). Greenhouses. Advanced technology for protected horticulture. CRC Press.

Lee, I.B. and Short, T.H. 2000. Two-dimensional numerical simulation of natural ventilation in a multi-span greenhouse. Transactions of ASAE, 43 (3), 745-753.

Lorenzo P; Maroto C; Castilla N. 1990. CO<sub>2</sub> in plastic greenhouse in Almería (Spain). Acta Horticulturae, 268: 165-169.

Montero J I; Muñoz, P; Antón A. 1996. Discharge coefficients of greenhouse windows with insect-proof screens. Acta Horticulturae, 443: 71-77.

Norton T., Sun D., Grant J., Fallon R., Dodd V. 2007. Application of computational fluid dynamics (CFD) in the modeling and desing of ventilation systems in the agricultural industry: A review. BioresourceTechbology.

Short, Ted H. 1996. Selecting the greenhouse structure your crop need. Grower Talks, Summer Issue, 1996: 8-9.

Sven Reichrath and Tom W. Davies. 2002. Using CFD to model the internal climate of greenhouses: past, present and future. Agronomie 22 (2002) 3-19

Sun, H. Stotwel, R., Keener, H. Edwell, D., Michel, F. 2002. Two-dimensional computational fluid dynamics modelling of air velocity and amonnia distribution in a high rise hog building. Transactions of the ASABE 45, 1559-1568.

## **ESTIMACIÓN DE LAS PÉRDIDAS LOCALIZADAS EN LATERALES DE RIEGO POR GOTEO**

### **Introducción**

El riego por goteo es uno de los sistemas de riego a presión más eficientes en el suministro de agua filtrada y algunas veces con fertilizante a las plantas en toda la parcela, en las cantidades adecuadas, de forma localizada, sobre o dentro del suelo; este suministro de agua y nutrientes se hace por medio de emisores insertados en una red extensa de tuberías, la cual debe ser diseñada para su correcto funcionamiento. Los laterales de riego hacen parte de esta red de tuberías y para su diseño tienen que estimarse con precisión las pérdidas por fricción y localizadas.

Las ecuaciones para determinar las pérdidas por fricción se han desarrollado, basadas en numerosas pruebas de laboratorio en tuberías de distinto diámetro y tipo, las cuales han sido propuestas para expresar la relación entre la velocidad del agua, el diámetro y la rugosidad interna del tubo (Christiansen 1942); pero la ecuación más utilizada para determinar las pérdidas por fricción en riego por goteo, es la de Darcy Weisbach debido a su exactitud y completa gama de aplicaciones ecuación (1).

$$h_f = f * \frac{L}{D} * \frac{V^2}{2g} \quad (1)$$

El único inconveniente para utilizar la ecuación 1, radica en el cálculo del factor de fricción ( $f$ ), el cual se solucionó con la ecuación empírica de Blasius ecuación (2), para tuberías de diámetro inferiores a 25 mm con número de Reynolds entre  $3000 < Re < 100000$  (Howell y Barinas 1980; Hathoot, *et al.* 1993; Brown 2002; Juana *et al.* 2002).

$$f = \frac{0.3164}{Re^{0.25}} \quad (2)$$

El número de Reynolds ( $Re$ ) puede ser calculado con las siguientes ecuaciones:

$$Re = \frac{\rho v_s D}{\mu} \quad (3)$$

O equivalente a:

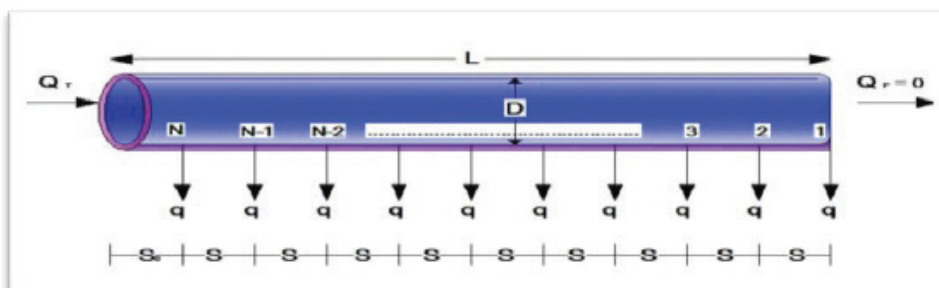
$$Re = \frac{VD}{\gamma} \quad (4)$$

La determinación de pérdidas por fricción en tuberías con diámetro interno inferior a 25 mm para laterales de riego, se estima con la ecuación 5, la cual es el resultado de la combinación algebraica entre las ecuaciones 1 y 4, con temperatura del agua a 18°C.

$$h_f = 0.000789 * \frac{Q^{1.75}}{D^{4.75}} * L \quad (5)$$

El lateral de riego es considerado una tubería con salidas múltiples y la determinación exacta de las pérdidas por fricción en este tipo de tuberías, requiere de un análisis tramo por tramo a partir de la última salida y teniendo en cuenta el caudal al inicio del lateral como se muestra en la Figura 1.

**Figura 1. Tubería con salidas múltiples**



Para evitar este incómodo análisis, algunos investigadores han propuesto expresiones que agilizan dicho proceso, entre ellos se destacan: (Christiansen, 1942; Detar 1982; Scaloppi, 1988; Cuenca 1989; Anwar, 1999a; Anwar, 1999b; Chineas y Rodríguez, 2006; y el más reciente Ángeles, 2009); pero la más ampliamente utilizada es la ecuación de Christiansen, la cual es:

$$F = \frac{1}{m+1} + \frac{1}{2N} + \frac{(m-1)^{0.5}}{6N^2} \quad (6)$$

Las pérdidas por fricción en tuberías con salidas múltiples se determinan con la ayuda de la siguiente ecuación:

$$H_f = h_f * F \quad (7)$$

Partiendo de la hipótesis que las pérdidas menores generadas por la deformación del tubo y la barra sólida del emisor insertado se pueden despreciar, algunos diseñadores de sistemas de riego a presión han ocasionado deficiencias en dichos sistemas, pues un número considerable de emisores pueden convertirse en un porcentaje importante en las pérdidas de carga total (Yildirim, 2009), por lo anterior investigadores han propuesto expresiones para determinar dichas pérdidas, haciendo relaciones entre el área del tubo y la que ocupa el gotero dentro del tubo (Martínez 1991; Bagarello *et al.*, 1997; Provenzano y Pomo, 2004; Demir 2007).

Las pérdidas menores, ( $h_m$ ) son expresadas en la ecuación clásica de la carga cinética multiplicada por el coeficiente de pérdida locales ( $\alpha$ )

$$h_m = \alpha \frac{v^2}{2g} \quad (8)$$

Bagarello et al (1997), en su investigación experimental deduce un procedimiento para evaluar las pérdidas locales debido a la protuberancia de la parte sólida del emisor en la línea del flujo de riego por goteo. El coeficiente de las pérdidas locales ecuación (10) correspondían a diferentes sistemas de emisores sobre línea con diferentes valores de número de Reynolds, y cada sistema de emisor fue caracterizado por un índice de obstrucción ( $OI$ ) ecuación (9).

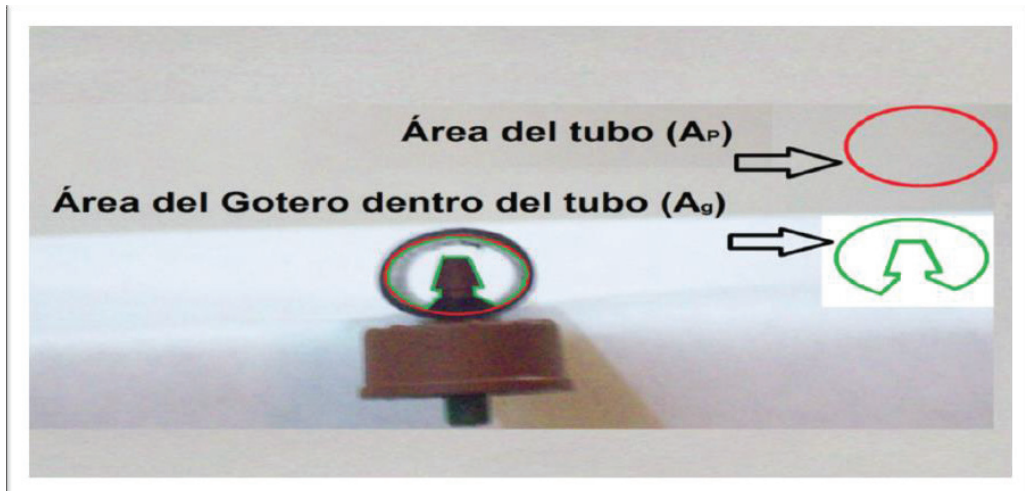
$$OI = \left( \frac{1-r^2}{r^2} \right)^{0.645} \quad (9)$$

$$\alpha = 1.68 * (OI)^{0.645} \quad (10)$$

El coeficiente de pérdidas locales  $\alpha$  ecuación (11) incluye ambas características, la de conexión del emisor y la deformación de la tubería que rodea el vástago (parte insertada del emisor) que es definida en los rangos  $1.0 < A_p/A_g < 1.44$ . Demir (2007).

$$\alpha = 1.68 \left( \frac{A_p}{A_g} - 1 \right)^{1.29} \quad (11)$$

**Figura 2. Interior de la tubería**



Hollew y Barinas (1980), trabajando con 6 diferentes tipos de emisores sobre línea establecieron la siguiente ecuación empírica para determinar las pérdidas localizadas como longitud equivalente.

$$l_e = C_e * Q^M \quad (12)$$

Los parámetros ( $C_e=0.0000066$ ) y ( $M=1.32$ ) dependen del tipo de emisor sobre línea.

Martínez (1991), utiliza la ecuación 13 para expresar las pérdidas de carga por conexión en longitud equivalente del lateral.

$$J = \left( \frac{se+fe}{se} \right) \quad (13)$$

Esta última ecuación tiene el inconveniente de calcular la longitud equivalente de pérdidas de carga por conexión con un gráfico que debe ser reajustado ( $f_e=0.18$ ) y para tal efecto se propone modificar esta longitud equivalente por conexión y estimar las pérdidas menores ajustando esta ecuación. Luego de establecido el factor multiplicador de pérdidas ocasionadas por conexión se utiliza en la ecuación 7 para determinar las pérdidas totales generadas en el lateral (fricción y Conexión)

En este trabajo, después de verificar la aplicabilidad de las diferentes ecuaciones para determinar las pérdidas por fricción y localizadas descritas anteriormente, se muestran los resultados de una investigación experimental sobre las pérdidas localizadas generadas en laterales de riego con emisores sobre línea.

## **Materiales y Métodos**

El experimento fue desarrollado utilizando dos laterales de polietileno (PE) de 50 metros de longitud, con diámetro interior de 13.5 mm; en el primer lateral se insertaron goteros sobre línea espaciados 0.4 metros y en el segundo se insertaron a 0.40 metros en el primer tramo (10 metros) y 0.35 metros los restantes 40 metros del laterales. La instalación del experimento consta de los siguientes componentes:

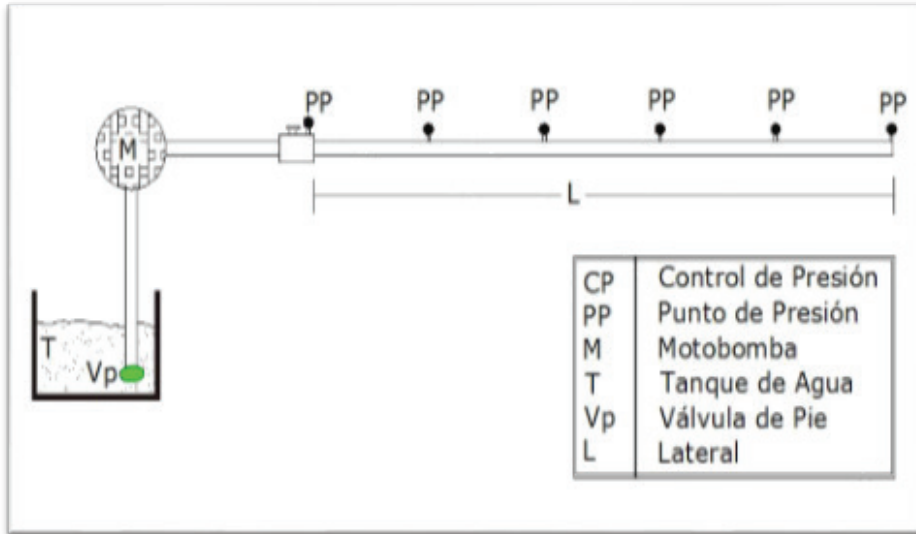
Para determinar el diámetro interno se cortaron 5 muestras de 0.10 metros de la tubería de PE en las cuales se midió el diámetro con la ayuda de un calibrador vernier de pie de rey digital de 0.02 mm/0.001” de exactitud, esta medida se realizó dos veces por cada muestra, posteriormente se establece el promedio.

Como se muestra en la figura 3 cada 10 metros fue instalada una toma de presión para establecer sus lecturas, luego se compararon las pérdidas por fricción y localizadas obtenidas experimentalmente y las calculadas con las ecuaciones anteriormente descritas.

El área de la tubería ( $A_p$ ) y el área que ocupa el gotero dentro de la tubería ( $A_g$ ) que se utilizan en la estimación de las pérdidas localizadas, se evaluaron con la digitalización de 5 fotografías tomadas al sistema tubería-gotero como muestra la figura 2 con la ayuda del programa AutoCAD 2007.

Las pérdidas localizadas experimentalmente se calcularon como la diferencia entre la presión arrojada cada 10 metros y las pérdidas por fricción generadas en cada tramo. Finalmente los datos arrojados se analizaron con la ayuda del programa Excel 2010 de Microsoft y la herramienta Cftools del programa Matlab 2010 (curve fitting tool).

Figura 3. Montaje del sistema experimental



## Resultados

**Perdidas por fricción:** Registradas las presiones en las 5 tomas, ubicados cada 10 metros (m) a lo largo de la tubería de polietileno (PE) en los dos laterales evaluados, se establece la distribución de la misma (Cuadro 1 y 2.)

Cuadro 1. Distribución de presiones en el lateral con espaciamientos de 0.40 metros con pendiente cero

Promedio Presión (PSI)	Presión (Kg Cm <sup>-2</sup> )	% Longitud	Pérdidas	Pérdidas Acumuladas
26.00	1.83	0		
17.00	1.20	20	48.32%	48.32%
12.00	0.84	40	26.85%	75.17%
9.13	0.64	60	15.44%	90.60%
8.00	0.56	80	6.04%	96.64%
7.38	0.52	100	3.36%	100.0%



Estos resultados de la columna 5 de los cuadros 1 y 2, son análogos a los publicados por Boswell (1990), citado por Andrade (2009), el cual dice: “que la caída media de la presión total se produce en los primeros 22% de la longitud y la presión media está a 38% de la longitud de entrada, cuando el lateral está a nivel.

De igual forma en los últimos 10 metros del lateral (80% y 100% L) ocurre entre el 3.36 y 0.66% de las pérdidas totales, resultados equivalentes a los publicados por Valiantzas (2005), en el cual manifiesta que: “En el últimos 20% de la longitud de la manguera de goteros contribuye aproximadamente con el 1% del total de las pérdidas por fricción a lo largo del lateral.”

**Cuadro 2. Distribución de presiones en el lateral con espaciamientos 0.40 y 0.35 metros con pendiente cero**

Promedio Presión (PSI)	Presión (Kg Cm <sup>-2</sup> )	% Longitud	Pérdidas	Pérdidas Acumulada
26.00	1.83	0		
16.50	1.16	20	50.00%	50.00%
11.00	0.77	40	28.95%	78.95%
7.63	0.54	60	17.76%	96.71%
7.13	0.50	80	2.63%	99.34%
7.00	0.49	100	0.66%	100.00%

**Pérdidas menores:** Las pérdidas menores se establecieron utilizando las ecuaciones (11 y 8), 12 y 13; pero en esta última después de analizar los datos experimentales se graficó y calculó la longitud equivalente de pérdidas de carga por conexión, utilizando la herramienta de Cftools de Matlab y se determina que el mejor método experimental fue el polinomios cuadrático pues arrojó el mayor coeficiente de Correlación (R2 =0.9997), en comparación con el gaussianos y el potencial. Este parámetro de longitud equivalente de pérdidas de carga por conexión queda de la siguiente forma:

$$fe = 0.305 \left( \frac{A_p}{A_g} \right)^2 - 0.0607 \left( \frac{A_p}{A_g} \right) - 0.2563 \quad 14)$$

**Cuadro 3. Pérdidas menores por conexión en el lateral espaciado a 0.40 metros (tradicional)**

Longitud (%)	(Pm) <sup>1</sup> (m)	(H <sub>fr</sub> ) <sup>2</sup> (m)	(α) <sup>3</sup>	(h <sub>m</sub> ) <sup>4</sup> (m)	(h <sub>m</sub> ) <sup>5</sup> (m)	(h <sub>m</sub> ) <sup>6</sup> (m)
0	18.28					
20	11.95	3.13	0.474	1.96	1.36	1.85
40	8.44	2.03	0.474	1.19	0.98	1.20
60	6.42	1.13	0.474	0.61	0.63	0.67
80	5.62	0.47	0.474	0.23	0.32	0.28
100	5.19	0.09	0.474	0.03	0.08	0.05
Suma		6.86 m		4.03	3.38	4.05

1 Presión leída en el manómetro (m) datos experimentales

2 Pérdidas por fricción ecuación 5

3 Coeficiente de pérdidas localizadas ecuación 11

4 Pérdidas locales ecuación 11 y 8

5 Pérdidas locales ecuación 12

6 Pérdidas menores modificando la ecuación 12 con la ecuación 14

**Cuadro 4. Pérdidas Totales en el lateral espaciado a 0.40 metros (tradicional)**

(Pm) (m)	(H <sub>T</sub> ) <sup>1</sup> (m)	(H <sub>T</sub> ) <sup>2</sup> (m)	(H <sub>T</sub> ) <sup>3</sup> (m)	(H <sub>T</sub> ) <sup>4</sup> (m)	(D <sub>T</sub> ) <sup>5</sup> (m)	(D <sub>T</sub> ) <sup>6</sup> (m)	(D <sub>T</sub> ) <sup>7</sup> (m)	(D <sub>T</sub> ) <sup>8</sup> (m)
18.28								
11.95	5.09	4.49	4.54	4.98	13.19	13.79	13.74	13.30
8.44	3.23	3.01	2.95	3.24	8.73	8.94	9.00	8.71
6.42	1.75	1.76	1.65	1.81	6.69	6.67	6.79	6.63
5.62	0.70	0.80	0.69	0.75	5.72	5.62	5.73	5.66
5.19	0.12	0.17	0.13	0.14	5.50	5.45	5.50	5.49
Suma	10.88	10.23	9.94	10.92				

Suma 10.88 10.23 9.94 10.92

Pérdidas Totales en el lateral con las ecuaciones 7, 8 y 11

Pérdidas Totales en el lateral con las ecuaciones 7 y 12

Pérdidas Totales en el lateral con las ecuaciones 7 y 13

Pérdidas Totales en el lateral con las ecuaciones 7, 13 y 14 (Modificando fe)

Diferencia entre las la presión manométrica (columna 1) y las pérdidas totales de la columna 2  
 Diferencia entre las la presión manométrica (columna 1) y las pérdidas totales de la columna 3  
 Diferencia entre las la presión manométrica (columna 1) y las pérdidas totales de la columna 4  
 Diferencia entre las la presión manométrica (columna 1) y las pérdidas totales de la columna 5  
 (Martínez (1990) Modificada)

En el cuadro 4, comparando las pérdidas generadas experimentalmente o la caída de la presión a lo largo del lateral (columna 1) con los resultados utilizando las diferentes ecuaciones (columna 6,7,8 y 9) se puede afirmar que las ecuaciones utilizadas en la columna 6 y 9 son las que mejor estiman las pérdidas en el lateral tradicional.

**Cuadro 5. Pérdidas menores por conexión en el lateral espaciado a 0.40 y 0.35 metros (propuesto)**

Longitud (%)	(Pm) <sup>1</sup> (m)	(H <sub>T</sub> ) <sup>2</sup> (m)	(α) <sup>3</sup>	(h <sub>m</sub> ) <sup>4</sup> (m)	(h <sub>m</sub> ) <sup>5</sup> (m)	(h <sub>m</sub> ) <sup>6</sup> (m)
0	18.28					
20	11.60	3.98	0.474	2.58	1.63	2.70
40	7.73	2.59	0.474	1.80	1.34	1.76
60	5.36	1.49	0.474	0.96	0.89	1.01
80	5.01	0.60	0.474	0.34	0.44	0.41
100	4.92	0.11	0.474	0.05	0.12	0.08
Suma		8.77		5.73	4.42	5.96

**Cuadro 6. Pérdidas Totales en el lateral espaciado a 0.40 y 0.35 metros (propuesto)**

(Pm) (m)	(H <sub>T</sub> ) <sup>1</sup> (m)	(H <sub>T</sub> ) <sup>2</sup> (m)	(H <sub>T</sub> ) <sup>3</sup> (m)	(H <sub>T</sub> ) <sup>4</sup> (m)	(D <sub>T</sub> ) <sup>5</sup> (m)	(D <sub>T</sub> ) <sup>6</sup> (m)	(D <sub>T</sub> ) <sup>7</sup> (m)	(D <sub>T</sub> ) <sup>8</sup> (m)
18.28								
11.60	6.56	5.61	6.02	6.66	11.72	12.67	12.26	11.62
7.73	4.40	3.93	3.93	4.35	7.20	7.67	7.68	7.26
5.36	2.45	2.38	2.26	2.50	5.28	5.35	5.47	5.23
5.01	0.94	1.04	0.9	1.00	4.42	4.32	4.46	4.36
4.92	0.17	0.23	0.17	0.19	4.84	4.78	4.84	4.82
Suma	14.52	13.19	13.28	14.70				

En el cuadro 6, comparando las pérdidas generadas experimentalmente (columna 1) con los resultados utilizando las diferentes ecuaciones (columna 6,7,8 y 9) se puede afirmar que las ecuaciones utilizadas en los resultados de la columna 6 y 9 son las que mejor estiman las pérdidas en el lateral propuesto.

## Conclusiones

Las dos mejores ecuaciones para predecir las pérdidas menores en los laterales de riego evaluados (tradicional y propuesto) son, la ecuación de Martínez (1990) modificada y Bagarello *et al.* (1997), pues el error al estimar las pérdidas localizadas en los primeros 20% de la longitud de la tubería son inferiores al 10.15% para el lateral tradicional y 1.1% para propuesto, de igual forma el error al predecir las pérdidas menores en los tramos comprendidos entre 40 y 60% de la longitud de la tubería, es inferior a 4.10% en el lateral tradicional y 7.40% en el propuesto; es importante recordar que en este tramo ya se han producido más del 92% de las pérdidas de carga total.

Analizando las dos ecuaciones mencionadas anteriormente. La mejor para predecir las pérdidas por conexión es la de Martínez (1990) modificada en este trabajo con la ecuación 14, porque además de utilizarse para calcular las pérdidas menores tramo por tramo, (procedimiento engorroso que ningún diseñador de sistemas de riego realiza), también se puede utilizar como factor multiplicador de las pérdidas por fricción del lateral para estimar las pérdidas totales, procedimiento que no se puede realizar con las otra ecuaciones utilizadas, ya que es necesario calcular las pérdidas por conexión tramo por tramo.

## Literatura citada

Andrade, L. A. 2009. Estudo da uniformidade de emissão de água utilizando Diferentes espaçamentos entre gotejadores na linha lateral Tesis para obtener el grado de Doctor, Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho, Brasil. 105 p.

Ángeles, M. V; Carrillo, M; Ibáñez, L. A; Arteaga, R; Vázquez, M. A. 2009. Estrategias alternativas en la determinación del factor de ajuste en el cálculo de las pérdidas de carga por fricción en tuberías con salidas múltiples, Ingeniería del agua, México, vol. 16, No 1, 41-50 p.

Anwar, A. A. 1999a. Factor G for Pipelines with Equally Spaced Multiple Outlets and Outflow, Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, Vol. 125 No. 1, 34-38 p.

Anwar, A. A. 1999b. Adjusted Factor  $G_a$  for Pipelines with Multiple Outlets and Outflow, Journal of Irrigation and Drainage Engineering, Vol. 125 No. 6, 355-359 p.

Bagarello V; Ferro V; Provenzano G; Pumo D. (1997). Evaluating pressure losses in drip irrigation lines. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, Vol. 123 No. 1, 1-7 p.

Brown, G. O. 2002. The history of the Darcy-Weisbach Equation for pipe flow resistance. (Edit.). Environmental and water resources history. Washington, D.C.: Proceedings of ASCE Civil Engineering Conference and Exposition 2002 ASCE, 34-43 p.

Cuenca, R. H. 1989. Irrigation systems design: An engineering approach. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. ASAE

China, R. R.; Domínguez, A. 2006. Total Friction Loss along Multiple Outlets Pipes with Open End. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, Vol. 132 No. 1, 31-40 p.

Christiansen, J. E. 1942. "Irrigation by sprinkling." California Agriculture Experiment Station Bull. No. 670, University of California, Davis, California 124 p.

Demir, V.; Yurdem, H.; Degirmencioglu, A. 2007. Development of Prediction Models for Friction Losses in Drip Irrigation Laterals equipped with Integrated In-line and On-line Emitters using Dimensional Analysis. Biosystems Engineering, Vol. 96, No. 4, 617– 631p.

Detar, W. R. 1982. Modified graphical determination of submain size. TRANSACTIONS of the ASAE, Vol. 25 No. 3, 695-696 p.

Hathoot, H. M.; Ai-Amoud, A. I.; Mohammad, F. S. 1993; Analysis and Design of Trickle-Irrigation Laterals. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, Vol. 192, No.5, 756-767 p.

Howell, T. A.; Barinas, F. A. 1980. Pressure losses across trickle irrigation fittings and emitters. Transactions of the ASAE, St. Joseph, Vol. 23, No. 4, 928-933 p.

Juana, L.; Rodriguez-Sinobas, L.; Losada, A. 2002. Determining minor head losses in drip irrigation laterals I: Methodology, Journal of Irrigation and Drainage Engineering, Vol. 128, No. 6, 376-384 p.

Martínez, E.R. (1991). Riego Localizado, Universidad Autónoma Chapingo, primera edición, México. 161 p.

Provenzano, G.; Pumo, D. 2004. Experimental analysis of local pressure losses for micro irrigation laterals. J. Irr. and Drain. Engrg., ASCE, Vol. 130 No. 4, 318-324 p.

Scaloppi, E. J. 1988. Adjusted F factor for multiple-outlet pipes. Journal of irrigation and drainage engineering: ASCE, Vol. 114, No. 1, 169-174 p.

Yildirim, G. 2009. Total energy loss assessment for trickle lateral lines equipped with integrated in-line and on-line emitters. Irrig Sci (2010) 28, 341–352 p, DOI 10.1007/s00271-009-0197-5.

## Apéndice I Notación

Los siguientes símbolos son utilizados en el documento.

$h_f$	Pérdidas por fricción ( $m$ )
$f$	Factor de fricción (adimensional)
$L$	Longitud de la tubería ( $m$ )
$D$	Diámetro interno de la tubería ( $m$ )
$V$	Velocidad del flujo dentro de la tubería ( $m \cdot s^{-1}$ )
$g$	Aceleración de la gravedad ( $m \cdot s^{-2}$ )
$Re$	Número de Reynolds (adimensional)
$\rho$	Densidad del fluido ( $Kg \cdot Cm^{-3}$ )
$D$	Diámetro de la tubería a través del cual circula el fluido ( $m$ )
$\mu$	Viscosidad dinámica del fluido ( $Kg \cdot (m \cdot s)^{-1}$ )
$\gamma$	Viscosidad cinemática del fluido la cual se expresa de la siguiente forma
$Q$	( $m^2 \cdot s^{-1}$ ).
$F$	Caudal total ( $m^3 \cdot s^{-1}$ ).
$m$	Factor de salidas múltiples de Christiansen (adimensional)
	Exponente de la velocidad de la ecuación usada para el cálculo de las
$N$	pérdidas por fricción.
$H_f$	
$h_m$	Número de salidas a lo largo de la tubería
$\alpha$	Pérdidas por fricción en tuberías con salidas múltiples.
$OI$	Pérdidas menores ( $m$ )
$r$	Coefficiente de pérdidas locales
$A_p$	Índice de Obstrucción (adimensional)
$A_g$	Relación de área del tubo y área del gotero
$l_e$	Área de la tubería ( $m^2$ )
$C_e$	Área del gotero dentro del tubo ( $m^2$ )
$M$	Longitud equivalente de las pérdidas por conexión.
$J$	Parámetros según emisor (Hollew y Barinas (1980))
$S_e$	Parámetros según emisor (Hollew y Barinas (1980))
$f_e$	Factor multiplicador de pérdidas de carga generadas por conexión.
	Separación entre emisores
	Longitud equivalente de pérdidas de carga por conexión

# PÉRFILES DE CONSUMO DURANTE EL CICLO DE VIDA EN LOS HOGARES MEXICANOS

## Introducción

En el presente trabajo se desarrolla de un modelo estocástico de consumo intertemporal para los hogares en México. El objetivo principal fue la caracterización del consumo óptimo de los hogares mexicanos cuando se enfrentan a ingresos laborales determinados de manera exógena y estocástica, así mismo, el efecto producido por los cambios en la variabilidad de su ingreso, mediante los parámetros de preferencia, estos son la tasa de descuento intertemporal y el índice de aversión al riesgo. Además se estimaran las variaciones en el consumo controlando el área de residencia de los hogares, ya sea en zona urbana o rural.

El trabajo se origina en que se ha encontrado evidencia de que el consumo de los hogares responde a cambios predecibles en el ingreso, pero no existen muchos trabajos amplios bajo el supuesto de incertidumbre en el ingreso de los hogares. El modelo de consumo intertemporal ha demostrado ser coherente con la teoría de la conducta del consumidor, además de que la determinación del nivel de consumo en diferentes periodos de tiempo también puede verse como las cantidades demandadas de bienes en el sistema económico, con sus implicaciones de política y toma de decisiones.

Para la realización del trabajo, se utilizó la metodología propuesta por Attanasio, *et al.* (1999), y refinada por Gourinchas y Parker (2002), para la estimación de un modelo estructural de consumo con algunas extensiones; el modelo de Gourinchas y Parker halla la correlación entre consumo e ingreso, así como la concavidad general que se observa en los datos y mejoran los trabajos realizados anteriormente mediante las simulaciones de un número limitado de escenarios.

<sup>1</sup>Centro Universitario de Ciencias Económico Administrativas, Universidad de Guadalajara, alhermora@prodigy.net.mx; <sup>2</sup> Profesor-Investigador Universidad Autónoma Chapingo raquels85@yahoo.com.mx

Las extensiones realizadas en el presente trabajo, son dos; la primera, fue la determinación de los efectos sobre los patrones de consumo cuando existen cambios sobre la variabilidad del ingreso; y la segunda consistió en las diferencias en consumo-ingreso entre hogares en poblaciones rurales y los que se encuentran en zonas urbanas. Se utilizaron datos sobre el ingreso y gasto de los hogares, así como técnicas de simulación para modelar el consumo intertemporal bajo incertidumbre en el ingreso. Se midió y analizó el consumo-ingreso a través del patrón de edad, con lo cual se pudo medir su heterogeneidad, dado que las preferencias por el ahorro precautorio y de retiro varían durante el ciclo de vida del consumidor.

Además de la caracterización por incertidumbre en el ingreso y la edad, donde se considera el ahorro precautorio como en el trabajo de Hubbard *et al.* (1994), el presente trabajo incluye la incorporación de otros efectos demográficos que fueron considerados como exógenamente dados, teniendo las mismas consideraciones que Attanasio *et al.* (1999). Parte del objetivo de este trabajo fue la cuantificación del efecto demográfico sobre el cambio en el consumo durante el ciclo de vida, el cual normalmente se atribuye a los cambios en el gasto de ciertos bienes, ya sea debido a los cambios en el perfil de consumo que ocurren con la edad o bien por cambios en la composición del hogar.

Las variables demográficas afectan la optimización dinámica debido a su efecto directo en la utilidad marginal del consumo, la cual a su vez afecta la incertidumbre de ingresos percibida por los consumidores. Esto significa que las perturbaciones en el ingreso afectan a los hogares consumidores de diferentes maneras de acuerdo a su tamaño y composición, que a su vez causan variaciones en el perfil de consumo intertemporal.

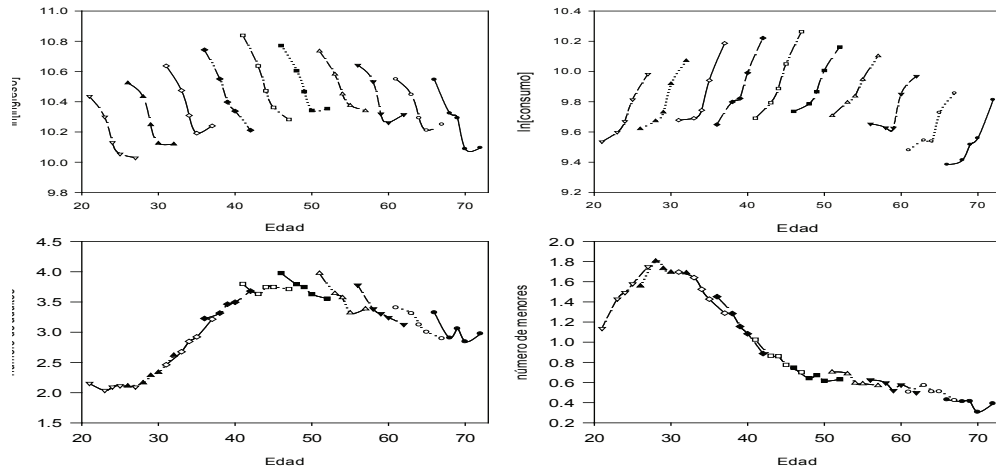
## **Materiales y Métodos**

### **Consumo en el ciclo de vida de México**

Para la construcción de los perfiles del consumo e ingreso en el modelo del ciclo de vida se utilizaron los datos contenidos en la Encuesta Nacional de Ingreso Gasto de los Hogares (ENIGH). Para el presente trabajo se utilizaron las encuestas realizadas en los años 2002, 2004, 2005, 2006 y 2008. El muestreo de la encuesta es representativo para toda la población y por tanto puede, en principio, agregarse para estimar el consumo agregado. La ENIGH ofrece una base de datos de corte transversal, dado que cada hogar sólo es observado una sola ocasión, por lo que se utilizó la técnica de cohortes desarrollada por Browning, Deaton e Irish (1985). Esta técnica consiste en dividir la muestra en cohortes por el año del nacimiento del jefe de familia y promediar las variables relevantes dentro de cada cohorte y para cada año de la encuesta.



Figura 3. Perfiles en el ciclo de vida de la muestra total



Para la estimación del modelo estructural dinámico, así como para el análisis descriptivo se utilizaron 10 cohortes definidos por intervalos de 5 años, en la Figura 1 se muestra los perfiles del logaritmo del consumo de bienes no durables junto a otras variables de importancia para el análisis en este trabajo, el logaritmo del ingreso disponible por hogar, el número de adultos y el número de menores de edad por hogar.

$$\max \left\{ E_t \sum_{j=1}^T (1 + \delta_0)^{-j} U(C_{t+j}, Z_{t+j}, v_{t+j}) \right\} \quad (1)$$

$$\text{s. t. } A_{t+j+1} = (1 + R_{t+j+1})(A_{t+j} + Y_{t+j} - C_{t+j})$$

Donde  $C$ ,  $Y$ ,  $A$  y  $R$  son el consumo, el ingreso, los activos y la tasa de interés.  $Z$  es un vector de variables endógenas observables (como el número de adultos y menores presentes en el hogar), pero que afectan la utilidad marginal del consumo,  $v$  representa choques no observables a las preferencias. La tasa de descuento base es  $\delta_0$ . De manera implícita se considera que los componentes del gasto del hogar excluidos del consumo influyen de forma aditiva y separable a la utilidad. La especificación de la función de utilidad dentro de un periodo es:

$$U(C_t, Z_t, v_t) = \frac{1}{1-\gamma} C_t^{1-\gamma} e^{\beta' Z_t + v_t} \quad (2)$$

Donde  $\gamma$  es el recíproco de la elasticidad de sustitución intertemporal.

De las ecuaciones (1) y (2) es posible derivar una ecuación de Euler para el consumo que sea lineal en los parámetros y en los residuos. Este es un procedimiento estándar y ampliamente usado en la literatura (Attanasio *et al.*, 2010). Una posible interpretación del papel que desempeña  $Z$  en la ecuación (2) es como un determinante de los factores de descuento. El nivel de utilidad dado cierto nivel de consumo depende tanto de la composición de la familia, así como de otras variables demográficas y de oferta laboral. Dadas estas preferencias, la ecuación de Euler toma la siguiente forma:

$$E_t \left\{ \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} \frac{R_{t+1}}{1+\delta_0} e^{\theta(Z_{t+1}-Z_t)+(v_{t+1}-v_t)} \right\} = 1 \quad (3)$$

La ecuación de Euler individual se puede agrupar para un grupo en particular, tal como la cohorte y estimarse con los datos promedio. De ahí que no es necesario contar con datos en panel para estimar los parámetros, las series de tiempo de las secciones transversales serían suficientes. La ventaja de contar con los datos micro sobre los hogares es que esto permite controlar el proceso de agregación de forma directa. La consistencia se logra permitiendo  $T$ , el número de periodos, tienda a infinito y no existe necesidad de suponer mercados completos, como lo realizado por Altug y Miller (1991). Al considerarse la ecuación linealizada, se puede obtener que la varianza entre secciones transversales del logaritmo de las utilidades marginales permanezca constante en el tiempo, bajo riesgo compartido perfecto. (Deaton y Paxson, 1994).

El consumo siempre se incrementa, es positivo y cóncavo al efectivo disponible. Al inicio del ciclo de vida, los hogares presentar un comportamiento de “buffer stock”: para niveles bajos de efectivo disponible, normalmente menor al componente permanente de su ingreso, los hogares consumen casi toda su riqueza financiera, pero nunca toda y pasan al siguiente periodo con un nivel muy bajo de activos líquidos.

Cuando el hogar tiene niveles altos de efectivo disponible, el motivo precautorio es pequeño y consume más del ingreso que espera recibir y por tanto consume sus activos. En nuestro análisis, la regla de consumo base implica una riqueza no líquida baja, o bien, una propensión a consumir de ella baja. Entonces a medida que los hogares envejecen, se ven obligados a ahorrar para el retiro, las reglas de consumo decrecen y los hogares acumulan cantidades significativas de riqueza líquida.

Para la estimación de los parámetros en la ecuación (3), se realizó una aproximación log lineal de la ecuación. Como se ha mencionado, la metodología se ha utilizado en reiteradas ocasiones en la literatura, en particular el método de estimación utilizado se deriva directamente del trabajo de Altug y Miller (1991), Attanasio y Weber (1993), y Blundell *et al.* (1994).

La ecuación de Euler se estimó con los cambios sufridos en los datos anuales de las medias por cohorte. Las ecuaciones se estimaron para las diferentes cohortes de manera simultánea, lo cual permitió la identificación de los efectos demográficos que varían durante el ciclo de vida. La ecuación log-linealizada de Euler estimada fue la siguiente:

$$\Delta \ln C_{t+1} = \alpha_0 + \frac{1}{\gamma} \ln(1 + r_{t+1}) + \frac{\theta_1}{\gamma} \Delta \text{adultos}_{t+1} + \frac{\theta_2}{\gamma} \Delta \text{menores}_{t+1} + \varepsilon_{t+1} \quad (4)$$

Los resultados de la regresión se muestran en la Tabla 1. Estimadores de ecuación de Euler-ENIGHTabla 1. Se permitió que la tasa de descuento dependiera del número de adultos y menores en el hogar. Para la estimación se utilizaron las mismas 10 cohorte con que se realizó el análisis descriptivo. El panel sintético utilizado no fue balanceado, esto es que algunos cohortes entran en la muestra después de 2002 y otras salen antes de 2008, esto se debe a que no se consideraron individuos cuya edad fuera menor a 20 o mayores a 70 años.

**Tabla 1. Estimadores de ecuación de Euler-ENIGH**

	Todos Hogares	Hogares Urbanos	Hogares Rurales
Constante	0.2484	0.0367	0.1124
1/γ	4.1699	2.6094	6.4077
θ1/γ	0.1423	0.1944	0.1168
θ2/γ	0.2118	0.2169	0.0395

Después de obtener los parámetros estructurales, se resolvió la función de la política de consumo para cada edad por recursión, y posteriormente se simuló la senda de consumo de los individuos para los diferentes grupos de hogares.

Para la parametrización y simulación del modelo de consumo en el ciclo de vida se define al ingreso como variable, así como su descomposición en componentes permanentes y transitorios. Así mismo, se presentan las estimaciones empíricas de la incertidumbre en el ingreso para la muestra total, los hogares en zona urbana y en zona rural.

La estimación de las varianzas en el ingreso, recae principalmente en la metodología empleada por Hubbard, Skinner y Zeldes (1994) quienes muestran que las elecciones de consumo óptimo de los individuos siguen al ingreso en la primera etapa de su vida, teniendo un comportamiento de joroba en su parametrización; también se considera el trabajo de Carroll y Samwick (1997) donde calibran la tasa de descuento en un modelo estructural para replicar la sensibilidad en la tenencia de activos de los hogares en etapas tempranas de su vida cuando existe incertidumbre en el ingreso.

### **Solución al Modelo**

La metodología que se utilizó para resolver el modelo es mediante la construcción de una aproximación de la función de consumo dependiente de la edad que satisface la condición de primer orden derivada de la ecuación (1) y de la restricción intertemporal del presupuesto. En cada edad se toma la

función de consumo del periodo siguiente como dada, por lo que el modelo necesita ser resuelto de forma recursiva y hacia atrás, empezando con la función de consumo del último periodo.

Para la solución del modelo es conveniente reescribir la restricción intertemporal del ingreso, en términos de lo que Deaton (1991) define como el “efectivo disponible”:

$$X_t = (A_t + Y_t) \quad (4b)$$

$$X_{t+1} = (1 + R_{t+1})(X_t - C_t) + Y_{t+1}$$

Dada la naturaleza del problema, está implícito que la función de consumo para cada periodo es una función de dos variables de estado, el valor actual del efectivo disponible y el choque al ingreso en el periodo. Esta última variable es relevante ya que brinda información sobre el ingreso futuro. En ausencia de auto correlación una variable de estado sería suficiente.

El consumo en el último periodo T está dado por la condición de no herencia. El consumo en T-1 es una función de  $X_{(T-1)}$  y debe satisfacer la ecuación de Euler entre T-1 y T. Omitiendo las variables demográficas y el componente determinístico del ingreso por simplicidad en la notación, se tiene:

$$C_{T-1}^{-\gamma} = F(X_{T-1}, T-1)^{-\gamma} \quad (5)$$

$$= E_t \left[ C_T^{-\gamma} \frac{(1+R_T)}{1+\delta_0} \right],$$

Donde  $C_T$  está dado por:

$$C_T = X_T = (1 + R_T) \times (X_{T-1} - F(X_{T-1}, T-1)) + Y_T \quad (6)$$

Debido a que el proceso del ingreso es no estacionario, el problema de maximización al que se enfrenta el consumidor necesita ser reescrito para obtener una ecuación de Euler en términos de las variables estacionarias. Esto se puede lograr dado que la función de utilidad presenta homoteticidad y la linealidad de la restricción presupuestal, si todas las variables se expresan en términos de razones con respecto al ingreso corriente. Debido a que la tasa de crecimiento del ingreso es un proceso estocástico estacionario se puede obtener una ecuación de Euler que involucra sólo variables estacionarias. Después de reescribir las ecuaciones (5) y (6), expresando las variables como razones con respecto al ingreso corriente en minúsculas se obtiene:

$$c_{T-1}^{-\gamma} = F(x_{T-1}, T-1)^{-\gamma} \quad (7)$$

$$= E_t \left[ (g_T c_T)^{-\gamma} \frac{(1+R_T)}{1+\delta_0} \right],$$

$$g_T c_T = (1 + R_T)(x_{T-1} - F(x_{T-1}, T - 1)) + g_T \quad (8)$$

Donde  $g_T = \frac{y_T}{y_{T-1}}$

La ecuación  $F(x)$  se puede obtener al sustituir la ecuación (7) en la (8), la cual se puede resolver mediante métodos numéricos para diversos valores de  $x$ . Las integrales de la ecuación (7) se estiman utilizando las fórmulas de la Cuadratura Gauss-Hermite.

El supuesto de que la función de utilidad es isoelástica implica que el consumo óptimo nunca puede ser 0. Esto significa que la función de consumo,  $F$ , debe ser positiva y la variable debe ser positiva con probabilidad de 1.

Finalmente no se pueden estimar todos los parámetros, por ejemplo la tasa de descuento pura no se puede identificar en la ecuación log linealizada de Euler que se estimó. Debido a esta restricción, se eligieron valores plausibles para los parámetros, en particular se consideraron factores de descuento de 0.92, 0.95 y 0.98.

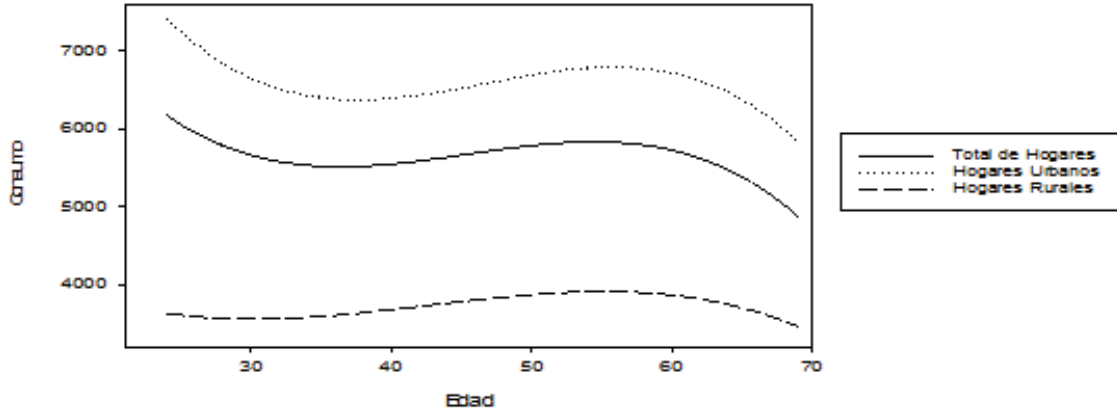
## Resultados

La forma relativa de los perfiles de consumo para los hogares y la importancia relativa del ahorro precautorio respecto a las variables demográficas. El primer conjunto de simulaciones se enfoca en establecer si el modelo del ciclo de vida, con las preferencias estimadas y especificadas, es capaz de generar los perfiles de consumo en el ciclo de vida reportado en la primera sección de este trabajo. El segundo conjunto de simulaciones evalúa la importancia de la incertidumbre frente a los factores demográficos para generar las jorobas observadas en el consumo por los escenarios contra factuales.

### Simulaciones de Referencia

La primera etapa del proceso de simulación consiste en resolver el modelo para obtener las funciones de política para los parámetros estimados. En la Figura 2 se muestra un perfil típico de consumo suavizado para un hogar representativo de la población total, un hogar que reside en una región urbana y un hogar rural. En primer lugar, se puede apreciar que los perfiles de consumo equivalente de los hogares presentan altibajos. Las partes que se elevan formando “jorobas” se pueden explicar tanto por el ahorro precautorio como por los efectos demográficos, más adelante se explica la importancia de estos factores. En cambio, cuando el perfil declina formando “vados” es atribuible a información sobre el ingreso futuro contenida en el choque al ingreso: Al considerar un proceso de ingreso con una memoria alta, se puede simular un proceso de consumo que sigue de forma más cercana al ingreso.

Figura 2. Perfiles de consum



Se resolvió el modelo para 50 valores de la tasa de efectivo disponible. Cuando el modelo se ha resuelto para cada grupo de hogares, el modelo de consumo se simuló generando 1000 procesos de ingreso y promediando los perfiles de consumo.

Una de las ventajas de un algoritmo de simulación es la capacidad de cambiar los patrones demográficos y la incertidumbre en el ingreso, para establecer la importancia relativa de estos factores en el modelo teórico con los parámetros estimados. En esta sección, utilizamos esta técnica para evaluar los efectos atribuibles a las variaciones en el tiempo de los factores demográficos y de la incertidumbre en el ingreso sobre los perfiles de consumo.

En un primer escenario, se permite que tanto los factores demográficos como la incertidumbre en el ingreso afecten la simulación del perfil de consumo para cada grupo [Grupo A]. En el segundo escenario, se redujo la incertidumbre casi por completo pero se utilizaron los factores demográficos [Grupo B]. En el tercer escenario, se utilizó la incertidumbre en el ingreso pero no se permitió que los factores demográficos afectaran las tasas intertemporales de descuento (Se estableció  $\theta$  igual a cero en (2)) [Grupo C]. Y finalmente, el cuarto escenario corresponde al modelo canónico, donde no existe incertidumbre y no existen efectos demográficos [Grupo D].

**Tabla 2. Perfiles de consumo reales y simulados, la edad de mayor consumo y la razón del mayor consumo en relación al consumo a los 21 años. Efecto de las diferencias en las tasas de descuento, con incertidumbre en el ingreso y efectos demográficos**

		Años	Real	Años	$\beta=0.95$	Años	$\beta=0.92$	Años	$\beta=0.98$
		A	Total	57	1.274	55.32	1.278	57.48	1.281
	Urbano	57	1.266	55.32	1.347	56.22	1.345	54.6	1.341
	Rural	52	1.500	33.94	1.418	34.30	1.449	35.02	1.450
		Años	Real	Años	$\beta=0.95$	Años	$\beta=0.92$	Años	$\beta=0.98$
		B	Total	57	1.274	55.86	1.274	57.48	1.289
	Urbano	57	1.266	55.14	1.351	55.32	1.313	54.24	1.330
	Rural	52	1.500	33.58	1.411	34.30	1.396	34.12	1.384
		Años	Real	Años	$\beta=0.95$	Años	$\beta=0.92$	Años	$\beta=0.98$
		C	Total	57	1.274	55.68	1.296	57.12	1.292
	Urbano	57	1.266	54.96	1.330	55.50	1.359	54.42	1.335
	Rural	52	1.500	34.30	1.472	33.58	1.407	33.40	1.335
		Años	Real	Años	$\beta=0.95$	Años	$\beta=0.92$	Años	$\beta=0.98$
		D	Total	57	1.274	55.86	1.267	56.58	1.292
	Urbano	57	1.266	54.96	1.331	56.04	1.353	54.42	1.334
	Rural	52	1.500	34.12	1.447	56.76	1.289	33.76	1.341

*A: Con incertidumbre en el ingreso/Con efectos demográficos*

*B: Sin incertidumbre en el ingreso/Con efectos demográficos*

*C: Con incertidumbre en el ingreso/Sin efectos demográficos*

*D: Sin incertidumbre en el ingreso/Sin efectos demográficos*

En la tabla 2 se reporta, para cada grupo de hogares, la edad a la cual el consumo alcanza su valor máximo y razón entre el consumo máximo y el consumo a los 21 años para los datos reales, así como para los simulados. Los perfiles de consumo, en la primera parte del ciclo de vida, de los hogares rurales presentan una mayor pendiente que los hogares urbanos, así como de los hogares de la mues-

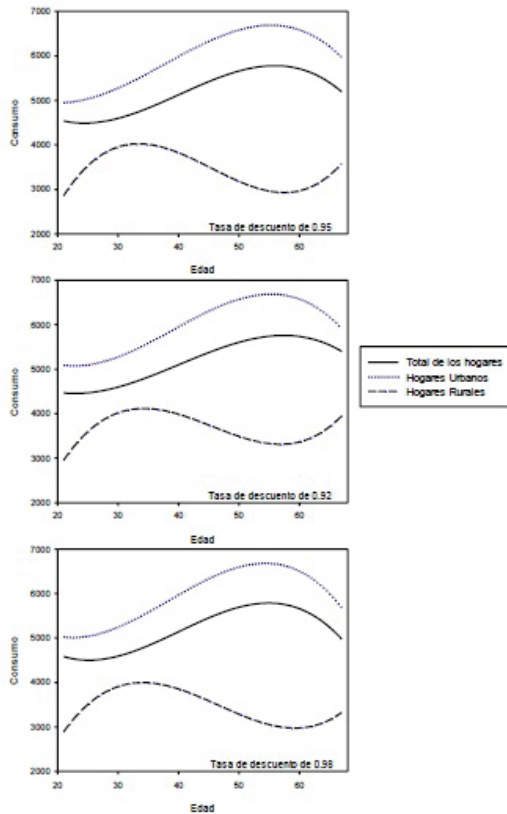
tra total, tanto en los perfiles reales como en los perfiles simulados. Sin embargo, en la simulación sin incertidumbre en el ingreso, la edad en que los hogares realizan el mayor consumo no varía para ningún grupo.

La comparación de las edades en que se logra el consumo pico sugiere que la tasa de preferencia del tiempo puede ser diferente entre los grupos, los hogares rurales tienden a ser más impacientes en comparación a los hogares urbanos. Debido a esto, se varió la tasa de descuento base para conseguir que las simulaciones se asemejaran más a los perfiles reales. Dado el nivel de incertidumbre estimado para cada grupo de hogares y la variabilidad en las características demográficas entre ellos, se consideraron tasas de descuento del 2%, 5.3% y 8.7% para lograr un comportamiento más cercano al real. Estos valores fueron utilizados para las simulaciones contra factuales y se considerará como referencia al conjunto de simulaciones con una tasa de descuento de 5.2%.

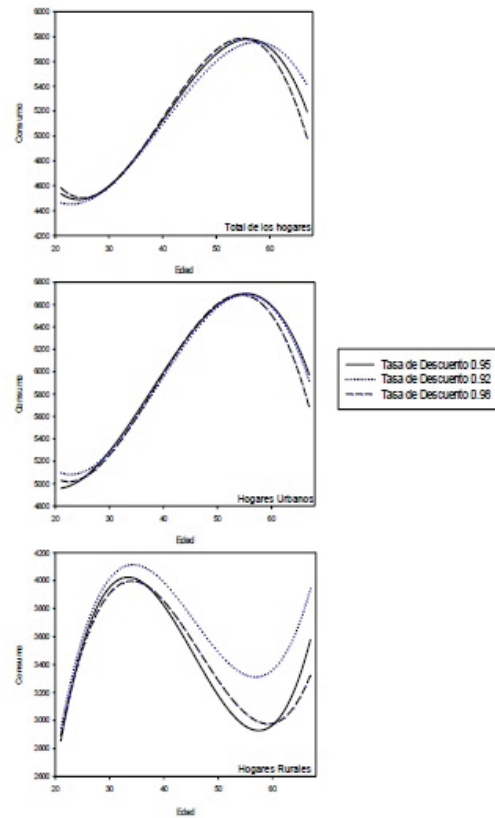
Las simulaciones realizadas muestran que el modelo de consumo en el ciclo de vida es consistente con la evidencia empírica de consumo en los hogares mexicanos, en este sentido, el presente trabajo respalda los resultados encontrados por Carroll y Summers (1991), Attanasio *et al.* (1999) y Gourinchas y Parker (2002). Las diferencias en la forma de los perfiles de consumo en el ciclo de vida se pueden explicar por diferencias en las variables demográficas. Además cuando se permite variar la “paciencia” entre los grupos de consumidores, se puede lograr una mayor coincidencia en las edades pico. Se debe destacar que estos resultados se obtuvieron mediante la estimación de parámetros de preferencia de cohortes y mediante las restricciones impuestas en la ecuación de Euler. La ecuación de Euler se estima considerando las variaciones en los datos y restringe los parámetros a ser los mismos para cada grupo de hogares.



**Figura 3. Perfiles simulados de consumo con incertidumbre en el ingreso y factores demográficos para tasas base de descuento intertemporal de 0.95, 0.92 y 0.98**



**Figura 4. Perfiles simulados de consumo con incertidumbre en el ingreso y factores demográficos para el total de los hogares, los hogares urbanos y los hogares rurales con diferentes tasas de descuento**



En la figura 3 se muestran los perfiles de consumo simulados para factores de descuento dados. En esta figura se puede comparar el comportamiento del consumo para los diferentes tratamientos en las diferentes edades para una tasa específica de descuento, mientras en la Figura 4 se agrupan por tratamientos y se puede comparar su comportamiento en base a las tasas de descuento empleadas.

Las medidas de incertidumbre utilizadas subestiman el riesgo real al que se enfrentan los hogares al tomar su decisiones de consumo, lo cual causó un sesgo en los perfiles de consumo, especialmente

en los perfiles de consumo de los rurales haciendo que el pico en consumo máximo sea antes de lo registrado en los datos reales.

Estos gráficos pueden no representar fielmente los datos empíricos, sin embargo se permiten observar las diferencias más significativas entre los hogares urbanos y rurales. Además de que permiten rechazar la hipótesis de ingreso permanente que establece al consumo como una función plana. Este procedimiento se ha convertido en un nuevo estándar para la linealización de la ecuación de Euler, como lo han trabajado Attanasio y Weber (1995).

## **Conclusiones**

El presente trabajo presenta evidencia empírica del comportamiento del consumo en el ciclo de vida, diferenciado por las zonas de residencia de los hogares, con implicaciones de política, particularmente en lo concerniente a la asignación inter temporal de recursos. Sin embargo, para poder realizar un debate útil sobre las implicaciones de política del modelo de consumo sobre el ciclo de vida, es necesario conocer los niveles de consumo. El presente trabajo permite explotar algunas de las principales perspectivas teóricas que determinan el nivel de consumo de los hogares. Debido a que el modelo es estructural, éste tiene una función más informativa que predictiva, requiere de métodos numéricos y simulaciones para su solución, además de necesitar una especificación completa del entorno económico en que los agentes operan.

En el presente trabajo se ha destacado que los datos a nivel de los hogares tienen un perfil de joroba con respecto a la edad, que sigue el comportamiento de joroba del perfil de ingreso. Se ha demostrado que las restricciones implicadas en el modelo de optimización intertemporal no pierden validez si se permite que factores demográficos afecten la utilidad marginal del consumo. Uno de los objetivos principales de este trabajo ha sido corroborar que con valores plausibles para los parámetros de preferencia se puede reproducir el comportamiento de los perfiles de consumo obtenidos de la evidencia empírica, y hasta que nivel son consistentes con la conducta del consumo siguiendo el ingreso, lo cual resulta complicado, debido a que las especificaciones de la función de utilidad no brindan una expresión analítica para el nivel de consumo.

El mayor mérito de este modelo es que al considerar prudencia, permite remarcar la necesidad de ahorro para los momentos de escasez aun cuando los días de opulencia sean tan importantes. Un incremento en la varianza de los choques al ingreso reduce el consumo aun cuando el ingreso esperado no varíe. En el caso de variables discretas, como el desempleo, los cambios en el primer y segundo momento de la ecuación ocurren de forma simultánea. La habilidad para distinguir entre los efectos del primer o segundo momento es de suma importancia en el análisis de política pública, debido a que la política pública puede proveer de seguridad social al reducir la varianza en el ingreso mientras mantiene la media constante.

Con el modelo empleado se logró reproducir el comportamiento de los perfiles de consumo de los

hogares mexicanos, el aumento en el consumo se puede explicar mediante la incertidumbre en el ingreso que retrasa el consumo y los factores demográficos que afectan la utilidad marginal del consumo sobre todo entre más personas residen en el hogar. Mientras que el comportamiento del consumo siguiendo al ingreso, se explica debido a la persistencia de los choques al ingreso.

Un modelo de comportamiento individual no puede encajar perfectamente con los datos y siempre habrá lugar para conductas inexplicables, que Attanasio (2010) define como choques a las preferencias. Si se presentaran desviaciones sistemáticas entre el comportamiento observado y el pronosticado que requiriesen la inclusión de los choques a las preferencias, sería un indicio de que el modelo no captura la realidad, el modelo perdería su poder de predicción y su utilidad en el análisis de políticas públicas. Pero la importancia del modelo radica, aun con estas desviaciones, en capturar algunas características clave de los comportamientos individuales, y en particular, la respuesta a incentivos económicos, lo cual es de suma importancia desde una perspectiva de política.

## **Literatura citada**

Altug, S. y R.A. Miller. 1990. Choices in equilibrium. *Econometrica* 58(3), 543-570.

Attanasio, O. y G. Weber. 2010. Consumption and Saving: Models of Intertemporal Allocation and Their Implications for Public Policy. *Journal of Economic Literature* 48 (3): 693-751.

Attanasio, O. y G. Weber. 1993. Consumption Growth, the Interest Rate and Aggregation. *Review of Economic Studies* 60(3), 631-49.

Attanasio, O. y G. Weber. 1995. Is Consumption Growth Consistent with Intertemporal Optimization? Evidence from the Consumer Expenditure Survey. *Journal of Political Economy* 103, 1121-1157.

Attanasio, O., J. Banks, C. Meghir y G. Weber. 1999. Humps and Bumps in Lifetime Consumption. *Journal of Business and Economic Statistics* 17, 22-35.

Blundell, R., M. Browning y C. Meghir. 1994. Consumer Demand and the Life-Cycle Allocation of Household Expenditures. *Review of Economic Studies* 61(1), 57-80.

Browning, M., A. Deaton y M. Irish. 1985. A Profitable Approach to Labor Supply and Commodity Demands Over the Life Cycle. *Econometrica* 53, 503-544.

Carroll, C. D. y A. A. Samwick. 1997. The Nature of Precautionary Wealth. *Journal of Monetary Economics* 40, 41-71.

Carroll, C. D. y L. H. Summers. 1991. Consumption Growth Parallels Income Growth: Some New Evidence. In B. Douglas Bernheim and John B. Shoven, (eds), *National Saving and Economic Performance*. Chicago University Press.

Deaton, A. y C. Paxson. 1994. Intertemporal Choice and Inequality. *Journal of Political Economy* 102(3), 43-67.

Gourinchas, P.O. y J.A. Parker. 2002. Consumption over the Life Cycle. *Econometrica* 70(1), 47-88.

Hubbard, R.G., J. Skinner y S.P. Zeldes. 1994. Precautionary Saving and Social Insurance. *Journal of Political Economy* 103, 360-399.

# **PRODUCCIÓN DE ACEITE DE OLIVA EN MÉXICO: ANÁLISIS DE RENTABILIDAD Y RIESGO**

## **Introducción**

Al aceite de oliva se le ha identificado como un producto de gran aportación para la salud. Junto con otros alimentos constituye la base de la dieta mediterránea que es reconocida como una de las más saludables del mundo. Como consecuencia del beneficio que aporta a la salud su consumo ha crecido en diversas formas tanto para ensaladas como para cocinar alimentos, así también para usos cosméticos (ProChile, 2009).

Su demanda ha crecido en forma significativa a nivel mundial y también su producción, destacando países como España, Italia y Turquía como los más importantes productores. Desde el punto de la demanda, ésta se concentra en la Comunidad Europea, pero Estados Unidos se está configurando como el consumidor más importante fuera de ella. (Ministerio de Medio Ambiente, Medio Rural y Marino. Gobierno de España., 2010).

México ha incursionado en la producción de aceite de oliva, pero de forma modesta (ProChile, 2009). Gran parte del aceite de oliva consumido en México es importado de Europa. Sin embargo, la fabricación de aceite de oliva en el país es una actividad rentable dada la creciente demanda del producto entre la población nacional y extranjera. Los cambios demográficos que experimenta nuestro

país de una demanda de población de cada vez mayor edad, y por lo tanto, que requiere más cuidados en su salud así como el crecimiento del mercado de Estados Unidos en el largo plazo, presenta una oportunidad e inversión muy importante a considerar. Aunado a lo anterior, el clima es favorable para el cultivo de olivo en ciertas zonas del país sirviendo como fuente de abastecimiento eficiente para quienes fabrican el aceite (INIFAP, 2012). Sin embargo, producir aceite de oliva requiere un conocimiento agronómico profundo, particularmente porque tiene una característica llamada de "alternancia" que significa que a un año bueno, sigue un año malo de producción del fruto, materia prima del aceite. (Infoagro, 2009). Además el precio a nivel internacional ha mostrado cambio importante que imprime gran volatilidad al mismo e incertidumbre en cuanto a su rentabilidad.

Estas variables de incertidumbre deben ser consideradas con algún instrumental de evaluación del riesgo. El método de Monte Carlo se ha convertido en uno de los modelos más usados y de mayor utilidad para evaluar riesgos de proyectos concretos de inversión

De lo anterior, se desprende que es importante evaluar la oportunidad de inversión que se deriva de la información presentada para producir aceite de oliva en México tanto para el mercado interno, en el mediano plazo, como el de exportación, en el largo plazo, dentro de un contexto que considere los riesgos de un proyecto de inversión concreto. Éste es el objetivo general del estudio.

Los objetivos específicos de la investigación son:

Identificar las tendencias en el mercado de aceite de oliva internacional con el fin de identificar al líder productor y sus formas organizativas.

Analizar la competitividad de la producción de aceite de oliva en México para ubicar la situación actual de la industria en el territorio nacional.

Proponer un proyecto de inversión para producir aceite de oliva que conjugue las prácticas del líder productor en el mercado mundial.

Evaluar la rentabilidad de la producción de aceite de oliva con el Modelo Montecarlo de riesgo.

Las hipótesis de este trabajo son:

En México existen condiciones agronómicas favorables para el cultivo de olivo (*olivae europea*) materia prima de aceite.

La rentabilidad de un proyecto de inversión para producir aceite de oliva que pueda cubrir parte de la demanda doméstica en el mediano plazo depende de los riesgos de alternancia en la producción y de la volatilidad del precio del aceite de oliva.

## El mercado mundial de aceite de oliva

### *El producto*

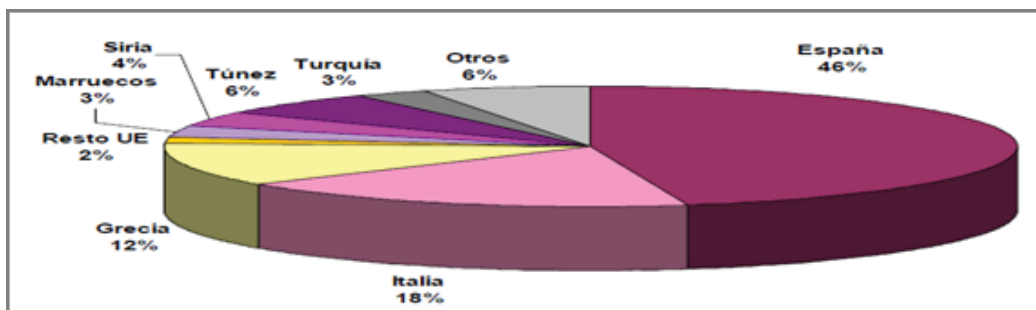
El aceite de oliva es un aceite vegetal de uso culinario que se extrae de la aceituna, fruto del olivo. Es uno de los pilares de la llamada dieta mediterránea y su uso se remonta a la época de los fenicios. En el mercado pueden encontrarse tres variedades aptas para el consumo humano: aceite de oliva, aceite de oliva virgen y extra virgen (Oficina Económica y Comercial de la Embajada de España en México, 2011). El término “virgen” indica que el aceite se ha obtenido de la aceituna por procedimientos mecánicos y no ha recibido tratamiento posterior. Se le denomina virgen cuando, además, tiene una acidez menor a 2 grados; si la acidez es menor a 1 grado se clasifica extra virgen, que es el de mejor calidad. Si, por el contrario, el grado de acidez es demasiado alto (igual o superior a 3 grados), se considera como aceite virgen lampante, no apto para el consumo humano. Tras el refinado, el aceite virgen lampante se convierte en aceite de oliva refinado, que debe ser mezclado con aceites vírgenes para obtener sabor y color. Esta mezcla es la que se comercializa con el nombre de aceite de oliva y tiene una acidez máxima de 1.5 grados.

Durante el proceso de elaboración del aceite de oliva se obtiene una pasta llamada orujo, a partir de la cual se produce el aceite de orujo de oliva. Éste se puede sub-clasificar también en diferentes tipos en función de su pureza.

### *Oferta*

El grueso de la producción mundial de aceite de oliva se concentra en los países de la Cuenca Mediterránea y las regiones circundantes, mientras que en otras partes del mundo la producción es local. Más del 75 % de la producción total mundial se concentra en la Unión Europea<sup>1</sup>.

**Figura 4: Distribución de la producción mundial de aceite de oliva 2007-2008 (Toneladas)**



*Fuente: Consejo Oleícola Internacional, 2009.*

La producción mundial de aceite de oliva en la campaña 2007/2008 fue de 2'633,000 toneladas. España es el primer país productor de aceite de oliva, con 1'221,800 toneladas producidas en la

<sup>1</sup>Alrededor de 750 millones de olivos son cultivados en todo el mundo, de los cuales un 95 % están en el área mediterránea.

campana estudiada, seguido de Italia y Grecia, con una producción total de 470,340 y 307,560 toneladas, respectivamente (Consejo Oleícola Internacional, 2009). En años recientes, el consumo de este producto supera su producción. No obstante, el comercio internacional es reducido. Cuatro factores explican esta situación (Oficina Económica y Comercial de la Embajada de España en México, 2011): el escaso conocimiento del producto en los países sin tradición de consumo, la irregularidad de las producciones del olivar, la fuerte presión competitiva de los aceites de uso más común en dichos mercados y una escasa estrategia de exportación que vaya más allá de la mera colocación de excedentes.

### *Demanda*

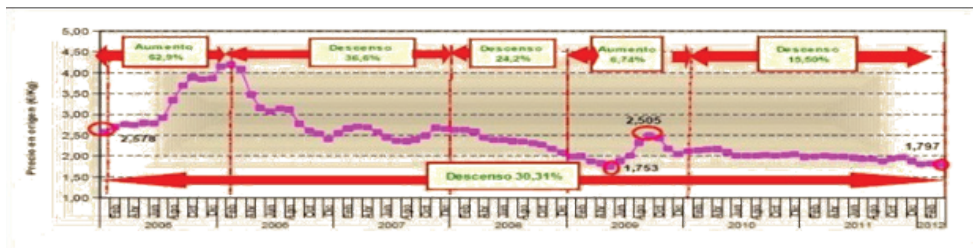
Para la campaña 2007/2008, el consumo mundial ascendió a un total de 2'778,000 toneladas. El peso del área mediterránea en el consumo mundial oscila en torno al 70%. En los últimos años, mercados como Estados Unidos, Australia, Canadá y Japón, entre otros, han incrementado su consumo y por ende sus importaciones.

La media de la producción mundial de aceite de oliva en el último quinquenio se ha incrementado en un 20% sobre la correspondiente al quinquenio precedente, pasando de 2'356,000 a 2'823,000 toneladas por año.

### *Precios*

El precio internacional del aceite de oliva se determina en el mercado europeo, y está en función de lo que sucede con la producción (principalmente España) y política comercial de la Unión Europea. El actual subsidio que mantienen es un factor de distorsión en el precio que presiona a la baja.

**Figura 5: Tendencia del precio en origen<sup>2</sup> internacional del aceite de oliva (euros por kilogramo)**



*Fuente: Observatorio de precios del aceite de oliva en origen. Junta de Andalucía, 2012.*

El aceite de oliva es un aceite relativamente caro respecto a otros aceites alimenticios porque su producción necesita un cuidado particular: el cultivo del olivo es un trabajo de larga dedicación (la entrada en producción puede darse desde el quinto año de vida del árbol), la recogida todavía se hace a mano en la mayor parte de las regiones y, finalmente, la transformación necesita una tecnología avanzada, sobre todo en el caso de una gran producción.

<sup>2</sup>Aquél que reciben los productores por la venta del producto en almazaras.



Los precios pagados al productor varían fuertemente en función de la cantidad producida de un año a otro y por tanto de los stocks que se ponen en el mercado. Sin embargo es difícil comprender el sistema de determinación de precios. De forma general, los aceites de oliva refinados son más baratos que los aceites vírgenes.

En un reciente trabajo (Gómez, 1996) respecto a la demanda de aceite de oliva, se produce una respuesta asimétrica en el sentido de que el consumidor responde más a la bajada que a la subida de precios, lo que indica que se produce una adicción al producto, es decir, los consumidores que se acostumbran al sabor del aceite de oliva no sustituyen en la cuantía esperada éste por otro tipo de aceite de menor precio cuando el precio del aceite de oliva vuelve a subir.

## **El mercado de aceite de oliva en México**

### *Oferta*

Potencial productivo del olivo (*Olea europea* L.) en el país. El olivo como materia prima para el aceite es poco explotado en México, no obstante, su cultivo tiene un gran potencial comercial ya que es sencillo, no presenta problemas a las heladas, es muy resistente a la sequía, a los suelos calizos y es tolerante a la salinidad. De acuerdo con la Fundación Mexicana para la Investigación Agropecuaria y Forestal, A.C. (FUMIAF), Estados como Baja California, Baja California Sur, Chihuahua, Jalisco y Tamaulipas cuentan con potencial para el cultivo del olivo (FUMIAF, 2006).

Producción de aceite de oliva en México. La producción mexicana de aceite de oliva ha sido históricamente muy baja, con 2500 toneladas producidas en los años 2002 a 2005. La producción es tan pequeña que incluso el Instituto Nacional de Estadística de México (INEGI) ha dejado de otorgar al aceite de oliva una partida propia a la hora de cuantificar su producción y en este momento la producción de aceite de oliva se encuentra recogida dentro de la partida “Otros aceites y mezclas de aceites comestibles”. De esta manera se puede considerar el tamaño del mercado como equivalente a las importaciones de aceite de oliva del país.

### *Demanda*

2.2.1 Importaciones. En cuanto a las importaciones de aceite de oliva, es importante diferenciar entre las importaciones de aceite virgen y refinado. El primero resulta un producto de consumo poco común en el mercado; el segundo, de menor graduación, compite directamente con los aceites vegetales producidos en México<sup>4</sup> ya que tienen usos similares.

2.2.3 Aspectos cualitativos. El consumo per cápita de aceite de oliva en México es pequeño<sup>5</sup>. El consumo per cápita de aceite de oliva en México está en torno a los 0.086 kg en 2008, (crecimiento del 21.5% respecto al 2007) mientras que en España e Italia es de aproximadamente 12 kg anuales.

<sup>4</sup>Los principales aceites producidos en México, por orden de importancia son de girasol, nabo, soya, crudo de soya y de maíz (Oficina Económica y Comercial de la Embajada de España en México, 2011).

<sup>5</sup>De acuerdo con un estudio realizado por ProChile en 2009, éste representa menos del 1% del consumo nacional de aceites vegetales.

Ante esta cifra, cabe recordar que México es un país con 112 millones de habitantes, por lo que el consumo per cápita es bajo. Sin embargo, debido a las grandes diferencias sociales y a la escasez de clase media, los consumidores potenciales representan alrededor del 30% del total de la población. Considerando este 30%, el consumo per cápita de esta población sería de 0.29 kg. No obstante, sigue muy lejos de los 12 kg anuales que se consumen en España e Italia.

En general, el consumidor mexicano de aceite de oliva pertenece a los niveles socioeconómicos de clase alta y media alta. El posicionamiento que tiene el aceite de oliva entre los consumidores mexicanos es de un producto saludable, excelente para ensaladas y platillos internacionales, pero muy costoso (comparado con el resto de aceites comestibles), ya que puede llegar a ser 10 veces más caro que algunos aceites vegetales.

No existe ninguna marca líder en el mercado (ProChile, 2009). No obstante, las marcas con mayor presencia y consumo son: Carbonell, Ybarra, Borges y Carapelli. A pesar de ser percibido como un producto de precio elevado, se estima que a medida que el consumidor mexicano sea más consciente de la necesidad de una alimentación sana, pasará a ser considerado como un producto de volumen por las grandes cadenas de supermercados, y su demanda crecerá (FUMIAF, 2006).

### 2.3 Precios

2.3.1 Distribución. Existen tres formas básicas de distribución para el aceite de oliva en México (Oficina Económica y Comercial de la Embajada de España en México, 2011):

- Tiendas “gourmet” y supermercados de alto nivel.
- Grandes superficies de ultramarinos y supermercados en general.
- Hoteles y Restaurantes.

2.3.2 Cadena de valor. La cadena de valor en México puede ser representada por el siguiente esquema, que conjuga a los participantes principales del mercado de aceite de oliva. Una cadena de relaciones en la que, considerando a las importaciones como principal punto de partida se tiene la siguiente estructura de precios:

**Figura 6: Formación de precios del aceite de oliva en México**



Fuente: ProChile, 2009.

El precio del aceite de oliva es notablemente superior al de los demás aceites comestibles utilizados en la cocina mexicana (PROFECO, 2008)<sup>8</sup> Para poder ofrecer una visión del mercado mexicano se presenta información proveniente de la publicación de “Quién es quién en los precios” de la Procuraduría Federal del Consumidor:

**Cuadro 1. Comparativo de precios en el mercado de aceites y grasas**

	Ciudad	Producto	Precio frecuente (Pesos)
OLIVO	México	Aceite oliva extra Borges 500ml	\$64.00
	Monterrey	Aceite oliva extra Borges 500ml	\$69.00
	México	Aceite oliva extra Carbonell 500ml	\$46.50
	Monterrey	Aceite oliva extra Carbonell 500ml	\$46.50
	México	Aceite oliva extra Carbonell 750ml	\$82.50
	Monterrey	Aceite oliva extra Carbonell 750ml	\$94.96 Soriana
	México	Aceite oliva extra Carbonell 1lt	\$89.00
	Monterrey	Aceite oliva extra Carbonell 1lt	\$89.00
	México	Aceite oliva Filipo Berio 750ml	\$90.00
	Monterrey	Aceite oliva Filipo Berio 750ml	\$90.00
VEGETAL	México	Aceite 1-2-3 mixto 1 lt	\$26.00
	Monterrey	Aceite 1-2-3 mixto 1 lt	\$26.82
	México	Aceite Capullo mixto 1lt	\$28.30
	Monterrey	Aceite Capullo mixto 1lt	\$28.40
	México	Aceite Mazola maiz 1lt	\$32.90
	Monterrey	Aceite Mazola maiz 1lt	\$29.90
	México	Aceite Nutrioli soya 946ml	\$28.30
	Monterrey	Aceite Nutrioli soya 946ml	\$28.30
	México	Manteca de cerdo a granel 1kg	\$20.00
	Monterrey	Manteca de cerdo a granel 1kg	\$26.50

Fuente: PROFECO, 2008.

#### 2.4 Benchmarking: España

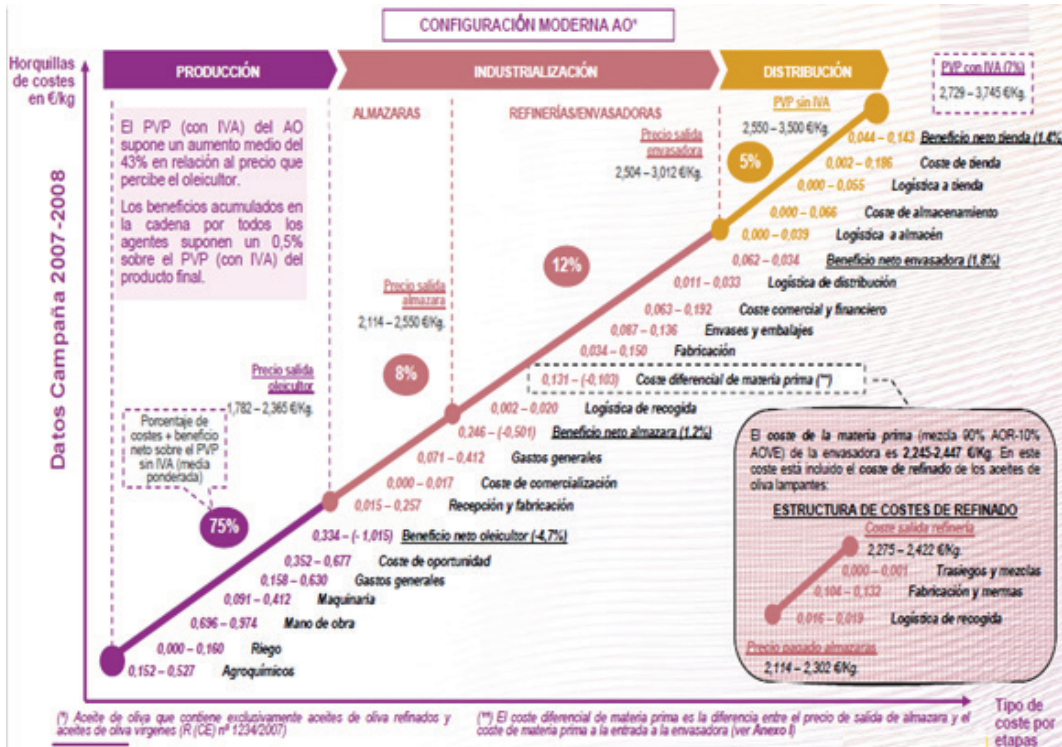
España es el primer productor y exportador mundial de aceite de oliva. Andalucía representa el 60% de la superficie de olivar y el 80% de la producción. El sector oleícola español está organizado estructuralmente en escalones de actividad muy estratificados. Operativamente están operativamente, muy especializados y son muy eficientes, aunque las relaciones funcionales entre los inmediatos son difíciles y complejas.

Se observa una concentración progresiva en los eslabones de la cadena: mientras el sector productor está muy atomizado con poca capacidad de gestión y de negociación, la distribución está cada vez más concentrada. Las almazaras se han capitalizado mucho incorporando nuevas tecnologías que

<sup>8</sup>Hacer una comparación histórica de precios para las diversas presentaciones de aceite que existen en el mercado mexicano es sumamente difícil debido a que esta información no está disponible. No todos los supermercados ofrecen el mismo producto o la misma presentación.

se han traducido en mejoras significativas de la calidad media de los aceites y en la eliminación del impacto ambiental por vertidos. Más recientemente se está desarrollando un proceso de integración horizontal, liderado por las cooperativas, con el fin de concentrar la oferta en origen. A su vez, los grandes grupos industriales están desarrollando estrategias de integración vertical.

**Figura 7: Formación de precios y beneficios por eslabón de la cadena valor del aceite de oliva español**



Fuente: Oficina Económica y Comercial de la Embajada de España en México, 2011.

A escala mundial, se viene manteniendo un equilibrio entre la producción y el consumo del aceite de oliva. En consecuencia, los incrementos potenciales de la producción deben impulsar crecimientos equivalentes de la demanda por medio de mayores esfuerzos en la promoción del aceite de oliva español y de su consumo.

## Materiales y métodos

1. El proyecto de negocio. Se tomó un caso real sobre la construcción y operación una moderna planta de procesamiento y embotellado de aceite de oliva en Tamaulipas que opera desde el año

2009 llamada EL OLIVAR, S.A. de C.V. que procesa un mínimo de 12,000 toneladas por cosecha de aceitunas. Su materia prima se obtiene de Los Olivos SPR de RL que cuenta con 3,200 ha de cultivo. En general se tomó como referencia que el periodo de cosecha (recolección) de aceituna no debe de extenderse más de 100 días, ya que el aceite obtenido de aceitunas muy maduras no cumple con los estándares del aceite de oliva virgen y extra virgen. Se proyectó una capacidad de procesamiento de 8,000 toneladas de aceituna por cosecha (80 toneladas diarias por turno de ocho horas). Sin embargo, la planta cuenta con una capacidad instalada de 12,000 toneladas por cosecha en un solo turno de ocho horas, por lo que de ser necesario, se pueden generar más turnos. EL OLIVAR, S.A. de CV produce aceite de oliva extra virgen.

El proyecto contempla cinco presentaciones al ser las de mayor uso comercial, sin embargo, la planta cuenta con la capacidad de adaptarse al tipo de envase y presentación solicitado por el cliente.

**Cuadro 2. Presentaciones y precios de aceite para EL OLIVAR, S.A. de C.V.**

<b>Presentación</b>	<b>Precio</b>
50 ml.	9.61
250 ml.	20.28
500 ml.	35.70
750 ml.	51.60
1 lt.	63.35

Se pretende destinar el 100% de la producción al mercado nacional. Para cumplir con las metas y objetivos planteados en el proyecto, se planea vender la mayor parte de la producción a través de la mayoría de cadenas de supermercados en territorio nacional, ya que actualmente importan aceite de oliva para su comercialización, éste es un nicho de mercado atractivo en el que se buscará participar activamente.

Asimismo, con base en las cotizaciones del mercado, los precios permitirán obtener un margen promedio entre precio de compra de la materia prima y precio de venta de 53%.

El proyecto contempla en su conjunto una inversión total por 39,885 mdp. El proyecto muestra una rentabilidad de 15.86% a 7 años

2. Análisis Monte Carlo: La simulación Monte Carlo es una técnica matemática computarizada que permite tener en cuenta el riesgo en análisis cuantitativos y tomas de decisiones. La simulación Monte Carlo ofrece a la persona responsable de tomar las decisiones una serie de posibles resultados, así como la probabilidad de que se produzcan según las medidas tomadas. La simulación Monte Carlo realiza el análisis de riesgo con la creación de modelos de posibles resultados mediante la sustitución de un rango de valores —una distribución de probabilidad— para cualquier factor con incertidumbre inherente. Luego, calcula los resultados una y otra vez, cada vez usando un grupo diferente de valores aleatorios de las funciones de probabilidad. Dependiendo del número de incertidumbres y de los rangos especificados, para completar una simulación Monte Carlo puede ser necesario realizar miles

o decenas de miles de recálculos. La simulación Monte Carlo produce distribuciones de valores de los resultados posibles.

El análisis de riesgo se puede realizar cualitativa y cuantitativamente. El análisis de riesgo cuantitativo trata de asignar valores numéricos a los riesgos, utilizando datos empíricos o cuantificando evaluaciones cualitativas. Vamos a concentrarnos en el análisis de riesgo cuantitativo.

Mediante el uso de distribuciones de probabilidad, las variables pueden generar diferentes probabilidades de que se produzcan diferentes resultados. Las distribuciones de probabilidad son una forma mucho más realista de describir la incertidumbre en las variables de un análisis de riesgo. Las distribuciones de probabilidad más comunes son la normal, lognormal, triangular, PERT, y discreta.

Para este caso se utilizó la primera:

Normal – O “curva de campana”. El usuario simplemente define la media o valor esperado y una desviación estándar para describir la variación con respecto a la media. Los valores intermedios cercanos a la media tienen mayor probabilidad de producirse. Ejemplos de variables que se pueden describir con distribuciones normales son los índices de inflación y los precios de la energía. Indica no sólo lo que puede suceder, sino la probabilidad de que suceda.

En este trabajo se utiliza el paquete @Risk para llevar a cabo el análisis de riesgo de la empresa El Olivar S.A. de C.V. Para llevar a cabo el análisis Montecarlo de riesgo de la empresa El Olivar se siguió las siguientes etapas:

Creación de la corrida financiera

Identificación de las fuentes de incertidumbre

Determinación de la distribución elegida para cada fuentes de incertidumbre

Determinación del subyacentes que en este caso es la TIR a 7 años

Simulación de TIR para obtener distribución

Resultados Y Discusión

Se tomó el flujo de efectivo de la empresa por un periodo de 10 años. De este flujo se obtuvo la Tasa Interna de Retorno (TIR) a 5, 7 y 10 años.

**Cuadro 3. Tasa Interna de Retorno (TIR) para 5, 7 y 10 años del proyecto EL OLIVAR, S.A. de C.V.**

TASA INTERNA DE RETORNO DEL FLUJO:	
(INVERSIÓN DE ACCIONISTAS)	Valores
TIR A 10 AÑOS	18.21%
TIR A 7 AÑOS	15.86%
TIR A 5 AÑOS	12.46%

Se identificaron como fuentes de incertidumbre:

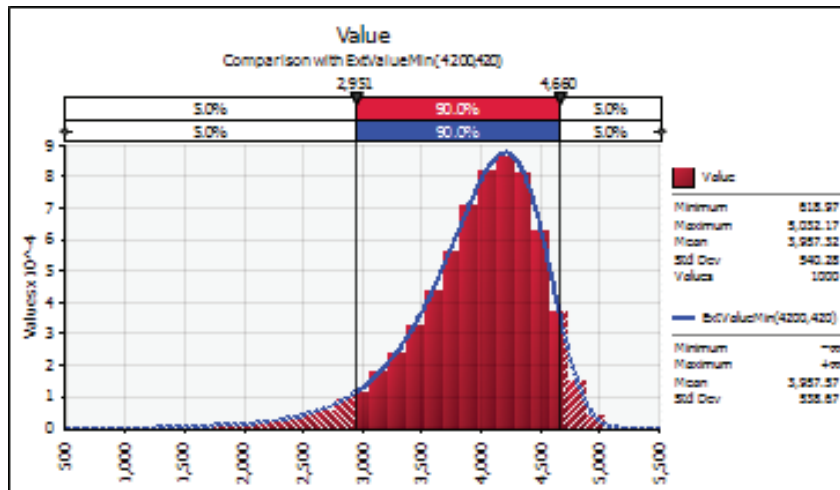
El precio de la materia prima del aceite de oliva ( la aceituna)



Las cantidades compradas que dado que la empresa las produce se convierten en las cantidades producidas

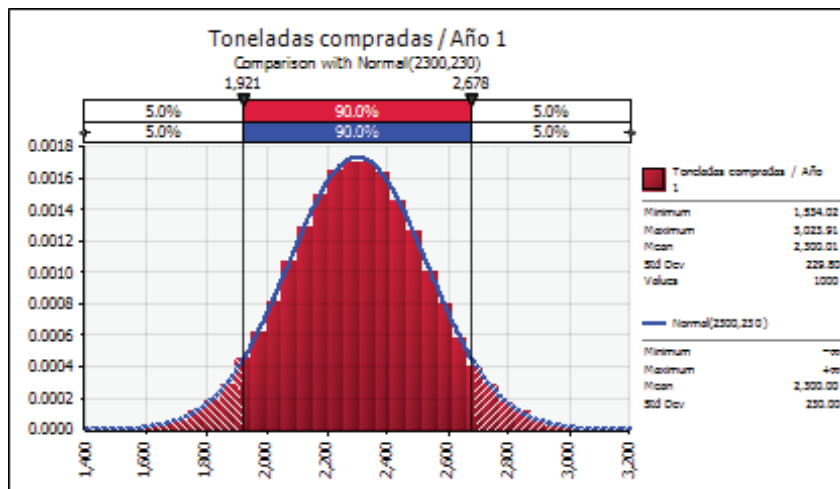
Para la aceituna se adoptó una distribución que muestra una mayor probabilidad de que el precio baje a que suba.

**Figura 8. Salida del análisis de Monte Carlo con @Risk. Distribución normal de probabilidad para el precio de aceite de oliva del primer año con 10% de volatilidad**



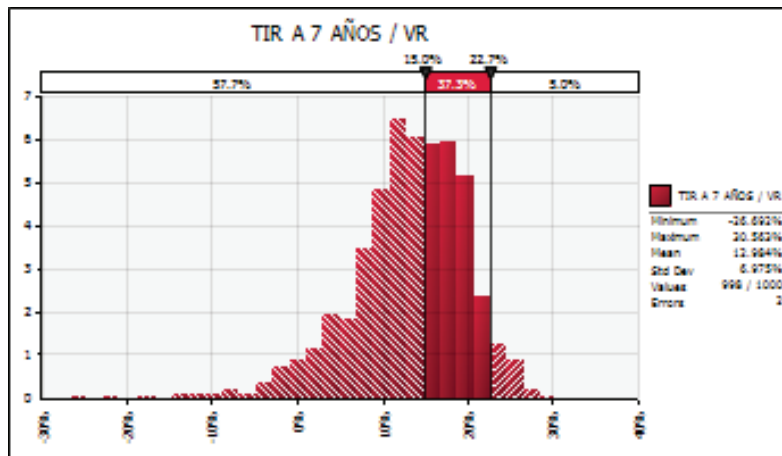
Para las cantidades producidas de adoptaron distribuciones normales con una volatilidad de 10%

**Figura 9. Salida del análisis de Monte Carlo con @Risk. Distribución normal de probabilidad para las toneladas producidas de aceite de oliva del primer año con 10% de volatilidad**



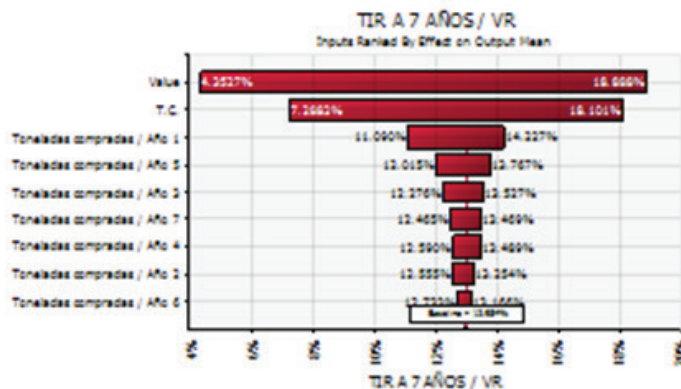
Como se dijo el resultado de la simulación es la distribución de la TIR a 7 años que permite evaluar la probabilidad de una TIR superior a un valor determinado. En este caso, se escogió como valor mínimo una rentabilidad de 15 % que es la que exigen normalmente los fondos de inversión para empresas agroindustriales. Como se puede ver la probabilidad de una TIR superior a 15% en de menos de 50%. Esto quiere decir que es imperante atender las variables de incertidumbre o riesgo.

**Figura 10: Probabilidad De Que La TIR A 7 Años Sea Superior A 15% EN EL OLIVAR, S.A. de C.V.**



Para conocer cuál es la importancia relativa de las variables de incertidumbre se obtuvo una gráfica de tornado que evalúa el impacto de cambios en las variables sobre el valor medio de la rentabilidad. Como se observa en la gráfica abajo, el precio es la variable de incertidumbre seguida por las cantidades producidas.

**Figura 11. Incidencia relativa de las variables de incertidumbre en la TIR a 7 años del proyecto EL OLIVAR S. A. DE C.V.**





Dado que el precio y el tipo de cambio son exógenos a la empresa, el esfuerzo de control tiene que enfocarse a mantener un nivel de producción lo más cercado a lo planteado en el plan de negocios.

## **Conclusiones y recomendaciones**

Las tendencias internacionales del mercado de aceite de oliva marcan, por el lado de la oferta que el grueso de la producción mundial de aceite de oliva se concentra en los países de la Cuenca Mediterránea y las regiones circundantes, mientras que en otras partes del mundo la producción es local. Más del 75 % de la producción total mundial se concentra en la Unión Europea. Esto debido principalmente a las condiciones agronómicas que ofrece la zona, que cuenta con el 90% de las plantaciones de olivo en el planeta. Los principales países productores son también los principales países exportadores y, a la vez, consumidores.

La demanda internacional de aceite de oliva indica que los principales países consumidores son igualmente los principales países productores: Los países de la cuenca mediterránea suponen el 77% del consumo mundial. El resto corresponde a nuevos países consumidores como son Estados Unidos, Canadá, Australia y Japón. El aumento del consumo se ha visto favorecido por importantes acciones promocionales, para incitar a los consumidores a incluir el aceite de oliva en su dieta alimenticia, por sus beneficios sobre la salud, por su sabor y por el hecho de que tanto su cultivo como su industrialización no son agresivos para el medio ambiente.

Las bajas en el precio durante los últimos años son debidas fundamentalmente a los subsidios que los países líderes en producción de aceite de oliva han tenido en esta rama. El aceite virgen es más caro que los otros tipos de aceite de oliva (oliva, propiamente dicho, refinado y de orujo), debido a que su calidad es percibida por el consumidor y los procesos para su obtención requieren un mayor esfuerzo y costos por parte de los productores. No obstante, la demanda además responde en forma asimétrica a las variaciones del precio.

Aunque el consumo de México es bajo, está creciendo y se constituye en una oportunidad de mercado tanto para sustituir las importaciones como para convertirse en abastecedor de Estados Unidos con ventaja por condiciones de cercanía al mercado y condiciones climáticas de las zonas productoras, sobre todo en los estados de Baja California, Chihuahua, Tamaulipas, Jalisco.

El mercado mexicano es muy sensible al precio. Además, la comercialización del aceite de oliva en el mercado mexicano trae consigo unos incrementos en el precio considerables debido al precio del transporte y los intermediarios como son los importadores o las grandes superficies.

España tiene integrada su cadena de valor de manera eficiente. El proyecto de negocio evaluado, la empresa EL OLIVAR S.A. de C.V., con el esquema de producción planteado y los resultados que arroja el análisis de Monte Carlo, esto es, la probabilidad de menos de 50% para obtener una Tasa Interna de Retorno del 15% debe mitigar las dos variables de incertidumbre en producción mediante

acciones como la contratación de seguros en mermas así como el aseo y cuidado constante de materia prima y equipo. Se sugiere a los que quieran basar sus estudios en esta investigación, ahonden sobre el mercado estadounidense para la exportación de aceite de oliva.

## **Literatura citada**

Consejo Oleícola Internacional. (Enero de 2009). Cifras de Aceite de Oliva. Recuperado el 29 de Marzo de 2012, de <http://www.internationaloliveoil.org/estaticos/view/99-welcome-message> FOCIR. (Marzo de 2012).

Tendencias internacionales del aceite de oliva. Recuperado el 29 de Mayo de 2012, de [http://www.focir.gob.mx/documentos/Int\\_comp/Estudios%20Sectoriales%20de%20Competitividad/Tendencias%20Internacionales%20del%20Mercado%20de%20Aceite%20de%20Oliva.pdf](http://www.focir.gob.mx/documentos/Int_comp/Estudios%20Sectoriales%20de%20Competitividad/Tendencias%20Internacionales%20del%20Mercado%20de%20Aceite%20de%20Oliva.pdf)

FUMIAF. (2006). Producción, transformación y comercialización de aceite de oliva. Recuperado el 30 de mayo de 2012, de <http://es.scribd.com/doc/58060875/Aceite-de-Olivo-Fumiaf>

Gómez, R. M. (1996). Funciones de respuesta asimétrica: El caso de la demanda del aceite de oliva. *Olivae.*, 9-13.

Infoagro. (2009). El cultivo del olivo. Recuperado el 23 de Febrero de 2012, de [www.infoagro.com/olivo/olivo1.html](http://www.infoagro.com/olivo/olivo1.html)

INIFAP. (Marzo de 2012). Potencial productivo de especies agrícolas de importancia socioeconómica en México. Recuperado el 13 de Abril de 2012, de [http://www.cmdrs.gob.mx/prev/sesiones/2012/5\\_sesion/inifap\\_estudio.pdf](http://www.cmdrs.gob.mx/prev/sesiones/2012/5_sesion/inifap_estudio.pdf)

Ministerio de Medio Ambiente, Medio Rural y Marino. Gobierno de España. (Enero de 2010). Estudio de la cadena de valor y formación de precios del aceite de oliva. Recuperado el 12 de Enero de 2012, de [http://www.magrama.gob.es/es/alimentacion/servicios/observatorio-de-precios-de-los-alimentos/estudio\\_aceite\\_tcm7-14624.pdf](http://www.magrama.gob.es/es/alimentacion/servicios/observatorio-de-precios-de-los-alimentos/estudio_aceite_tcm7-14624.pdf)

Oficina Económica y Comercial de la Embajada de España en México. (2011). El mercado del aceite de oliva en México. Recuperado el 31 de Marzo de 2012, de <http://www.icex.es/icex/cma/contentTypes/common/records/mostrarDocumento/?doc=4550762>

ProChile. (Abril de 2009). Estudio de mercado aceite de oliva – México. Recuperado el 10 de Enero de 2012, de [http://rc.prochile.gob.cl/sites/rc.prochile.cl/files/documentos/c\\_mexico\\_aceite\\_2009.pdf](http://rc.prochile.gob.cl/sites/rc.prochile.cl/files/documentos/c_mexico_aceite_2009.pdf)

PROFECO. (Abril de 2008). Aceites de Oliva. Recuperado el 31 de Mayo de 2012, de [http://www.profeco.gob.mx/revista/pdf/est\\_08/56-63%20Aceite%20olivaOKMM.pdf](http://www.profeco.gob.mx/revista/pdf/est_08/56-63%20Aceite%20olivaOKMM.pdf)

UNCTAD. (2004). Aceite de Oliva. Recuperado el 28 de Abril de 2012, de <http://r0.unctad.org/infocomm/espagnol/olivo/precio.htm>

# COMPONENTES PRINCIPALES Y ANALISIS DE CONGLOMERADOS APLICADOS AL ESTUDIO DE LA VARIABILIDAD CLIMÁTICA

## **Introducción**

México es un país con baja disponibilidad de agua y con extensas regiones áridas y semiáridas, en donde los cambios climáticos de mayor relevancia son aquellos asociados a la precipitación, y temperatura. Dentro de los sectores más afectados por la variabilidad del clima, se encuentra la agricultura, la generación y consumo de energía eléctrica, la pesca, la acuicultura, los asentamientos humanos, el turismo, la ganadería, el uso de recursos hídricos (presas), las aseguradoras, los bancos, el transporte, e incluso la salud.

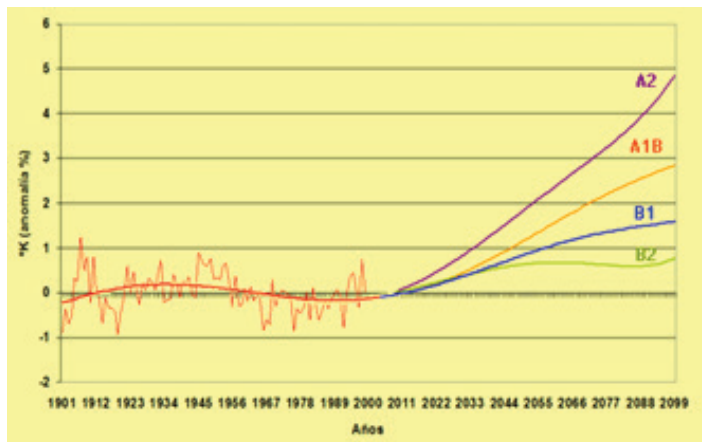
La temperatura es un indicador del estado del sistema climático, y ha experimentado enormes variaciones a lo largo de la existencia de nuestro planeta. Sigró (2004) menciona que el incremento térmico global se sitúa en torno a 0.6 °C desde 1850 hasta la actualidad, y se produce básicamente en dos periodos: uno entre 1920 a 1945; y un segundo periodo que abarca desde 1975 hasta la actualidad, de una intensidad mayor, con incrementos superiores en las áreas continentales que en las zonas oceánicas.

Los análisis de las tendencias de precipitación en regiones donde la temperatura ha aumentado sustancialmente, indican que no sólo la lluvia acumulada puede variar, sino también la forma en que llueve. Así por ejemplo, la ciudad de México, cuya temperatura ha aumentado en más de cuatro grados centígrados desde principios de siglo, experimenta hoy en día más tormentas severas (aguaceros) que hace cincuenta o cien años.

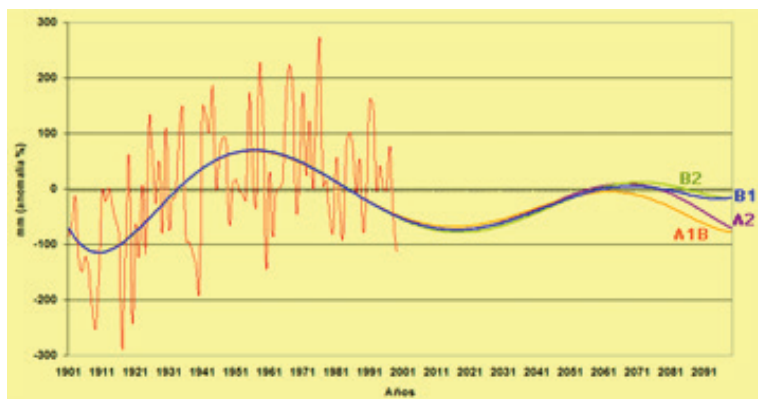
En particular el estado de San Luis Potosí tiene muchos climas, la mayor parte del estado es seco con cierta humedad en verano y menos de 750 mm anuales. En la planicie costera: cálido húmedo todo el año por los vientos alisios, temperatura media anual superior a los 20°C y precipitaciones por encima de los 1 000 mm anuales. Es más seco y extremoso en la región de El Salado. Durante el otoño los ciclones llegan a traspasar la sierra y llevan su humedad al resto del estado, aunque en la ladera oriental llegan a ser peligrosos. Independientemente de que sea una región seca o húmeda el cambio climático afectará todas las regiones (*La Razón*, 2010).

Las predicciones de temperatura y precipitación para diferentes escenarios de cambio climático muestran una tendencia creciente de temperatura y decreciente en precipitación (Figuras 1 y 2) se espera que la región sea más cálida y seca

**Figura 1. Predicciones de temperatura para diferentes escenarios de cambio climático en SLP**



**Figura 2. Predicciones de la precipitación para diferentes escenarios de cambio climático en SLP (SEMARNAT, 2010)**



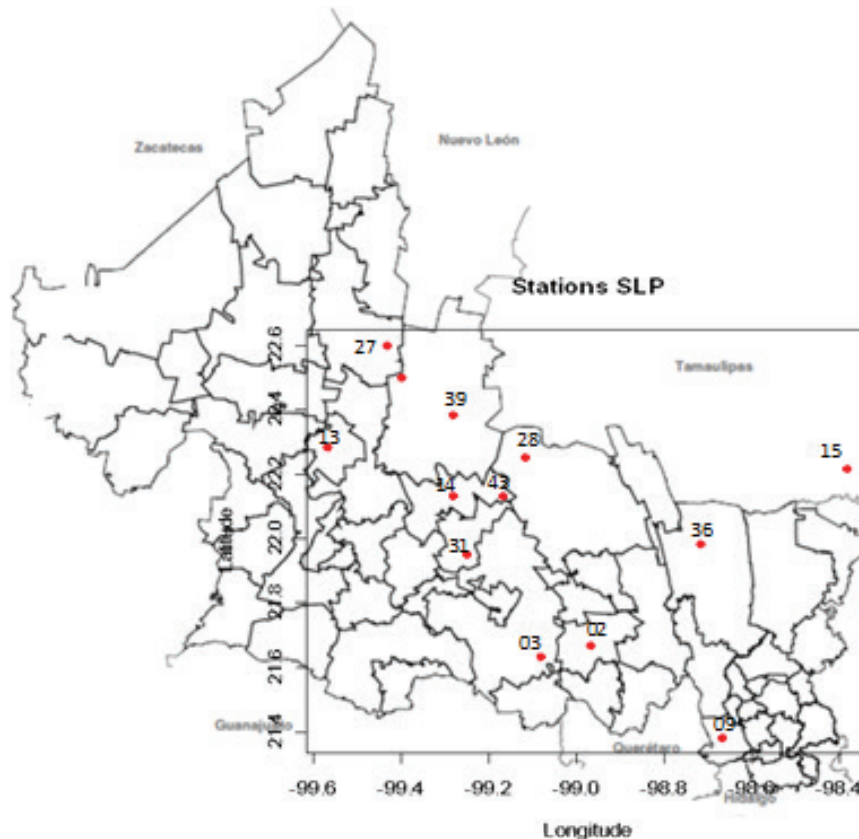
Este trabajo tiene la finalidad de analizar la variabilidad temporal y espacial de la temperatura y precipitación en el estado de San Luis Potosí, para determinar cuáles han sido los cambios sustanciales en temperaturas mínimas, máximas y medias y en la precipitación. Asimismo, se determinará la existencia de regiones con diferente evolución térmica, y los patrones espaciales dominantes en diferentes periodos.

## 2. Materiales y métodos

### 2.a). Área de estudio

Se utilizaron datos diarios de temperatura máxima, mínima y promedio así como de precipitación diaria de 13 estaciones climatológicas ubicadas en el estado de San Luis Potosí durante el periodo de 1961-2007. Fueron las estaciones en donde se tenía mayor información. El Cuadro 1 y Figura 3 describe la ubicación de cada estación.

Figura 3. Estado de San Luis Potosí y localización de las estaciones meteorológicas



**Cuadro 1. Localización de las estaciones meteorológicas en SLP**

Clave	Nombre	Longitud	Latitud	Altitud
24002	ALTAMIRA, CD. SANTOS	-98.967	21.667	45
24003	AQUISMON, AQUISMON	-99.083	21.633	45
24009	S. MARTIN CHALCHICUAUTLA	-98.667	21.383	1877
24013	COL. ALVARO OBREGON	-99.567	22.283	1239
24014	DAMIAN CARMONA, TAMASOPO	-99.283	22.133	2200
24015	EBANO, EBANO	-98.383	22.217	2200
24016	EJIDO ABRITAS, CD. MAIZ	-99.4	22.5	2200
24027	EL SALTO, CD. DEL MAIZ	-99.433	22.6	405
24028	EL TIGRE, CD. VALLES	-99.117	22.25	405
24031	GALLINAS, AQUISMON	-99.25	21.95	300
24036	LAS ADJUNTAS, TAMUIN	-98.717	21.983	25
24039	MAITINEZ (A. LA ISLA)	-99.283	22.383	1675
24043	MICOS, CD. VALLES	-99.167	22.133	2060

Primero se efectuó el análisis de componentes principales para identificar zonas con comportamiento temporal homogéneo de manera mensual, esta metodología fue aplicada a las variables: temperatura máxima, temperatura mínima, temperatura promedio y precipitación. Se construyeron 48 archivos de datos uno para cada mes y variable.

## **2 b). Componentes principales**

Existe una técnica llamada Análisis de Componentes Principales (PCA, de su acrónimo inglés Principal Component Analysis), que ha sido extensamente utilizada para caracterizar la variabilidad de los elementos climáticos. Mediante esta técnica se puede reducir un conjunto de variables independientes a otro conjunto con un número mucho menor de variables, denominadas Componentes Principales (PC, de su acrónimo inglés Principal Component), que son combinación lineal de las variables originales y representan gran parte de la variabilidad contenida en el conjunto primitivo. Estos componentes principales pueden ser sometidos a un proceso de rotación ortogonal para obtener una solución más interpretable, obteniéndose los Componentes Principales Rotados (RPC, de su acrónimo inglés Rotated Principal Component)(Sigro, 2004; Wilks, 1995).

Una de las motivaciones para usar PCA es que la estadística puede discriminar entre datos normales y anómalos. Utilizando PCA se puede capturar la estadística con gran poder discriminativo. PCA puede describir características de los datos de manera más precisa de lo que se puede observar a simple vista.

Existen seis modos operacionales para especificar los componentes principales, sin embargo para el estudio de los parámetros climatológicos, se utilizan dos modos: T considera las observaciones en tiempo como variables y las estaciones climatológicas como casos de las variables, y S considera las estaciones como variables y las observaciones en tiempo como casos de estas variables (Richman, 1986). El modo operacional utilizado fue el S.

La fórmula general de los componentes principales se expresa en (1):

$$C_1 = b_{11}(X_1) + b_{12}(X_2) + \dots + b_{1p}(X_p) \quad (1)$$

Donde:

$C_1$  = Componente principal 1 (el primer componente extraído)

$b_{1p}$  = Coeficientes de regresión o pesos variables  $p$

$X_p$  = Variable observada  $p$ .

El primer componente extraído en el análisis de componentes principales, cuenta por la máxima cantidad de varianza de las variables observadas, el segundo componente extraído considera la máxima cantidad de varianza en el conjunto de datos que no fue considerada en el primer componente y se repite lo mismo para el resto de los componentes.

Serrano *et al.*, (1999), utiliza el análisis de componentes principales para encontrar la variación de la precipitación y definir patrones representativos de la misma. Sin embargo, existen pocos estudios sobre la aplicación de componentes principales en estudios de temperatura en México. Hasta el 2011, Salas *et al.* (2011) extendió el análisis incluyendo también la temperatura para una región específica.

El análisis de componentes principales consiste de tres pasos: cálculo de la matriz de relación, extracción, retención de los factores y rotación. La matriz de relación puede ser la matriz de covarianzas o de correlación (variables estandarizadas).

El criterio más común para determinar cuántos factores retener es el criterio de valor propio también conocido como Criterio de Kaiser (Kaiser, 1960). Se retienen e interpretan cualquier componente con un valor propio arriba de 1.00. Stevens (1986) recomienda el criterio de Kaiser cuando hay menos de 30 variables o cuando el análisis se hace cuando hay más de 250 observaciones. Un Segundo criterio es la prueba Scree (Cattell, 1966) los valores propios asociados con cada componente son graficados y cuando existe algún cambio de pendiente entre los componentes con valores propios grandes respecto a los componentes con valores propios pequeños. Los componentes que aparecen antes del cambio de pendiente son más significativos, y se retienen para la rotación. Un tercer criterio para resolver el número de factores involucra retener un componente si considera un porcentaje de varianza en los datos. La proporción se calcula con la siguiente expresión:

$$Proporción = \frac{Valor\ propio\ del\ componente\ de\ interés}{Total\ de\ valores\ propios\ en\ la\ matriz\ de\ correlación} \quad (2)$$



En el análisis de componentes principales el número total de valores propios es igual al número total de variables analizadas (debido a que cada variable contribuye una unidad a la varianza en el análisis). El criterio es retener suficientes componentes de tal forma que el porcentaje acumulado de la varianza alcance un valor mínimo, los investigadores usualmente retienen un número de componentes principales que tengan un porcentaje de varianza acumulado al menos del 70% (y a veces del 80%). Stevens, J. (1986).

Después de decidir cuántos CP retener, se utiliza la rotación para reestructurar la ubicación de variables en los CP para maximizar la probabilidad de que cada factor refleje una simple variable (Dien, 2005; Sigró, 2004). Una rotación es una transformación lineal que se lleva a cabo en la solución de CP con el fin de que la solución sea fácil de interpretar. Una técnica para la rotación ortogonal de los CP se llama Varimax (Kaiser, 1958), la cual maximiza la suma de las varianzas del cuadrado de los coeficientes dentro de cada valor propio, y los ejes rotados permanecen ortogonales. La otra decisión que se debe de tomar es decidir qué tan grande debe de considerarse los pesos dentro de un componente principal para ser considerado importante. Stevens (1986) recomienda un valor arriba de 0.40 para que los pesos sean significativos.

### **Análisis de conglomerados**

El análisis de conglomerados es un método conveniente para identificar grupos homogéneos de objetos llamados conglomerados y estos grupos pueden ser radicalmente diferentes en composición.

Uno de los métodos más usados en ciencias de climatológicas para el análisis de conglomerados es "K-means" el cual es superior a los métodos jerárquicos ya que es menos afectado por "outliers" y de variables irrelevantes para el conglomerado. Además, K-means puede ser aplicado a una base de datos extensa. La calidad de los resultados depende de la calidad de los puntos iniciales, utilizando k-means, la afiliación de los conglomerados puede cambiar el curso del proceso de conglomerados.

Un problema importante en la aplicación del análisis de conglomerados es la decisión acerca de cuántos conglomerados deben de ser derivados de los datos. Milligan y Cooper (1985) encontraron que el criterio de Calinski-Harabasz proporciona el número correcto de conglomerados. También, si los grupos son de igual tamaño el valor máximo de "Calinski" usualmente indica el número correcto de grupos (R documentation).

El criterio Calinski puede ser escrito como:

$$\frac{SSB / k - 1}{SSW / n - k} \quad (3)$$

Donde:

$n$  es el número de datos

$K$  es el número de conglomerados

$SSW$  es la suma de cuadrados dentro del conglomerado

$SSB$  es la suma de cuadrados entre los conglomerados



El índice anterior es la prueba F en el análisis de varianza (Mooi, 2011).

## Resultados

Utilizando el programa R se obtuvieron los componentes principales rotados, en el Cuadro 2 se despliega el porcentaje de varianza explicado por los componentes principales para la temperatura promedio, máxima, mínima y la precipitación. En la mayoría de los meses el 80% de la variabilidad en la temperatura es explicada por 5 componentes principales, y en el caso de la precipitación por 6 o 7 RPC.

Los pesos son equivalentes a las correlaciones bivariadas entre las variables observadas y los componentes, por eso es importante analizar la magnitud y signo de los pesos. Dado que el primer componente explica la mayor cantidad de la variabilidad en la temperatura y precipitación, en el Cuadro 3 se resumen los pesos del primer componente. Para las estaciones 3, 15, 27, 31, 36 y 43; existen pesos arriba de 0.3, lo que significa que gran parte de la variabilidad de la temperatura máxima en la región centro y sur de SLP puede explicarse por estas estaciones.

**Cuadro 2. Porcentaje de varianza para la temperatura máxima, mínima y promedio explicada por los Componentes Principales Rotados (RPC)**

	No	RPC	RPC	RPC	RPC		No	RPC	RPC	RPC	RPC
	RPC	T prom	Max T	Min T	Prec		RPC	T prom	Max T	Min T	Prec
<b>Ene</b>	1	62,61	69,6	67,58	57,93	<b>Jul</b>	1	43,11	60,13	27,91	54,69
	2	7,24	5,3	5,98	8,25		2	12,98	6,71	14,28	7,5
	3	5,32	4,4	5,29	6,4		3	7,74	6,02	9,99	6,54
	4	4,92	4,2	3,97	4,48		4	7,03	5,22	9,11	5,75
	5				4,13		5	6,72	4,37	7,06	4,46
	<b>Total</b>	<b>80,09</b>	<b>83,5</b>	<b>82,82</b>	<b>81,19</b>		6	4,11		6	
<b>Feb</b>	1	58,23	69,5	65,41	52,14	<b>Ago</b>	7			5,5	
	2	7,21	5,35	6,48	8,9		8			5,12	
	3	6,83	4,84	5,99	7,04		<b>Total</b>	<b>81,69</b>	<b>82,45</b>	<b>84,97</b>	<b>78,94</b>
	4	5,39	4,06	4,34	5,93						
	5	4,99			5,35		1	36,87	56,65	25,19	49,16
	6				4,21		2	11,11	9,19	14,57	11,29
<b>Total</b>	<b>82,65</b>	<b>83,75</b>	<b>82,22</b>	<b>83,57</b>	3	7,8	6,13	11,31	7,36		
<b>Mar</b>	1	57,35	68,44	65,69	38,18	<b>Total</b>	4	7,32	5,21	9,25	4,97
	2	7,83	5,21	7,3	11,82		5	6,7	3,88	6,62	4,65
	3	6,96	4,69	5,24	9,09		6	5,92		5,81	4,17
	4	5,55	4,13	3,83	7,41		7	5,49		5,36	
	5	5,04			6,74		8			4,91	
	6				5,53		<b>Total</b>	<b>81,21</b>	<b>81,06</b>	<b>83,02</b>	<b>81,6</b>
<b>Total</b>	<b>82,73</b>	<b>82,47</b>	<b>82,06</b>	<b>83,57</b>							

Continuación Cuadro 2

	No	RPC	RPC	RPC	RPC		No	RPC	RPC	RPC	RPC
	RPC	T prom	Max T	Min T	Prec		RPC	T prom	Max T	Min T	Prec
<b>Abr</b>	1	26,92	69,69	59,64	42,17	<b>Sept</b>	1	48,99	59,25	45,19	52,14
	2	13,64	5	7,39	9,93		2	9,31	7,11	10,7	11,56
	3	11,67	4,75	6,26	8,34		3	7,78	5,59	9,16	6,45
	4	9,54	3,99	4,94	7,44		4	7,05	5,22	7,02	5,42
	5	7,09		3,44	6,05		5	5,88	4,42	5,65	4,25
	6	6,63			5,76		6	5,13		4,88	3,35
	7	5,29					<b>Total</b>	<b>84,14</b>	<b>81,59</b>	<b>82,6</b>	<b>83,17</b>
	<b>Total</b>	<b>80,78</b>	<b>83,43</b>	<b>81,67</b>	<b>79,69</b>	<b>Oct</b>	1	56,75	64,18	65,72	47,36
							2	7,38	6,1	7,01	11,54
<b>May</b>	1	57,03	67,48	55,92	40,11		3	5,36	5,7	5,33	8,32
	2	7,78	5,46	8,02	9,25		4	5,17	4,64	4,13	5,83
	3	6,57	4,87	6,17	8,84		5	4,64	4,15		5,02
	4	5,74	3,85	5,96	6,78		6	4,34			4,46
	5	4,26		4,41	6,16		<b>Total</b>	<b>83,64</b>	<b>84,77</b>	<b>82,19</b>	<b>82,53</b>
	6				5,11	<b>Nov</b>	1	70,34	69,43	71,85	49,07
	7				4,51		2	6,35	5,74	5,88	9,76
	<b>Total</b>	<b>81,38</b>	<b>81,66</b>	<b>80,48</b>	<b>80,76</b>		3	4,95	4,47	4,33	7,61
							4	3,66	3,82	3,64	6,68
<b>Jun</b>	1	44,2	67,89	41,94	49,51		5				5,66
	2	8,1	5,31	10,65	8,7		6				3,85
	3	7,24	4,54	8,18	7,012		<b>Total</b>	<b>85,3</b>	<b>83,46</b>	<b>85,7</b>	<b>82,63</b>
	4	6,6	4,32	7,59	5,41	<b>Dic</b>	1	58,17	65,36	65,4	61,79
	5	6,21		6,54	5,12		2	7,51	5,99	7,43	11,24
	6	4,93		5,19	4,28		3	6,51	5,42	4,92	6,74
	7	4,73					4	5,18	4,3	4,4	5,86
	<b>Total</b>	<b>82,01</b>	<b>82,06</b>	<b>80,09</b>	<b>80,03</b>		5	4,12			
							<b>Total</b>	<b>81,49</b>	<b>81,07</b>	<b>82,15</b>	<b>85,63</b>

El cuadro 4 resume los pesos del primer componente para la temperatura mínima de cada mes, al igual que en el caso de máxima temperatura las estaciones 3, 15, 27, 31, 36 y 43 presentan pesos arriba de 0.3, lo que significa que gran parte de la variabilidad en temperatura es explicada por esas estaciones.

**Cuadro 3. Primer componente principal para la variable máxima temperatura**

	Ene	Feb	Mar	Abril	Mayo	Jun	Jul	Ago	Sept	Oct	Nov	Dic
Est02	0,24	-0,25	-0,26	0,26	-0,26	0,27	-0,26	-0,27	-0,24	-0,22	-0,25	-0,25
Est03	0,27	<b>-0,30</b>	<b>-0,30</b>	0,29	<b>-0,30</b>	0,29	-0,29	<b>-0,30</b>	<b>-0,31</b>	<b>-0,32</b>	-0,29	-0,26
Est09	0,28	-0,28	-0,26	0,25	-0,22	0,22	-0,19	-0,18	-0,20	-0,25	-0,29	-0,28
Est13	0,19	-0,21	-0,21	0,22	-0,22	0,23	-0,17	-0,18	-0,18	-0,20	-0,19	-0,20
Est14	0,27	-0,28	-0,26	0,26	-0,29	0,28	-0,27	-0,27	-0,28	-0,25	-0,25	-0,27
Est15	<b>0,30</b>	<b>-0,30</b>	<b>-0,30</b>	<b>0,30</b>	-0,29	0,29	<b>-0,31</b>	<b>-0,31</b>	<b>-0,31</b>	<b>-0,31</b>	<b>-0,30</b>	<b>-0,30</b>
Est16	0,25	-0,24	-0,26	0,24	-0,27	0,24	-0,23	-0,25	-0,25	-0,23	-0,24	-0,22
Est27	<b>0,30</b>	<b>-0,30</b>	-0,29	<b>0,30</b>	<b>-0,30</b>	<b>0,30</b>	<b>-0,32</b>	<b>-0,31</b>	<b>-0,31</b>	<b>-0,31</b>	<b>-0,30</b>	<b>-0,32</b>
Est28	0,28	-0,28	-0,29	0,29	-0,27	0,29	-0,29	-0,29	-0,28	-0,27	-0,28	-0,28
Est31	<b>0,31</b>	<b>-0,31</b>	<b>-0,31</b>	<b>0,31</b>	<b>-0,31</b>	<b>0,31</b>	<b>-0,33</b>	<b>-0,33</b>	<b>-0,32</b>	<b>-0,32</b>	<b>-0,30</b>	<b>-0,31</b>
Est36	<b>0,31</b>	<b>-0,31</b>	<b>-0,31</b>	<b>0,30</b>	-0,29	0,29	<b>-0,32</b>	<b>-0,32</b>	<b>-0,32</b>	<b>-0,31</b>	<b>-0,31</b>	<b>-0,31</b>
Est39	0,26	-0,20	-0,23	0,24	-0,25	0,24	-0,25	-0,21	-0,25	-0,26	-0,26	-0,26
Est43	<b>0,31</b>	<b>-0,31</b>	<b>-0,31</b>	<b>0,32</b>	<b>-0,31</b>	<b>0,31</b>	<b>-0,33</b>	<b>-0,33</b>	<b>-0,33</b>	<b>-0,32</b>	<b>-0,31</b>	<b>-0,31</b>

**Cuadro 4. Primer componente principal para la variable temperatura mínima**

	Ene	Feb	Mar	Abril	Mayo	Jun	Jul	Ago	Sept	Oct	Nov	Dic
Est02	-0,26	0,27	0,26	0,24	0,27	0,27	0,20	0,20	0,22	-0,24	0,26	-0,25
Est03	-0,29	<b>0,30</b>	<b>0,31</b>	<b>0,32</b>	<b>0,30</b>	<b>0,34</b>	<b>0,31</b>	<b>0,43</b>	<b>0,35</b>	<b>-0,32</b>	0,29	-0,26
Est09	-0,29	0,29	0,29	0,29	0,27	0,26	0,20	0,18	0,20	-0,27	0,29	-0,28
Est13	-0,18	0,16	0,17	0,18	0,18	0,07	0,02	-0,01	0,06	-0,20	0,19	-0,20
Est14	-0,28	0,28	0,29	0,27	0,26	0,22	<b>0,33</b>	<b>0,31</b>	<b>0,33</b>	-0,29	0,28	-0,27
Est15	<b>-0,30</b>	0,29	0,29	<b>0,31</b>	<b>0,30</b>	<b>0,32</b>	<b>0,31</b>	<b>0,30</b>	<b>0,30</b>	<b>-0,30</b>	0,28	<b>-0,30</b>
Est16	-0,22	0,20	0,20	0,19	0,22	0,12	0,13	0,17	0,18	-0,23	0,23	-0,22
Est27	-0,29	0,28	0,28	<b>0,30</b>	<b>0,30</b>	<b>0,31</b>	0,26	0,12	0,22	-0,24	0,29	-0,32
Est28	-0,29	0,28	0,28	0,28	0,25	0,29	<b>0,30</b>	0,25	0,27	-0,27	0,28	-0,28
Est31	<b>-0,30</b>	<b>0,31</b>	<b>0,30</b>	0,26	<b>0,31</b>	<b>0,35</b>	<b>0,41</b>	<b>0,43</b>	<b>0,35</b>	<b>-0,30</b>	<b>0,30</b>	<b>-0,31</b>
Est36	<b>-0,31</b>	<b>0,32</b>	<b>0,32</b>	<b>0,32</b>	<b>0,32</b>	<b>0,33</b>	<b>0,31</b>	<b>0,31</b>	<b>0,31</b>	<b>-0,31</b>	<b>0,30</b>	<b>-0,31</b>
Est39	-0,25	0,26	0,25	0,26	0,27	0,21	0,14	0,11	0,29	-0,29	0,27	-0,26
Est43	<b>-0,32</b>	<b>0,32</b>	<b>0,32</b>	<b>0,33</b>	<b>0,32</b>	<b>0,35</b>	<b>0,39</b>	<b>0,40</b>	<b>0,37</b>	<b>-0,32</b>	<b>0,31</b>	<b>-0,31</b>

El cuadro 5 despliega los pesos del primer componente para la temperatura promedio. En este caso la variabilidad de la temperatura promedio se explica por las estaciones 3, 14, 15, 28, 36 and 43. En general las estaciones 3, 15, 36 y 43 juegan un importante papel para explicar la variabilidad de la temperatura en esa región.

**Cuadro 5. Primer componente principal para la variable temperatura promedio**

	Ene	Feb	Mar	Abril	Mayo	Jun	Jul	Ago	Sept	Oct	Nov	Dic
Est02	-0,23	-0,19	0,26	-0,06	-0,31	0,23	-0,22	-0,23	-0,29	-0,26	0,22	0,22
Est03	-0,29	<b>-0,33</b>	<b>0,34</b>	<b>-0,47</b>	<b>-0,33</b>	<b>0,36</b>	<b>-0,31</b>	-0,19	<b>-0,35</b>	<b>-0,34</b>	<b>0,30</b>	<b>0,30</b>
Est09	-0,28	<b>-0,31</b>	0,27	-0,11	-0,19	0,17	-0,15	-0,21	-0,21	-0,28	0,25	0,25
Est13	-0,16	-0,13	0,17	-0,17	-0,05	0,18	-0,13	-0,11	-0,09	-0,16	0,15	0,15
Est14	-0,27	<b>-0,31</b>	0,26	<b>-0,42</b>	<b>-0,31</b>	<b>0,32</b>	<b>-0,30</b>	<b>-0,32</b>	-0,24	-0,29	0,28	0,28
Est15	<b>-0,31</b>	<b>-0,33</b>	<b>0,33</b>	<b>-0,48</b>	<b>-0,32</b>	<b>0,36</b>	<b>-0,36</b>	<b>-0,38</b>	<b>-0,34</b>	-0,25	<b>0,30</b>	<b>0,30</b>
Est16	-0,24	-0,22	0,28	<b>-0,35</b>	-0,28	0,23	-0,17	-0,03	-0,19	-0,24	0,25	0,25
Est27	-0,28	-0,26	0,26	<b>-0,42</b>	-0,26	0,27	-0,36	-0,34	-0,20	-0,33	0,31	0,31
Est28	-0,24	<b>-0,30</b>	<b>0,31</b>	-0,10	-0,16	0,29	<b>-0,32</b>	<b>-0,31</b>	<b>-0,31</b>	<b>-0,30</b>	0,29	0,29
Est31	<b>-0,32</b>	-0,23	0,13	-0,07	-0,29	0,18	-0,16	-0,27	-0,35	-0,27	0,31	0,31
Est36	<b>-0,33</b>	<b>-0,34</b>	<b>0,34</b>	-0,09	<b>-0,33</b>	<b>0,36</b>	<b>-0,36</b>	<b>-0,39</b>	<b>-0,35</b>	<b>-0,34</b>	<b>0,31</b>	<b>0,31</b>
Est39	-0,27	-0,21	0,22	-0,09	-0,28	0,22	-0,18	-0,13	-0,17	-0,25	0,27	0,27
Est43	<b>-0,33</b>	<b>-0,34</b>	<b>0,34</b>	-0,03	<b>-0,34</b>	<b>0,30</b>	<b>-0,38</b>	<b>-0,40</b>	<b>-0,36</b>	-0,25	<b>0,31</b>	<b>0,31</b>

El cuadro 6 muestra los pesos del primer componente para la precipitación. Las estaciones 03, 14, 16, 27, 28, 31, 36, 39, 43 explican la variabilidad de la precipitación en la región.

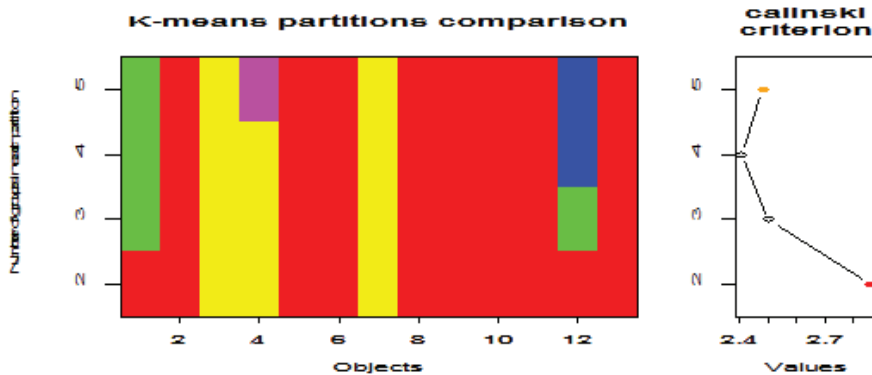
**Cuadro 6. Primer componente principal para la variable precipitación**

	Ene	Feb	Mar	Abril	Mayo	Jun	Jul	Ago	Sept	Oct	Nov	Dic
Est02	-0,26	0,22	0,22	0,22	0,28	0,24	0,28	0,28	-0,26	0,23	0,24	0,28
Est03	-0,28	0,27	<b>0,32</b>	<b>0,32</b>	<b>0,30</b>	0,28	<b>0,30</b>	<b>0,30</b>	-0,27	0,29	0,24	0,25
Est09	-0,21	0,27	0,28	0,28	0,28	0,26	0,22	0,21	-0,24	0,23	0,28	0,27
Est13	-0,17	0,12	0,21	0,21	0,18	0,27	0,17	0,26	-0,25	0,21	0,21	0,17
Est14	-0,27	0,28	0,22	0,22	<b>0,30</b>	<b>0,30</b>	<b>0,30</b>	<b>0,30</b>	-0,29	<b>0,31</b>	0,29	<b>0,32</b>
Est15	-0,28	0,24	0,26	0,26	0,24	0,24	0,24	0,25	-0,23	0,25	0,26	0,29
Est16	-0,26	0,28	0,29	0,29	0,26	<b>0,30</b>	0,27	0,27	-0,29	0,28	<b>0,30</b>	0,17
Est27	-0,29	<b>0,31</b>	0,29	0,29	0,27	<b>0,31</b>	0,29	0,28	-0,28	0,29	0,28	0,29
Est28	-0,29	<b>0,30</b>	0,27	0,27	0,28	0,29	<b>0,30</b>	0,29	<b>-0,30</b>	0,29	0,28	0,28
Est31	<b>-0,32</b>	<b>0,33</b>	<b>0,35</b>	<b>0,35</b>	<b>0,31</b>	<b>0,30</b>	0,29	<b>0,32</b>	-0,29	<b>0,31</b>	0,28	<b>0,31</b>
Est36	<b>-0,31</b>	<b>0,31</b>	0,26	0,26	0,24	0,24	0,28	0,28	-0,27	0,29	0,29	<b>0,30</b>
Est39	<b>-0,30</b>	0,27	0,27	0,27	<b>0,30</b>	0,26	<b>0,31</b>	0,26	<b>-0,30</b>	<b>0,31</b>	<b>0,30</b>	0,27
Est43	<b>-0,32</b>	<b>0,33</b>	<b>0,33</b>	<b>0,33</b>	<b>0,34</b>	<b>0,31</b>	<b>0,32</b>	0,28	<b>-0,31</b>	<b>0,30</b>	<b>0,33</b>	<b>0,34</b>

Por otro lado, el análisis de conglomerados se realizó directamente en los datos originales, debido a que los conglomerados en datos procesados son identificados sobre la base de valores transformados

y no en la información original, lo cual genera resultados diferentes. El criterio de Calinsky descrito en la metodología se aplicó para determinar el número óptimo de conglomerados en cada mes, en la Figura 4 se muestra un ejemplo.

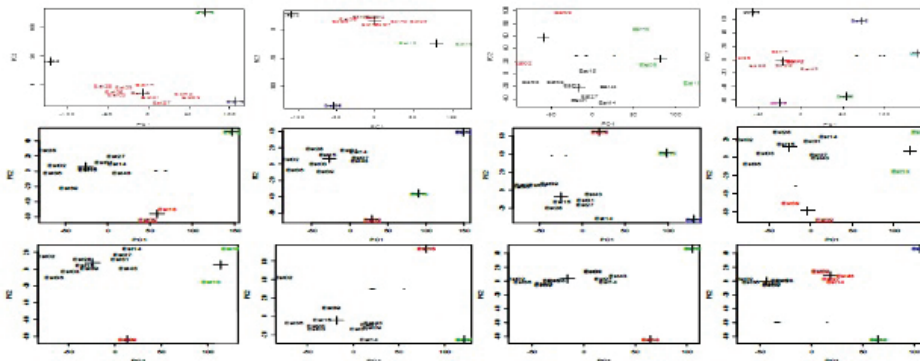
**Figura 4. Criterio de Calinsky para obtener el número óptimo de conglomerados**



El propósito de utilizar el análisis de conglomerados fue el de identificar ubicaciones que son inusuales y que por lo tanto representen una heterogeneidad o estaciones que presenten datos perturbados. La metodología tiene la ventaja de clasificar las estaciones dentro de un espacio multidimensional grande.

Primero las tendencias de estaciones individuales pueden ser comparadas una contra otra. La figura 5 y 6 muestra los conglomerados para máxima y mínima temperatura. En todos los casos las estaciones que exhiben un comportamiento raro fueron la estación 13 (Col. Álvaro Obregón) y 16 (Ejido Ebritas). Aunque de marzo a agosto la estación 9 tiene un comportamiento poco usual, y de febrero a abril la estación 39.

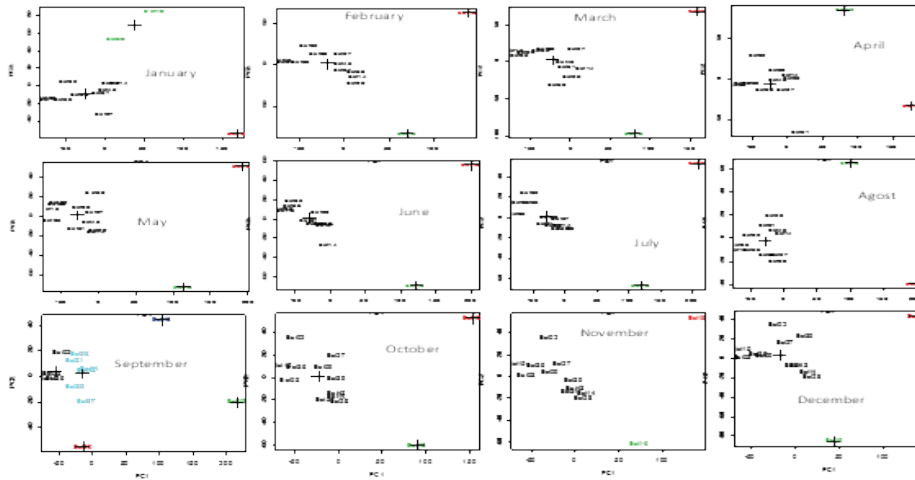
**Figura 5. Análisis de conglomerados para temperatura máxima**



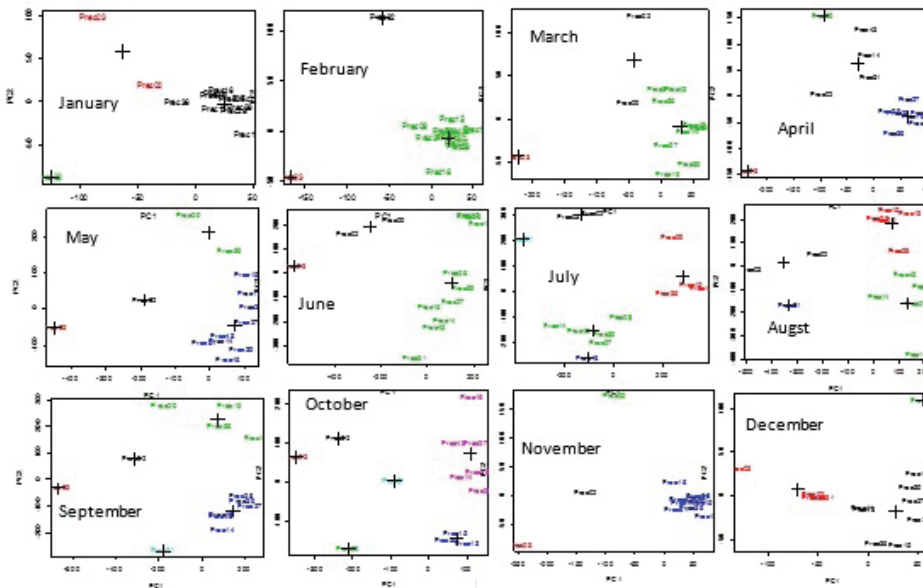


La distancia de la estación al centro del conglomerado, aproxima la varianza de la temperatura. Entre más grande sea la distancia mayor será la varianza.

**Figura 6. Análisis de conglomerados para la temperatura mínima**



**Figura 7. Análisis de conglomerados para precipitación**



Para el caso de la precipitación en casi todos los meses las estaciones 02, 03 y 09 tienen un comportamiento poco usual.

## **Conclusiones**

Alrededor del 80% de la variabilidad de la temperatura y precipitación en las estaciones estudiadas de SLP, está contenido entre 4-6 componentes principales rotados. El análisis de los pesos del primer componente principal para la temperatura máxima y mínima indica que las estaciones 3, 15, 27, 31, 36 y 43 pueden explicar gran parte de la variabilidad de la temperatura en la región estudiada. Lo anterior está muy relacionado con la altitud, cada una de las estaciones anteriores tiene diferente altura (Cuadro1). Para el caso de la precipitación se requiere un mayor número de estaciones para explicar su variabilidad.

El análisis de conglomerados se utilizó para identificar estaciones con diferente comportamiento, el aislamiento espacial de una estación puede ser un indicativo de la variabilidad climática que no es detectable en estaciones más distantes. Las estaciones que exhiben un comportamiento raro durante todo el año, fueron la estación 13 (Col. Álvaro Obregón) y 16 (Ejido Ebritas).

## **Literatura citada**

Cattell, R. B. 1966. The screen test for the number of factors. *Multivariate Behavioral Research*, 1, 245-276.

Dien, J., Frishkoff, G.A. 2005. Introduction to Principal Components Analysis of Event-Related Potentials. In *A Methods Handbook*. Handy, T. (editor). Cambridge, Mass: MIT Press.

Kaiser, H. F., 1958, The Varimax criterion for analytic rotation in factor analysis. *Psychometrika*, 23, 187-200.

La Razón periódico de San Luis Potosí. 2010. San Luis Potosí indefenso ante el cambio climático 13 Agosto 10 <http://www.larazonsanluis.com/sitio/nota.php?id=13077>.

Mooi, E., Sarstedt, M. 2011. *A Concise Guide to Market Research. The Process, Data, and Methods Using IBM SPSS Statistics*. <http://www.springler.com/978-3-642-12540-9>.

Milligan, G. W., and M. C. Cooper, 1985: An examination of procedures for determining the number of clusters in a data set. *Psychometrika*, 50, 159-179.

Richman, M. B., 1987, Rotation of Principal Components: a reply, *Journal of Climatology*, 7, 511-520.

Salas F, M; Salas C, A; Gay, C; Patiño, R. 2011. Regionalización de la temperatura media en México utilizando componentes principales. V Congreso Internacional de Meteorología XX Congreso Mexicano de Meteorología de la OMMAC, Acapulco Gro. México.

Semarnat. 2010. El Cambio Climático en México Información por Estado y Sector.  
[http://www2.ine.gob.mx/cclimatico/edo\\_sector/estados/futuro\\_slp.html](http://www2.ine.gob.mx/cclimatico/edo_sector/estados/futuro_slp.html).

Serrano, A., Garcia, J. A., Mateos, V. L., Cancillo, M. L. y Garrido, J. 1999. Monthly Modes of Variation of Precipitation over the Iberian Peninsula. *Journal of Climate*, 12, 2894-2919.

Sigró Rodríguez J. 2004. Variabilidad Espacio-Temporal de la Temperatura del Aire en Cataluña. Tesis de Doctorado Departament d'Història, F. Javier <http://tdx.cat/bitstream/handle/10803/8606/Total.PDF?sequence=1>

Stevens, J. 1986. *Applied multivariate statistics for the social sciences*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Wilks, D.S. 2011. *Statistical methods in the atmospheric sciences*. Academic Press publications. ELSEVIER. San Diego. USA.



## **SPATIAL REGRESSION OF EXTREME PRECIPITATIONS IN TABASCO**

### **Introduction**

It has been observed that the incidence of extreme meteorological events has increased, as well as their effects over human population and ecosystems. Analyzing this type of events is primary to catastrophes prevention because of the consequences this kind of meteorological events leaves behind.

Particularly for the state of Tabasco there were important flooding events in 1975, 1990 y 1999. As a consequence of the last one, it was created the Control Flooding Integral Program (PICI), which embraces a group of protection work infrastructure. According to studies made by different institutions such as Mexican Institute of Water Technology (IMTA) and the Engineering Institute of the Autonomous National University of Mexico (UNAM), some causes involved in Tabasco's issue are the accelerated increase of population in the period of 1975 to 1985 and this became in human settlements on probable flooding areas, including the spread of the capital Villahermosa into the borders of the Sierra river.

The most catastrophic flooding occurred in the state of Tabasco was in 2007. According to the IMTA records and a study made by the National Center of Disaster Prevention (CENAPRED), there were extreme precipitations greater than 400 mm in just 24 hours due to the presence of two cold fronts, and precipitations near 1000 mm in three days (28th through the 30th of October) at the watershed of the Grijalva river and the Sierra river. Related to the runoff generated by the preview precipitations of the 11, 12, 23, and 24 of October above the watershed (CENAPRED, 2008).

Therefore, this type of events must be studied in order to be able to alert the population from areas of possible future extreme events, as well as to be able to extend actions of prevention to other regions of Mexico where the same dangerous conditions could be presented.

## **Methodology**

The study of extremes values has been approached since the twentieth century being one of the pioneers Leonard Tippett. In our days, this theory shows a very important number of improvements and which is applied to very wide areas of science. It may be applied to hydrology where the main interest is to prevent floods, on the engineering also helps to design breakwater structures. In other areas, it is used to insurance analysis, it is as well applied to the market risk, and the applications also include genetics as well as aspects of climate change. The newer applications include a spatial analysis, because it has been shown that for some data the spatial dependence between observations is an important factor in analyzing those extreme events.

In this article we analyze precipitation data through the theory of spatial extremes for the southeast region of Mexico. The motivation as it was described in the previous section, is because of the damages that leave behind extreme meteorological events such as precipitation in the state of Tabasco. From the recent approaches in the field of spatial extreme climate event analysis, it can be mentioned Casson and Coles (1999), whom proposed a model expressing spatial dependence to analyze hurricane wind data from the Gulf and Atlantic coasts of the United States.

Other related investigations are those of Cooley (2005) suggested a hierarchical model via a Bayesian approach that modeled spatial dependence. Sang and Gelfand (2008) who propose also a more complete Bayesian hierarchical spatio-temporal model applying a dynamic linear model. The extreme value theory (EVT) is a branch of probability and statistics dedicated to characterize the atypical observations behavior. Such theory has it starts from the beginning to middle past century. This theory provides the union between measured data on a daily basis (or hourly) and quantities from a larger scale such as return levels.

## **Generalized Extreme Value Distribution**

The Generalized Extreme Value Distribution (GEV) comes up from the theory of extreme value where the normalized limit distribution is a series of random variables independent and identically distributed (iid). The GEV distribution is a valuable tool to model extreme values, just like the normal distribution is applied to model finite models of sums of random variables independent and identically distributed according to asymptotic results of Central Theorem of Limit, is the same way, the generalized extreme value distribution can be used to model maximum of a finite number or random variables iid as a consequence of asymptotic results. Besides its distribution function, density function and quantile function of the GEV present a closed form. This allows estimating parameters numerically using maximum likelihood methods even though other methods to estimate moments are employed, such as hydrology.

The theory of extreme values establishes that a sequence of random variables  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  independent and identically distributed, where  $M_n = \max(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ . When it is known the distribution of  $Y_i$ , the distribution of  $M_n$  is exact, but in the absence of this specification, the extreme value theory considers

the existence of  $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{M_n - b_n}{a_n} \leq y\right) = F(y)$ , for the real numbers  $a_n > 0$ ,  $b_n$ . When  $F(y)$  is a non-degenerate function, it forms part of the Gumbel, Fréchet or Weibull class of distributions, where the three distributions can be expressed under the domain of the GEV

$$G(y; \mu, \sigma, \xi) = \exp\left\{-\left[1 + \xi\left(\frac{y - \mu}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right]\right\} \quad (1)$$

where  $y : 1 + \xi(y - \mu)/\sigma > 0$ ,  $\mu \in \mathfrak{R}$  being the location parameter,  $\sigma > 0$  being the scale parameter and,  $\xi \in \mathfrak{R}$  is the shape parameter of the GEV distribution (Ghosh, 2011).

A useful component of the GEV distribution is the return level associated with the return period  $1/p$ , which is the inverse of the GEV cumulative distribution function. Defining  $x_p = -\log(1 - p)$

$$z_p = \begin{cases} \mu - \frac{\sigma}{\xi} \left[ -x_p^{-\xi} \right] & \xi \neq 0 \\ \mu - \sigma \log(x_p) & \xi = 0 \end{cases} \quad (2)$$

the return level provides the exceeded threshold by the extreme value with probability  $p$ . The return level can be interpreted as a threshold, which is such that is expected to exceed once every  $1/p$  years (Sang, 2008).

## Spatial Analysis

Geostatistical models are often used for spatially referenced data in a continuous spatial domain. This kind of models allows normal and non-normal response data and so the method can be applied to a very diverse kind of studies (Johnson, 2011).

Let be a set of spatially measurable observations, where  $s$  express a location in a spatial domain  $D$ . The  $y(s_i)$  are assumed to be independent and to follow a Generalized Extreme Value distribution. Then, each parameter of the GEV distribution is proposed to have a linear function linking the spatial variation through a spatial process and a vector of covariates  $x(s)$ . According to Johnson (2011), the geostatistical process  $z = (z(s_1), \dots, z(s_n))$  is assumed to have normal multivariate distribution  $N(z|Xb, S)$ , where  $X$  is matrix of covariates associated with each row as a site  $s_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  and the covariance model defined by the spatial covariance function is as follows

$$\begin{aligned} \text{Cov}\{z(s), z(s+h)\} &= \sigma^2 \rho(h' \Theta h) \\ \text{Var}\{z(s)\} &= \sigma^2 + \tau^2 \end{aligned} \quad (3)$$

where  $\rho$  is a correlation function,  $\Theta$  is a 2 x 2 positive definite matrix,  $\sigma^2$  is the sill parameter and  $\tau^2$  is the nugget parameter.

Bayesian inference for the model of spatial regression is based on the posterior distribution  $p(\beta, \theta|y) \propto L(\beta, \theta|y, X)p(\beta, \theta)$ , where  $p(\beta, \theta)$  is the parameter prior distribution and,  $L(\cdot)$  is the likelihood. Because of the posterior density presents problems to solve analytically, the quantities can be approximated by Markov Chain Monte Carlo (MCMC) sampling methods.

## MCMC Methods

MCMC methods are considered as the most important improvement in statistical computing recently, it has allows to statisticians to fit every probability model, even those that were not considered before since MCMC algorithms exists to sample from the posterior distribution of models which couldn't be treated before due to the complexity or to compute the high dimensional integrals necessary to characterize posterior distributions (Martin, 2007).

The Gibbs sampler is one of the most known of the MCMC methods, the most recent is the Metropolis-Hastings developed by Metropolis, Rosenbluth, Teller and Teller on 1953 and, then generalized by Hastings in 1970. The M-H method was first extensively applied in physics (Chib, 1995).

Metropolis Hastings method is an algorithm of acceptance-rejection, which only requires a proportional function to the one that it is desire to sample, with the cost of requiring a step of accepting from a particular candidate density. As the Gibbs sampler, this algorithm was not developed for statisticians but for physicists, which worked with the theory of particle movement.

And under general conditions, the  $\theta^{(i)}$  estimation values, converges in distribution to a value of the posterior true density  $p(\theta|y)$ .

## Best model selection

To evaluate model's adjustment is used the Deviance Information Criterion (DIC) as a selection criteria. DIC produces a model's fit measure  $\bar{D}$  and a model's complexity measure  $p_D$  and summed to obtain a final value, where a minor value implies a better model. According to Spiegelhalter *et al.* (2002), it is based on a deviance, defined as

$$D(\theta) = -2\log f(y|\theta) + 2\log h(y) \quad (4)$$

where  $h(y)$  is a specified standardizing term that is function of the data. The effective dimension  $p_D$  is defined

$$p_D = \overline{D}(\theta) - D(\tilde{\theta}) \quad (5)$$

where  $\overline{D}(\theta)$  is the posterior mean deviance

$\overline{D}(\theta) = E_{\theta}[-2\log f(y|\theta)|y] + 2\log h(y)$ , and  $\tilde{\theta}$  is an estimate of  $\theta$  depending on  $y$ .

The selection of covariates was a function of the belief that these variables could have a significant effect in predicting the behavior of precipitation in the region of interest.

The correlation functions used for this investigation were the Whittle-Matérn given by

$$\rho(t) = \sigma^2 \exp(-|\varphi t|^p); \text{ para } t > 0 \quad (6)$$

and the power exponential

$$\rho(t) = \frac{\sigma^2}{2^{\nu-1}\Gamma(\nu)} (2\sqrt{\nu}t\varphi)^{\nu} K_{\nu}(2\sqrt{\nu}t\varphi); \text{ para } t > 0 \quad (7)$$

## Spatial Regression

To study models of extreme spatial data, we focus on the variation of the distribution of precipitation along the space, and not the multivariate structure of particular events of precipitation. With the purpose of understanding the latent process that goes along with the climatologic dependency of extreme precipitations, the Bayesian point of view integrates all the data available into one model (Cooley, 2005).

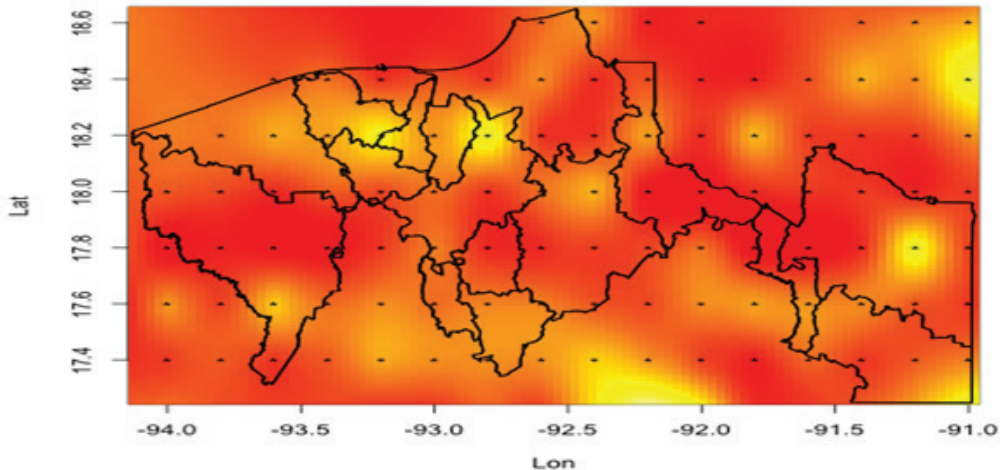
For the region of Tabasco it is anticipated that some covariates might provide important information when describing the latent spatial process. The study will focus on four covariates of meteorological relevance to analyze: latitude, longitude, distance to the sea and the time. The geographic location implies the continent where it locates and the proximity to the equator that may increase or decrease precipitation levels. The distance to the sea affects directly the temperature, moisture and precipitation. Closer places to the sea present higher temperatures and less thermal oscillation than farther inland places, which is favorable for precipitation to occur. Precipitation is also affected by time because of different factors such as climate change, and changes in the use of soil over the years that help rainfall to infiltrate in the subsoil which diminishes the available water to evaporate and so, the water cycle to continue.

There exist three components in the hierarchical model. The first component model is the data (maximum annuals). The second models the latent process, which leads to the extreme precipitation of the region. Finally, the third component consists of the a priori distributions of the parameters that control the latent process (Schielp, 2009).

## Data

The National Meteorological Service (SMN), MAYA v1.0, provided the database employed to carry out the study, which divides the national territory into a grid from north to south, as well as from east to west equilateral areas. It was used a daily record of precipitation information in a 40 years period, from 1961 to 2000.

**Figure 2.1. Location of nods in the state of Tabasco**



The database MAYA on its first version, was elaborated as a resource for the meteorological variables analysis. To achieve this, the territory was divided into a grid ( $0.2^\circ$  in longitude by  $0.2^\circ$  in latitude), obtaining a total of 4,542 nods using the information of three very important climatologically variables which are maximum temperature, minimum temperature and precipitation along the period from January 1st 1961 to 31st December 2000, is other words the data of 14,600 days.

The study was for the state of Tabasco, thereby inside the information contained on MAYA v1.0, was taken the daily precipitation of each nod in the polygon that contains the territory of the state and, therefore, it was analyzed the registered information of 14600 days. At the end, there were considered a total of 135 nods for the state and for some boundaries with the states of Chiapas, Veracruz and Campeche, as it is show on the figure 2.1. With such information, the annual maximum per nod was calculated in order to reduce the information to a maximum per year per nod.

## The latent process

The second phase of our hierarchical, the latent process, is characterized by a structure that relates the parameters of the model with the considered covariates. This requires the specification of a spatial

model, for which one option is to model the parameters  $(\mu, \sigma, \xi)$  in terms of spatial location as well as covariates through a linear model believing to have an effect on the phenomena of precipitation.

For each  $x \in \mathfrak{R}^d$  and assuming that  $Y(x)$  has a GEV distribution whose parameters  $\{\mu(x), \sigma(x), \xi(x)\}$  slightly differ for  $x \in \mathfrak{R}^d$  in accordance to a stochastic process  $S(x)$ . Supposing that the process for the parameters of the GEV is a Gaussian process mutually independent. For the location parameter

$$\mu(x) = f_\mu(x; \beta_\mu) + S_\mu(x; \alpha_\mu, \lambda_\mu, \kappa_\mu) \quad (8)$$

Where  $f_\mu$  is a deterministic function depending of regression parameters  $\beta_\mu$  and a stationary Gaussian  $S_\mu$  process with zero mean and a function of covariance sill  $\alpha_\mu$ , range  $\lambda_\mu$  and shape parameter  $\kappa_\mu$ . For the scale parameters  $\sigma(x)$  and of shape  $\xi(x)$  it applies similar procedures. Where the deterministic lineal predictors are of the form

$$f_\mu(\underline{x}; \beta) = x' \beta \quad (9)$$

where  $x$  is the vector of covariates.

This is the general model; like it will be detailed afterward, the analyzed model will be function of employed covariates, and therefore, the number of regression parameters in the model.

## Prior distributions

The third part of the hierarchy corresponds to assign prior distributions of the parameters that characterize the latent process. It is assumed that a prior distribution to every parameter at this stage is independent from the others.

The regression parameter vector  $\beta$  that describes the spatial structure is assumed to have normal multivariate distribution  $\beta_\mu \sim N_p(\mu, \Sigma)$ ,  $\sigma$  and  $\xi$  functions also have normal distributions.

It is supposed a Gaussian process with a zero mean and covariance functions Whittle-Matérn or power exponential, the sill parameter  $\alpha$  has inverse Gamma prior distribution, the range parameter has Gamma prior distribution and the shape parameter  $\lambda$  it is assumed to have Gamma prior distribution as well.

Bayes' theorem expresses the posterior distribution of data as

$$f(\theta | data) = \frac{f(data | \theta) f(\theta)}{f(data)} \quad (10)$$

where  $f(\theta | data)$  is the posterior distribution for the parameter  $\theta$ ,  $f(data | \theta)$  which is proportional

to the likelihood function, differing from the sampling density by a constant that makes it a proper density,  $f(\theta)$  is the prior distribution for the parameter and,  $f(data)$  is the marginal probability of the data (Lynch, 2007).

Because the denominator scales the posterior density to make it a proper density, Bayes' theorem is applied as

$$f(\theta | data) \propto L(data | \theta) f(\theta) \quad (11)$$

In synthesis, the posterior distribution would result as follows

$$p(\Theta | x) \propto \prod_{i=1}^n GEV(\mu(x_i), \sigma(x_i), \xi(x_i)) N_p(\mu | \beta_\mu, \Sigma_\mu) N_p(\sigma | \beta_\sigma, \Sigma_\mu) N_p(\xi | \beta_\xi, \Sigma_\mu) \pi(\alpha_\mu) \pi(\alpha_\sigma) \pi(\alpha_\xi) \pi(\lambda_\mu) \pi(\lambda_\sigma) \pi(\lambda_\xi) \pi(\kappa_\mu) \pi(\kappa_\sigma) \pi(\kappa_\xi) \quad (12)$$

where  $\Theta = (\mu, \sigma, \xi, \beta_\mu, \beta_\sigma, \beta_\xi, \alpha_\mu, \alpha_\sigma, \alpha_\xi, \lambda_\mu, \lambda_\sigma, \lambda_\xi, \kappa_\mu, \kappa_\sigma, \kappa_\xi)$  are the parameters of the model.

## Results

Once the model was previously explained, it was generated a chain sample of size 100,000 iterations in the latent process with a proper burn-in and a thin of 10, having as a final, a chain sample of 10,000 for the posterior distribution estimations, using the correspondent covariates on each model. Six models were studied from which the variation was the covariates used. Amongst the six studied models, the first one presented a DIC close to the third model and can be concluded that at least one of the covariates could be no significant on the first model.

The second model presents a DIC value relatively higher than the first one, where one of the covariates could be non-representative in the study of the region's precipitation. For models three and four was eliminated the effect of the time covariate, varying the correlation model, thus the third model presents a lower DIC value than the fourth model and so, it can be inferred that time has no significant effect in the model.

In models five and six it is maintained the time covariate varying the correlation model, and again the DIC value exceeds the value of third model as shown in Table 3.1. It was performed a Gelman and Rubin's convergence diagnose, as well as Heidelberg and Welch's diagnostic to prove the convergence of the observations, methods which proved the stationary of the iterations of the chain.



**Table 3.1. The studied six models describing covariates, correlation model and calculated Deviance Information Criterion**

Model	Covariates	Correlation M	DIC
1	lat, lon, time, distance	powexp	52289.78
2	lat, lon, time, distance	Whittle-Matérn	52290.32
3	lat, lon, distance	powexp	52282.39
4	lat, lon, distance	Whittle-Matérn	52289.80
5	lat, lon, time	powexp	53481.39
6	lat, lon, time	Whittle-Matérn	52287.69

### Spatial regression return levels

As a result, it was obtained an estimation of precipitation levels, as it was mentioned earlier, for three return periods which are five, ten and one hundred years respectively, since the interest of the investigation was to analyze the possibility of extreme rainfall events in the state of Tabasco.

This means that estimations for the three return periods mentioned above, are the values of probable precipitation to occur according to the contours showed in the graphics along the territory of Tabasco for each period studied.

### Predictive function return levels

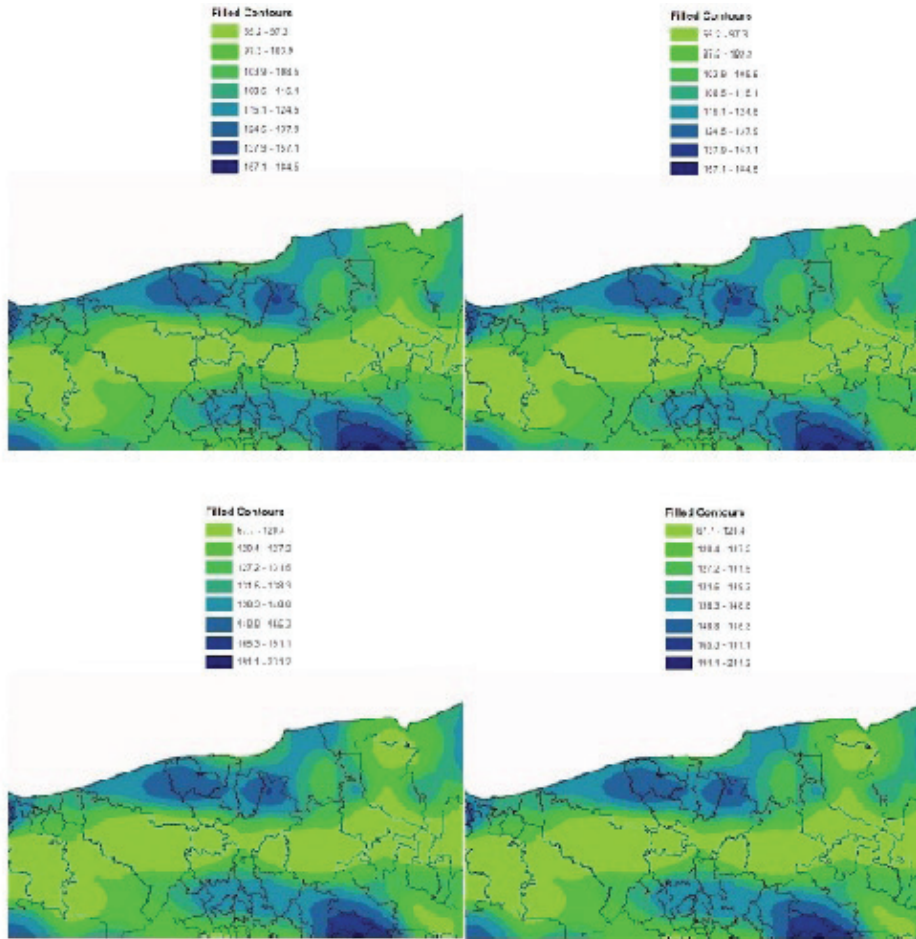
Once the spatial estimations were made from computational techniques, it was calculated the predictive quantities, computed from the predictive distribution

$$\hat{p}(y_0|y, X, x_0) = \frac{1}{G} \sum_{g=1}^G p(y_0|y, \theta^g, x_0) \quad (13)$$

Analyzing the obtained predictive quantities with the spatial regression estimations, the first ones presented generally higher values than those obtained with the spatial regression.

The figure 3.1 compares the two quantities discussed above, which are the spatial regression estimations and the values from the predictive function.

**Figure 3.1. Estimated precipitations for the state of Tabasco for a 5-year, 10-year, 100-year return period with the predictive distribution (left) and the spatial regression (right)**



## Conclusions

It has been described the spatial regression process that was carried out. The aim of this investigation was at first to obtain precipitation levels to specific return periods and with this be able to acquire the precipitation contours for the area of Tabasco.

The method employed demonstrates enormous advantages in terms of using the spatial analysis through the dependence between observations and locations to model the data of a meteorological variable such as precipitation.

To further studies, it could be used a threshold approach in order to use more information than just a single maximum like it was done in this study, such information could lead to different conclusions and probably can be more informative.

## **Literature cited**

- Banerjee S., et al. 2004. Hierarchical modeling and analysis for spatial data. Chapman & Hall/CRC.
- CENAPRED, CEPAL, SEGOB. 2008. Tabasco: Impact and socioeconomic characteristics of the flooding by the end of October and early November of 2007. Mexico.
- Coles, S., Casson E. 1999. Spatial Regression models for extremes. *Journal of Extremes*. pp: 449-468
- Cooley, D., et al. 2005. Bayesian spatial modeling of extreme precipitation return levels. University of Colorado at Boulder, USA.
- Ghosh S. And Mallick B.K. 2011. A hierarchical bayesian spatio-temporal model for extreme precipitation events. *Environmetrics*. Vol 22. Issue 2. pp: 192-204
- Johnson D. S. and Hoeting A. J. 2011. Bayesian Multimodel Inference for Geostatistical Regression Models. *Plos One Journal*.
- Lynch S. M. 2007. Introduction to applied Bayesian statistics and estimation for social scientists. Springer
- Martin, A. D., et al. 2007. MCMCpack: Markov Chain Monte Carlo in R. *Journal of Statistical Software*. Vol. 42, Issue 9.
- R development Core Team. 2011. R: A language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
- Sang H, Gelfand A. E. 2008. Hierarchical modeling for extreme values observed over space and time. *Journal of Environmental and Ecological Statistics*. 16:407-426.
- Schliep Erin M., et al. 2009. A comparison study of extreme precipitation from six different regional climate models via spatial hierarchical modeling. Colorado State University. USA
- D. J. Spiegelhalter, N. G. Best, Carlin B. P. and A. van der Linde. 2002 Bayesian measures of model complexity and fit. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 64:583-640.

# ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO MEDIO-METÁLICO DE LA DOBLE PEROVSKITA $\text{Sr}_2\text{FeMoO}_6$ A BASE DE CÚMULOS OCTAÉDRICOS DE Fe Y Mo

## **Introducción**

Las propiedades de las perovskitas dobles continúan investigándose debido a la gran cantidad de aplicaciones potenciales, que involucran desde los sensores magnéticos hasta los electrodos en celdas de combustible de óxido sólido, pasando por los dispositivos espintrónicos. La relevancia de estos materiales recae en el hecho de que es posible modificar radicalmente sus propiedades físicas, si se hacen pequeños cambios en su composición; como ejemplo se tiene el  $\text{Sr}_2\text{FeMO}_6$  ( $M = \text{Mo}, \text{W}, \text{Re}$ ), en particular cuando el catión  $M$  es Molibdeno, es posible observar transiciones entre diferentes comportamientos magnéticos y electrónicos.

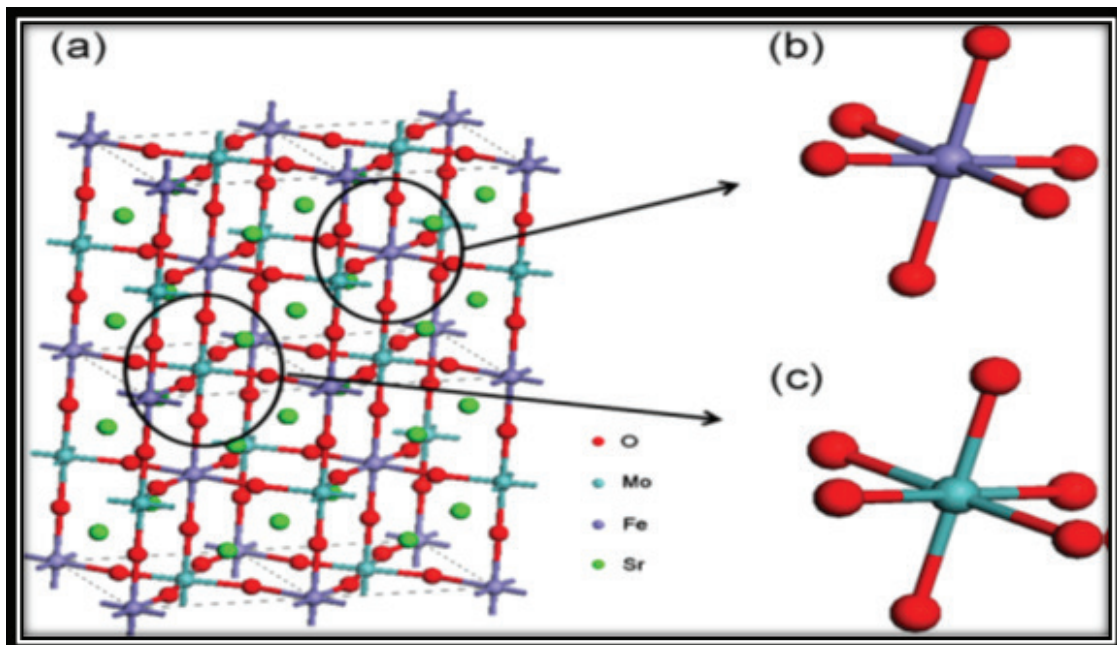
El comportamiento medio metálico que muestra la doble perovskita  $\text{Sr}_2\text{FeMoO}_6$  hace de este material un buen candidato para ser utilizado como cátodo en celdas de combustible. Sin embargo, el desempeño de este tipo de materiales puede estar comprometido por desórdenes antisitio, estequiometría y otros defectos. Es por eso, que tratando de controlar las propiedades electrónicas de este material, se busca encontrar el tamaño crítico en el cual se muestre claramente el comportamiento medio-metálico del bulto. El punto de partida para este estudio fueron las especies atómicas que forman parte del compuesto  $\text{Sr}_2\text{FeMo}_6$ . Posteriormente se estudiaron los arreglos octaédricos ( $\text{FeO}_6$ ) y ( $\text{MoO}_6$ ) y, finalmente, se consideró al Sr como parte de estos cúmulos.

Maestra en Ciencias de Ingeniería en Sistemas Energéticos. Instituto Politécnico Nacional, ESIME-Culhuacán, Av. Santa Ana 1000. C.P. 04430, México D.F., México. Email: tia\_33@hotmail.com.

## Metodología

Utilizando el Software Materials Studio (MS), se dibujó una celda tetragonal de  $\text{Sr}_2\text{FeMoO}_6$ , como la que se reporta en los estudios experimentales. Después, los cúmulos  $\text{FeO}_6$  y  $\text{MoO}_6$  fueron extraídos de la celda (Fig. 1). Usando el módulo DMol<sub>3</sub> de MS, se hizo un cálculo con spin sin restringir, usando la teoría funcional de la densidad, con la funcional Perdew-Burke-Ernzerhof [1], dentro de la aproximación del gradiente generalizado. Las estructuras electrónicas de los cúmulos fueron estudiadas, donde se calculó la densidad de estados (DOS), la cual fue analizada por niveles de energía, además de sus orbitales correspondientes.

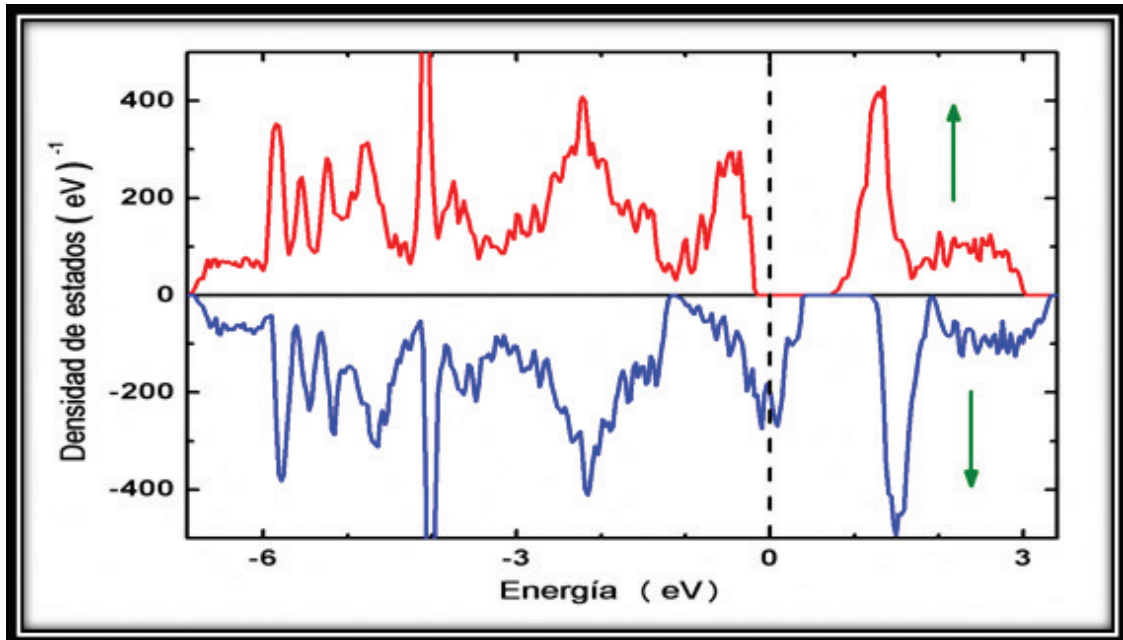
**Figura 1.** (a) Supercelda del bulto de la doble perovskita  $\text{Sr}_2\text{FeMoO}_6$ , de la cual se extrajeron los arreglos octaédricos (b)  $\text{FeO}_6$  (c)  $\text{MoO}_6$



## Resultados

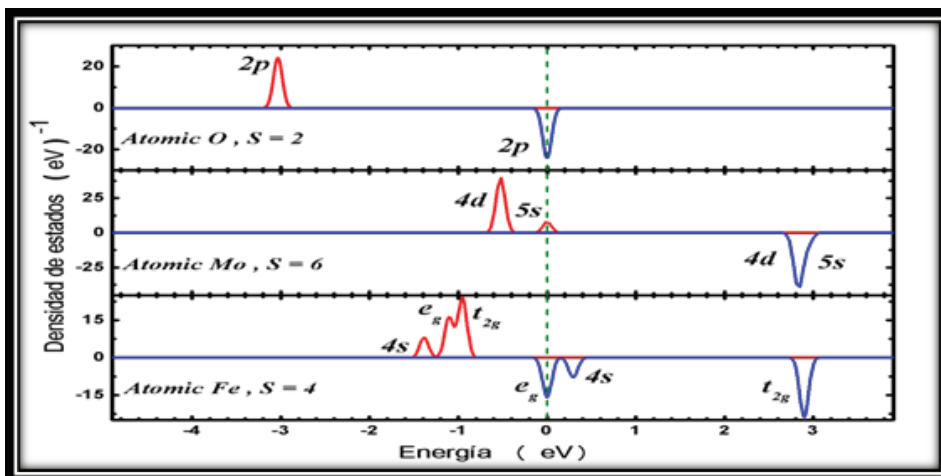
El comportamiento medio-metálico que muestra la doble perovskita  $\text{Sr}_2\text{FeMoO}_6$ , donde con orientación de spin hacia arriba muestra un carácter semiconductor con una energía de gap de 1 eV, mientras que con orientación de spin hacia abajo conduce, que ha sido previamente reportado en otros artículos [2], será tomado como referencia para este trabajo. La densidad de estados del bulto (Fig. 2), se tomara como referencia, para comparar la densidad de estados resultante de los cúmulos.

Figura 2. Densidad de estados del bulto de la doble perovskita  $\text{Sr}_2\text{FeMoO}_6$ . El nivel de Fermi está indicado por una línea vertical negra punteada y el canal de spin por una flecha verde



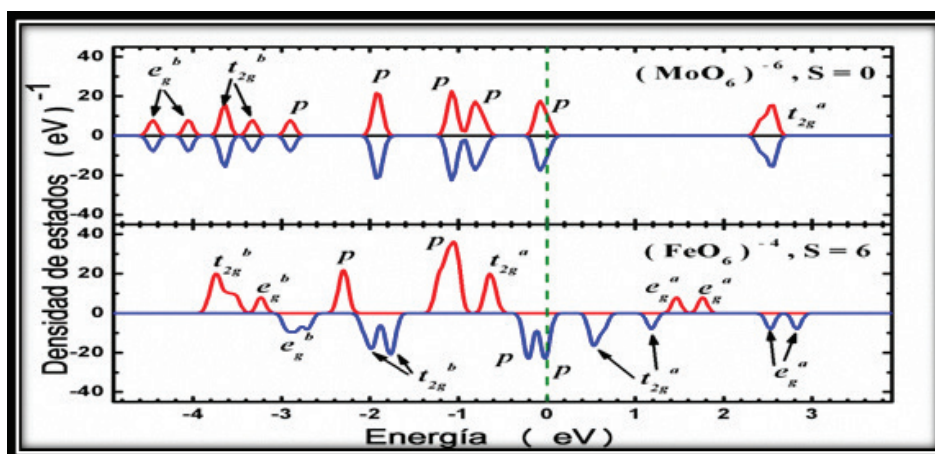
Para entender el origen del comportamiento de esta perovskita, se empezó el estudio, analizando los estados electrónicos de los átomos de metales en transición neutros y después los cúmulos octaédricos de Fe y Mo. El átomo de Fe por si solo posee 8 electrones de valencia, que están distribuidos en un estado  $s$  y 5 estados  $d$  con spin total  $4h$ . Usualmente, en el apareamiento de spin, se espera que sean ocupados primero los estados  $s$  y después parcialmente los estados  $d$  en el caso del Fe, sin embargo, el cálculo de DFT revela que el nivel  $s$  no está ocupado por completo, sino que saltan a ocupar los estados  $d$  (Fig. 3). El nivel  $d$ , está compuesto por dos estados degenerados llamados  $e_g$  y tres estados degenerados llamados  $t_{2g}$ . De la misma manera estos subniveles  $d$ , se espera que primero sean ocupados los  $e_g$  y posteriormente los  $t_{2g}$ , sin embargo, se ocupan subniveles  $e_g$ , seguidos de  $t_{2g}$  y a continuación se encuentran más estados  $e_g$  (Fig. 3). Los estados electrónicos del átomo de Mo, son muy similares al del Fe (Fig. 3). El Molibdeno tiene dos electrones de valencia menos que el Fe, con un spin total de  $6h$ , en este caso todos los estados de valencia  $d$  tienen la misma energía porque están ocupados de igual manera, en contraste con los estados  $d$  del Fe.

Figura 3. Densidad de estados para los átomos de O, Mo y Fe. El nivel de Fermi está indicado por una raya vertical punteada color verde



El cálculo de DFT revela que el cúmulo de  $(\text{MoO}_6)^{-6}$ , en el que una carga de  $-6e$  es necesaria para completar la regla del octeto, este cúmulo llega a su mínima energía, cuando su spin total es cero, lo que se refleja en la simetría de los canales de orientación de spin (arriba/abajo), de la densidad de estados. Mientras tanto para el cúmulo  $(\text{FeO}_6)^{-4}$  logra su mínima energía cuando el valor total del spin es  $6h$ , lo cual rompe con la simetría de los canales de spin de la densidad de estados, a diferencia de lo que muestra el cúmulo con Mo (Figura 4).

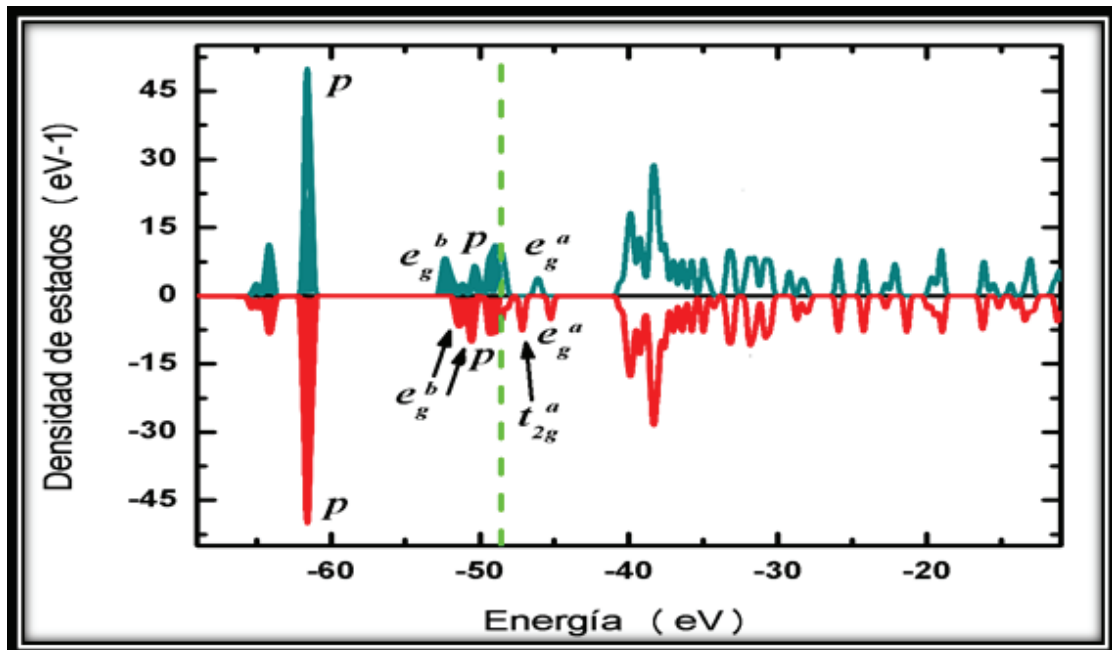
Figura 4. Densidad de estados para los cúmulos cargados de  $\text{MoO}_6$  y  $\text{FeO}_6$ . La carga y el spin están indicados. El nivel de Fermi se muestra con una raya vertical punteada verde





Un análisis de los orbitales moleculares del cúmulo de  $(\text{FeO}_6)^{4-}$ , de -4 eV a 0 eV, revela que hay tres tipos de orbitales (Fig. 5), las cuales son combinaciones de los orbitales atómicos presentes en los átomos analizados por separado (Fig. 3), a) hibridación entre estados p del oxígeno, marcados como orbitales moleculares p (MO), b) hibridaciones entre estados p del oxígeno y estados eg enlazantes del Fe, etiquetados como e<sub>g</sub><sup>b</sup>, y c) hibridación enlazante o antienlazante entre estados p del oxígeno y estados t<sub>2g</sub> del hierro, marcados como t<sub>2g</sub><sup>b</sup> y t<sub>2g</sub><sup>a</sup> respectivamente. Nótese que para la densidad de estados con orientación de spin hacia abajo del cúmulo  $(\text{FeO}_6)^{4-}$  y para ambas orientaciones de spin de la densidad de estados del cúmulo de  $(\text{MoO}_6)^{6-}$ , los estados etiquetados como e<sub>g</sub><sup>b</sup> se encuentran a menor energía que los estados t<sub>2g</sub><sup>a</sup>. La teoría del campo cristalino predice que la coordinación octaédrica alrededor de un átomo de metal en transición sitúa a los estados electrónicos t<sub>2g</sub> a energías más bajas que a los estados e<sub>g</sub>. Sin embargo, la teoría del campo cristalino no argumenta satisfactoriamente, lo que ocurre en la práctica, por ejemplo el modelo de estudio de este artículo, porque la teoría se basa solamente en las repulsiones electrostáticas entre las cargas negativas de los ligandos y la nube electrónica del metal, haciendo caso omiso de la formación de estados enlazantes o antienlazantes de las combinaciones moleculares [3].

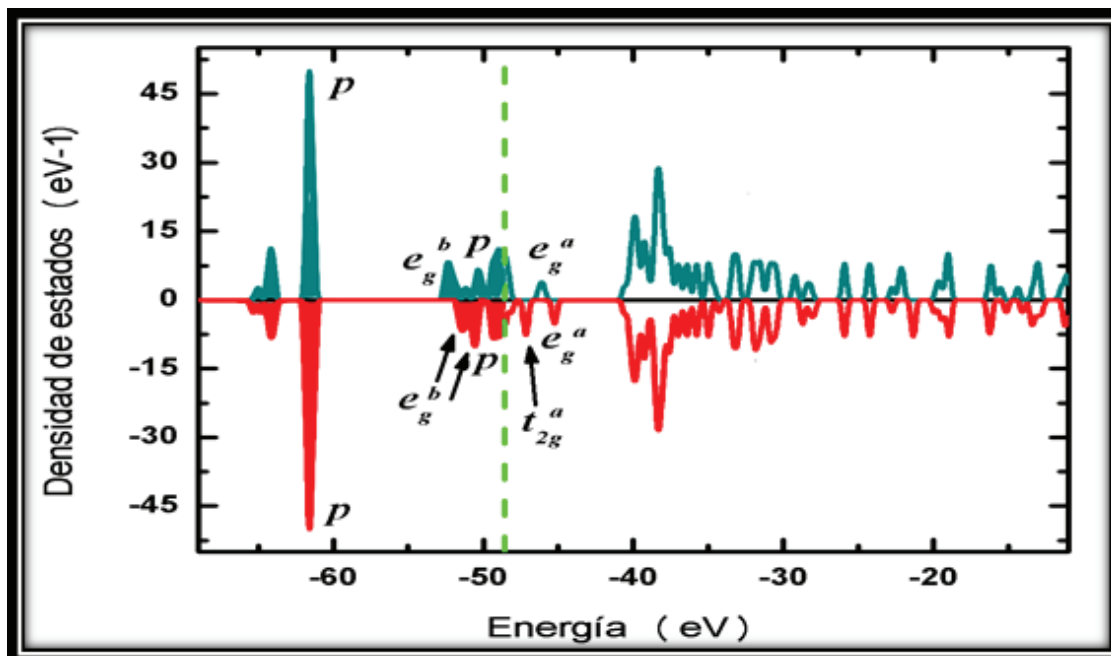
**Figura 5. Orbitales moleculares para los cúmulos octaédricos cargados de  $(\text{FeO}_6)^{4-}$  y  $(\text{MoO}_6)^{6-}$ . Para la densidad de estados del cúmulo de  $(\text{MoO}_6)^{6-}$  solo se tiene una sola orientación de spin a causa de la simetría que presenta. La orientación del canal de spin para  $(\text{FeO}_6)^{4-}$  se muestra con flechas**





Para compensar la carga con la que se hicieron los cálculos de los cúmulos octaédricos de  $(\text{FeO}_6)^{-4}$  y  $(\text{MoO}_6)^{-6}$  de  $-4e$  y  $-6e$  respectivamente, se añadieron átomos de Estroncio al cúmulo, tal como se muestra en el arreglo en bulto de la doble perovskita  $\text{Sr}_2\text{FeMoO}_6$  (Figura 1), con la finalidad de seguir analizando el comportamiento de estos materiales para encontrar las aportaciones que provocan el carácter medio-metálico de la doble perovskita, se siguió el mismo cálculo que para los cúmulos octaédricos cargados y se analizaron las densidades de estados.

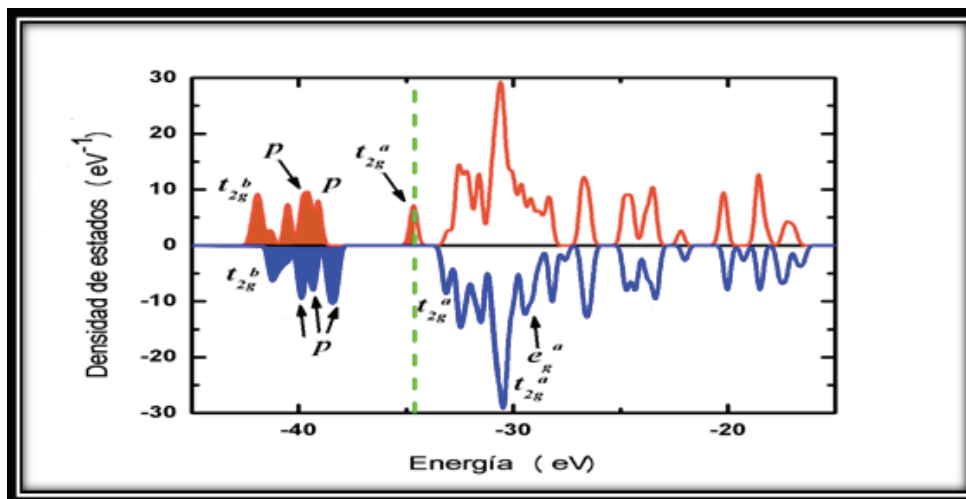
**Figura 6. Densidad de estados para el cúmulo  $\text{Sr}_8\text{FeO}_6$ .**  
El nivel de Fermi está indicado por la línea vertical puntada verde



Para el cúmulo  $\text{Sr}_8\text{FeO}_6$ , donde el Estroncio aportó los  $-4e$  de valencia que hacían falta en el cúmulo octaédrico  $\text{FeO}_6$ , dejando cargada la molécula con  $+12$ , obteniendo su mínima energía, cuando su spin total es  $2h$  (Figura 6).

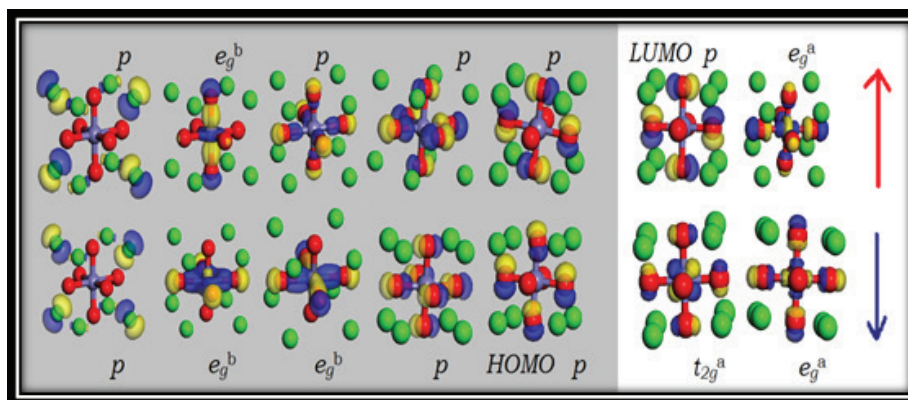
Mientras que para el cúmulo  $\text{Sr}_8\text{MoO}_6$ , donde de la misma manera el Estroncio aportó los  $-6e$  de valencia que hacían falta para completar la regla del octeto, este cúmulo quedó cargado con  $+10$ , alcanzando su mínima energía cuando el spin total era igual a  $6h$  (Figura 7).

Figura 7. Densidad de estados para el cúmulo Sr8MoO6. El nivel de Fermi está indicado por la línea vertical puntada verde

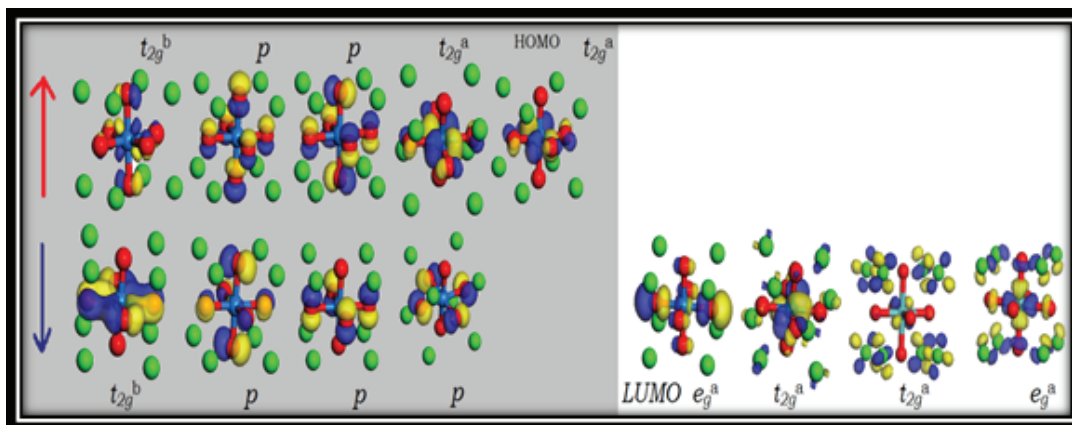


Un análisis de los orbitales moleculares de los cúmulos de  $\text{Sr}_8\text{FeO}_6$  y  $\text{Sr}_8\text{MoO}_6$ , revela que las aportaciones del spin son muy similares a las de los cúmulos octaédricos simples, con la diferencia de aportaciones de estados p, que hace el estroncio. Para el cúmulo de  $\text{Sr}_8\text{FeO}_6$  (Figura 8), se ocuparon los estados  $e_g^b$ , dejando desocupados los estados de menor energía, que son los  $t_{2g}$ , al contrario de lo que estipula la teoría del campo cristalino. Así pues, para el cúmulo de  $\text{Sr}_8\text{MoO}_6$  (Figura 9), también son marcadas las aportaciones de estados p del estroncio, sin embargo, los estados de menor energía  $t_{2g}$  enlazantes son ocupados primero, dejando desocupados los estados  $e_g$  de mayor energía.

Figura 8. Orbitales moleculares para el cúmulo cargado  $\text{Sr}_8\text{FeO}_6$ . La canal de orientación del spin se indica con flechas



**Figura 9. Orbitales moleculares para el cúmulo cargado Sr8MoO<sub>6</sub>.  
La canal de orientación del spin se indica con flechas**



## Conclusiones

Para entender el origen del comportamiento medio-metálico en la doble perovskita Sr<sub>2</sub>FeMoO<sub>6</sub>, hemos determinado, utilizando la teoría funcional de la densidad, el spin total que minimiza la energía electrónica para los átomos aislados de metales de transición y pequeños grupos de octaedros rodeados de oxígeno, centrados de los átomos de Fe o Mo. Hemos encontrado que la ocupación de los estados e<sub>g</sub> es crítica para el espín total, porque en el Fe aislado todos los electrones de valencia apareados se encuentran en esos estados, dejando desapareados todos los estados t<sub>2g</sub> y s, lo cual produce un spin de 4h. Entonces el cúmulo (FeO<sub>6</sub>)-4 tiene un spin total distinto de cero debido a los spines desapareados que se forman en los orbitales moleculares t<sub>2g</sub><sup>a</sup>, que están por debajo del nivel HOMO y por encima del nivel HOMO en ambas orientaciones del spin. En consecuencia aunque el cúmulo (FeO<sub>6</sub>)-4 tiene los electrones para satisfacer la regla del octeto, las fuerzas de unión son débiles en comparación con el cúmulo (MoO<sub>6</sub>)-6. En el cúmulo (FeO<sub>6</sub>)-4, los caracteres semiconductores y metálicos correspondientes al canal de spin hacia arriba y hacia abajo respectivamente, se deben al comportamiento del spin con diferente orientación, de tal manera que el HOMO en el canal de spin hacia abajo cae junto en la energía de los orbitales moleculares p de átomos de oxígeno, los cuales están ocupados por electrones del octeto, y a su vez, el canal de spin hacia arriba, el HOMO, se encuentra justo en la energía del gap, entre orbitales moleculares t<sub>2g</sub><sup>a</sup> y e<sub>g</sub><sup>b</sup>.

Considerando que se tiene como hipótesis que se reproducirá el comportamiento del compuesto cristalino Sr<sub>2</sub>FeMoO<sub>6</sub>, en el límite cuando crezcan las dimensiones de los cúmulos, los cúmulos octaédricos y los cúmulos con Estroncio resultaron útiles. De tal manera que se detecta desde el análisis para los cúmulos aislados, que los metales en transición, en particular el Fe, es el responsable del carácter medio-metálico de la doble perovskita Sr<sub>2</sub>FeMoO<sub>6</sub>.

## **Literatura citada**

J.P. Perdew, K. Burke, M. Ernzerhof, Phys. Rev. B 78 (1997) 1396.

T.K. Mandal, C. Felser, M. Greenblatt, J. Kübler, Phys. Rev. B 78 (2008) 134431.

R. Oviedo-Roa, J.-M. Martínez-Magadán, F. Illas, J. Phys. Chem. B 110 (2006) 7951–7966.

*Daniel Sepúlveda Jiménez<sup>1</sup>, Daniel Eduardo Sepúlveda Robles<sup>2</sup>  
y Jesús Loera Martínez<sup>3</sup>*

## AVANCES EN MODELOS DINÁMICOS ESPACIO-TEMPORALES PARA CRECIMIENTO DE POBLACIONES

### Resumen

La modelación de la dinámica espacio-temporal de una especie, cuando se considera crecimiento, difusión, advección, migración y el principio de Allee, se puede llevar a cabo por medio de la ecuación en derivadas parciales de Fisher-Kolgomorov o de sus generalizaciones. En este trabajo se analizan cuatro métodos de solución de esta ecuación diferencial. En primer lugar con ayuda de un procedimiento perturbativo se encuentra una solución aproximada, a continuación se obtienen tres soluciones particulares por medio del método de factorización, el método exponencial permite obtener la solución exacta de la ecuación de Fisher generalizada. Finalmente se analiza la solución de la ecuación que toma en cuenta migración y el efecto de Allee.

**Palabras clave:** modelos matemáticos, ecuación de Fisher, método de factorización, método exponencial.

<sup>1</sup>UACH, sepjim700@yahoo.com.mx, <sup>2</sup>División de Ciencias Económico-Administrativas, hbky2d@yahoo.com.mx

<sup>3</sup>División de Ciencias Económico-Administrativas, loeramtz2004@yahoo.com.mx

## Abstract

The modeling of the spatiotemporal dynamics of a species, when considering growth, diffusion, advection, migration and Allee principle, can be carried out by means of the partial differential equation of Fisher-Kolmogorov or its generalizations. This paper discusses four methods of solution of this differential equation. First using a perturbation method is an approximate solution, then three particular solutions obtained by factorization method, the exponential method allows obtaining an exact solution of Fisher's equation generalized. Finally we analyze the solution of the equation that takes into account migration and the Allee effect.

**Keywords:** mathematical models, Fisher equation, factorization method, exponential method.

## Introducción

Los aspectos espaciales de la dinámica de poblaciones, en particular los procesos y mecanismos para entender la dispersión de las especies y los patrones que se muestran durante las invasiones biológicas, han sido objeto de intensa investigación durante esta última década. En la Ecología y la Biología es fascinante la riqueza de los patrones complejos que se pueden observar en poblaciones que se extienden espacialmente. Sin embargo, las mismas observaciones también constituyen un cambio para los teóricos que ayudan a explicar esta complejidad por medio de modelos matemáticos. Como una primera propuesta se puede argumentar que la diversidad espacial de poblaciones naturales principalmente se origina debido a la heterogeneidad física y biótica del medio ambiente.

Si las condiciones de crecimiento varían entre diferentes localizaciones, entonces esta variación espacial deberá reflejarse en la distribución de las poblaciones naturales. Así que parece razonable, suponer que una gran parte de la riqueza observada en los patrones bióticos del paisaje puede ser atribuida a la heterogeneidad espacial de las condiciones de crecimiento. La coexistencia de especies biológicas que interactúan, ha sido ampliamente estudiada por varios investigadores, H. I. Freedman y P. Walkman [1984], S. B. Hsu [1978] y B. Dubey y J. Hussain [1997, 2000].

Los aspectos espaciales de la dinámica de poblaciones, particularmente los procesos y mecanismos para entender la dispersión de las especies y los patrones espaciales debidos a la propagación durante invasiones biológicas, han sido estudiados por varios investigadores, A. Okubo y S. Levin [1989, 2001], M. Kot y col. [1996].

En este trabajo, se estudia la dinámica para la población de una sola especie, se muestran los métodos de solución aproximados y analíticos que aparecen en la literatura científica para la ecuación de Fisher-Kolmogorov, la cual sirve para la modelación de la dinámica espacio-temporal de una sola especie. Esta ecuación diferencial y sus generalizaciones toman en cuenta difusión, migración y advección en la dinámica de estas poblaciones, así como el efecto Allee, por lo que es de particular interés la solución analítica de dicha ecuación.

El propósito principal de este trabajo es la solución de la ecuación diferencial de Fisher-Kolgomorov y de sus generalizaciones por métodos aproximados o métodos analíticos de solución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. El trabajo está organizado de la manera siguiente: Primero se hace una exposición de la ecuación de Fisher-Kolgomorov, se presenta una solución aproximada que toma en cuenta la invariancia translacional, Abramson G. [2011], a continuación se obtienen diferentes soluciones particulares de dicha ecuación utilizando el método de factorización, O. Cornejo-Pérez y H. C. Rosu [2005], H. A. Abdusalam y E. S. Fahmy [2007], y E. S. Fahmy [2007], se sigue con la solución de la ecuación de Fisher-Kolgomorov generalizada con ayuda del método exponencial propuesto por Emine M. y Yusuf G. [2011], finalmente de acuerdo con el trabajo de Sergei Petrovskii y Bai-Lian Li [2002], se muestran los principales resultados de un modelo matemático con solución analítica de una población con migración que toma en cuenta el efecto Allee.

## Metodología

Se usa la ecuación diferencial de Fisher-Kolgomorov para modelar la dinámica espacio-temporal de una sola especie, esta es una ecuación diferencial en derivadas parciales. Con ayuda de un cambio de variable que toma en cuenta la invariancia translacional se transforma esta ecuación en una ecuación ordinaria no lineal de segundo orden. Para esta ecuación no lineal se encuentra una solución aproximada por métodos perturbativos y soluciones particulares con ayuda del método de factorización. Se encuentra la solución exacta de la ecuación de Fisher generalizada con ayuda del método exponencial. También se encuentra una solución exacta siguiendo el método propuesto por S. Petrovskii. Finalmente se presentan las conclusiones referentes al trabajo.

## Resultados

Ecuación de Fisher-Kolmogorov y solución aproximada. La extensión del modelo logístico con un término de difusión es la ecuación de Fisher-Kolmogorov, esta es:

$$\frac{\partial U}{\partial T} = kU(1-U) + D \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \quad (1)$$

Es conveniente escribir esta ecuación en forma adimensional, para esto se hacen los siguientes cambios de variables  $t = \mathbb{T}$  y  $x = X\sqrt{k/D}$ . La ecuación es ahora la siguiente:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = U(1-U) + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (2)$$

En un sistema espacialmente homogéneo las soluciones  $U(x) = 1$  y  $U(x) = 0$  son equilibrios, uno estable y otro inestable. Esta información sugiere buscar soluciones no homogéneas, que conecten 1 con 0, del tipo “frente de onda”.

Se proponen  $U(x,t) = u(z)$  como solución, con  $z = x - \gamma t$  donde  $\gamma > 0$ , es la velocidad de la onda, se tiene lo siguiente:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} u(x - \gamma t) = \frac{\partial u(z)}{\partial t} = \frac{du}{dz} \frac{\partial z}{\partial t} = -\gamma u' \quad (3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} u(x - \gamma t) = \frac{du}{dz} \frac{\partial z}{\partial x} = u' \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} u' = u'' \frac{\partial z}{\partial x} = u'' \quad (5)$$

Es decir se puede escribir la ecuación transformada ecuación (2) como:

$$u'' + \gamma u' + u(1 - u) = 0 \quad (6)$$

Los valores de  $\gamma$  son tales que la solución  $u(z)$  satisfaga:

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} u(z) = 1 \quad \lim_{z \rightarrow \infty} u(z) = 0 \quad (7)$$

Se puede encontrar una solución aproximada cuando se satisface que  $\varepsilon = \gamma^{-2}$  es pequeño. Para  $\gamma = 2$ ,  $\varepsilon \leq 0.25$  no parece tan pequeño, pero comparaciones con soluciones numéricas muestran que es una buena aproximación.

Aprovechando la invariancia de traslación de la ecuación y de la solución, escogemos en el punto donde la concentración pasa por el punto medio,  $u(0) = 1/2$ . Se va a buscar una solución aproximada, válida en la proximidad de  $z = 0$ . Sea el cambio de variable:

$$\xi = \frac{z}{\gamma} = \sqrt{\varepsilon} z, \quad u(z) \equiv g(\xi) \quad (8)$$

En este caso se tiene:

$$u' = \frac{1}{\gamma} \frac{dg}{d\xi} = \varepsilon \frac{dg}{d\xi} \quad (9)$$

$$u'' = \frac{1}{\gamma^2} \frac{d^2 g}{d\xi^2} = \varepsilon \frac{d^2 g}{d\xi^2} \quad (10)$$

Así que la ecuación para  $u(z) \equiv g(\xi)$  queda como:

$$\varepsilon \frac{d^2 g}{d\xi^2} + \frac{dg}{d\xi} + g(1 - g) = 0 \quad (11)$$



con:

$$g(-\infty) = 1, \quad g(0) = 1/2, \quad g(\infty) = 0, \quad 0 < \varepsilon \leq \frac{1}{\gamma_0^2} = 0.25 \quad (12)$$

Se buscan soluciones de la forma:

$$g(\xi, \varepsilon) = g_0(\xi) + \varepsilon g_1(\xi) + \dots \quad (13)$$

Las condiciones de borde y de centro para imponen:

$$g_i(-\infty) = 1, \quad g_i(0) = 1/2, \quad g_i(\infty) = 0, \quad i = 1, 2, \dots \quad (14)$$

Sustituyendo en la ecuación diferencial (11) se obtiene:

$$\varepsilon \left[ \frac{d^2 g_0}{d\xi^2} + \varepsilon \frac{d^2 g_1}{d\xi^2} \right] + \left[ \frac{dg_0}{d\xi} + \varepsilon \frac{dg_1}{d\xi} \right] + (g_0 + \varepsilon g_1)(1 - g_0 - \varepsilon g_1) = 0 \quad (15)$$

Las ecuaciones diferenciales de orden (1) y orden ( $\varepsilon$ ) son:

$$o(1): \frac{dg_0}{d\xi} + g_0(1 - g_0) = 0 \quad (16)$$

$$o(\varepsilon): \frac{d^2 g_0}{d\xi^2} + \frac{dg_1}{d\xi} - g_0 g_1 + g_1(1 - g_0) = 0 \quad (17)$$

o bien:

$$\frac{dg_1}{d\xi} + g_1(1 - 2g_0) = -\frac{d^2 g_0}{d\xi^2} \quad (18)$$

La integración de la ecuación (16) es muy simple ya que es del tipo logístico esta es:

$$g_0(\xi) = \frac{1}{1 + ae^\xi}; \quad (g_0(0) = 1/2), \quad g_0(\xi) = \frac{1}{1 + e^{\xi/\gamma}} = \frac{1}{1 + e^{2\xi/\gamma}} = \frac{1}{1 + e^{(x-x_0)/\gamma}} \quad (19)$$

Derivando la ecuación (16) se obtiene:

$$(1 - 2g_0) = -\frac{g_0''}{g_0'} \quad (20)$$

Se puede usar la ecuación (20) para transformar la ecuación (18). El resultado es:

$$\frac{dg_1}{d\xi} - \left( \frac{g_0''}{g_0'} \right) g_1 = -g_0'' \quad (21)$$

Que puede integrarse ya que se conoce  $g_0$ . La solución para el orden  $o(\epsilon)$  es:

$$g_1(\xi) = -g_0' \ln(4|g_0'|) = \frac{e^\xi}{(1+e^\xi)^2} h \left[ \frac{4e^\xi}{(1+e^\xi)^2} \right] \quad (22)$$

Finalmente, se escribe la solución en términos de las variables originales, esta es:

$$u(z, \epsilon) = \frac{1}{1+e^{z/\gamma}} + \frac{e^{z/\gamma}}{\gamma^2} \frac{1}{(1+e^{z/\gamma})^2} \ln \left[ \frac{4e^{z/\gamma}}{(1+e^{z/\gamma})^2} \right] + o\left(\frac{1}{\gamma^4}\right); \quad (z = x - \gamma t) \quad (23)$$

Soluciones particulares de la ecuación de Fisher-Kolgomorov. El método de factorización permite encontrar soluciones aproximadas de la ecuación siguiente:

$$u'' + g(u)u' + f(u) = 0 \quad (24)$$

Para aplicar el método de factorización se considera la derivada  $D = \frac{d}{dz}$ ,  $g(u)$  y  $f(u)$  son polinomios en  $u$ . Ahora la ecuación (24) puede ser factorizada como:

$$[D - \varphi_2(u)][D - \varphi_1(u)]u = 0 \quad (25)$$

al desarrollarla lleva a la ecuación

$$u'' - \frac{d\varphi_1}{d} uu' - \varphi_1 u' - \varphi_2 u' + \varphi_1 \varphi_2 u = 0 \quad (26)$$

$$u'' - \left( \varphi_1 + \varphi_2 + \frac{d\varphi_1}{d} u \right) u' + \varphi_1 \varphi_2 u = 0 \quad (27)$$

Comparando las ecuaciones (24) y (27) se encuentra

$$g(u) = -\left( \varphi_1 + \varphi_2 + \frac{d\varphi_1}{d} u \right) \quad y \quad f(u) = \varphi_1 \varphi_2 u \quad (28)$$

Si la ecuación (24) puede ser factorizada como la ecuación (25), entonces es posible encontrar una solución particular de la ecuación diferencial resolviendo

$$[D - \varphi_1(u)]u = 0 \quad (29)$$

Para resolver la ecuación (6) se escoge:

$$\varphi_1 = a(1-u^{1/2}) \quad y \quad \varphi_2 = \frac{1}{a}(1+u^{1/2}) \quad (30)$$

Entonces:

$$\varphi_1 \varphi_2 u = f(u) = a(1-u^{1/2}) \frac{1}{a} (1+u^{1/2}) u = (1-u)u \quad (31)$$

$$g(u) = \gamma = - \left[ a(1-u^{1/2}) + \frac{1}{a} (1+u^{1/2}) + \frac{d}{du} (a(1-u^{1/2}) u) \right] \quad (32)$$

De las ecuaciones (31) y (32) se obtiene una relación entre  $(a)$  y  $(\gamma)$  esta es:

$$a = \frac{-\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - 4}}{2} \quad (33)$$

La ecuación diferencial que se tiene que resolver para encontrar la solución particular es:

$$\frac{du}{dz} - a(1-u^{1/2})u = 0; \quad \text{o} \quad \frac{du}{dz} - au = -au^{3/2} \quad (34)$$

Esta es una ecuación de Bernoulli, su solución es:

$$u = \left( 1 + c \exp \left( - \frac{-\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - 4}}{4} (x - \eta) \right) \right)^{-2} \quad (35)$$

Si ahora se escogen

$$\varphi_1 = a(1-u) \quad \text{y} \quad \varphi_2 = \frac{1}{a} \quad (36)$$

Entonces:

$$\varphi_1 \varphi_2 u = f(u) = a(1-u) \frac{1}{a} u = (1-u)u \quad (37)$$

La ecuación diferencial que se tiene que resolver nuevamente es de Bernoulli:

$$\frac{du}{dz} - au = -au^2 \quad (38)$$

La solución de esta ecuación con las variables originales y el valor de  $(a)$  dado por la ecuación (33) es:

$$u = \left( 1 + c \exp \left( - \frac{-\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - 4}}{4} (x - \eta) \right) \right)^{-1} \quad (39)$$

También es posible escoger

$$\varphi_1 = a(1+u^{1/2}) \quad \text{y} \quad \varphi_2 = \frac{1}{a} (1-u^{1/2}) \quad (40)$$

En este caso la solución particular es:

$$u = \left( c \exp \left( -\frac{-\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - 4}}{4} (x - \eta) \right) - 1 \right)^{-2} \quad (41)$$

Solución de la ecuación de Fisher-Kolgomorov generalizada. Se puede usar el método de la función exponencial para resolver la ecuación de Fisher-Kolgomorov generalizada. El punto de partida es la ecuación siguiente.

$$u_t = u_x + u(1 - u^n) \quad (42)$$

Esta ecuación se reduce a la ecuación (2) cuando  $n = 1$ . Se introduce la variable  $\eta$  definida como  $\eta = kx + wt$ . Entonces se tiene:

$$k^2 u'' - wu' - u^{n+1} + u = 0 \quad (43)$$

Con el cambio de variable  $u = v^{1/n}$ , la ecuación (43) es

$$k^2 n v^n + k^2 (1 - n)(v')^2 - w n v^n - n^2 v^3 + n^2 v^2 = 0 \quad (44)$$

Se supone que la solución de la ecuación (44) se puede expresar en la forma

$$v(\eta) = \frac{a_1 \exp(\eta) + a_0 + a_{-1} \exp(-\eta)}{\exp(\eta) + b_0 + b_{-1} \exp(-\eta)} \quad (45)$$

Si se sustituye la ecuación (45) en la ecuación (44), igualando a cero los coeficientes de todas las potencias de  $\exp(n\eta)$ , ( $n = -4, -3, \dots, 3, 4$ ), da un conjunto de ecuaciones algebraicas para  $a_{-1}, a_0, a_1, b_{-1}, b_0, k, w$ . Al resolver el sistema de ecuaciones algebraicas, se obtienen los siguientes resultados, caso 1.

$$a_{-1} = 0, \quad a_0 = 0, \quad a_1 = 1, \quad b_{-1} = \frac{b_0^2}{4}, \quad b_0 = b_0 \quad (46)$$

$$k = \mp \frac{n}{\sqrt{2(n+2)}}, \quad w = -\frac{n(n+4)}{2(n+2)} \quad (47)$$

Donde  $b_0$  es un parámetro libre que puede ser determinado a partir de las condiciones iniciales. Al sustituir estos resultados en la ecuación (45), se obtiene la siguiente solución exacta:

$$u(x, t) = \left[ \frac{e^{\frac{kx-wt}{n}}}{e^{\frac{kx-wt}{n}} + b_0 + \left(\frac{b_0^2}{4}\right)e^{-\frac{kx-wt}{n}}} \right]^{\frac{1}{n}} \quad (48)$$

Caso 2.

$$a_{-1} = b_{-1}, \quad a_0 = 0, \quad a_1 = 0, \quad b_{-1} = \frac{b_0^2}{4}, \quad b_0 = b_0 \quad (49)$$

y (k) y (w) son los mismos de la ecuación (47). La solución de la ecuación diferencial es:

$$u(x,t) = \left[ \frac{(b_0^2/4)e^{-k-nv}}{e^{k+nv} + b_0 + (b_0^2/4)e^{-k-nv}} \right]^{\frac{1}{n}} \quad (50)$$

Modelo con solución analítica de una población con migración. S. Petrovskii y Bai-Lian Li [2003]. La dinámica de una población que muestra migración, advección y difusión en una dimensión está descrita por la siguiente ecuación diferencial en derivadas parciales:

$$\frac{\partial U}{\partial T} + \frac{\partial(AU)}{\partial X} = D \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + f(U)U \quad (51)$$

Donde U es la densidad de la población y es función de la posición y del tiempo, T es el tiempo y A es positiva en el caso que la advección, migración estén en la dirección del eje "x" y negativa de otra manera. Si se parametriza f(U) de la manera siguiente:

$$f(U) = \alpha(U - U_0)(K - U), \quad A = A_0 + A_1U \quad (52)$$

y con el cambio a variables adimensionales:

$$u = \frac{U}{K} \quad t = \alpha TK^2 \quad x = X \sqrt{\frac{\alpha K^2}{D}} \quad (53)$$

permite transformar la ecuación diferencial en:

$$u_t + (a_0 + a_1u)u_x = u_x - \beta u + (1 + \beta)u^2 - u^3 \quad (54)$$

donde:

$$\beta = \frac{U_0}{K}, \quad a_0 = A_0K^{-1}(\alpha D)^{-1/2}, \quad a_1 = 2A_1(\alpha D)^{-1/2} \quad (55)$$

Son parámetros sin dimensiones. Esta ecuación se puede estudiar en un dominio acotado, con las siguientes condiciones en infinito: La especie está ausente cuando  $x \rightarrow \infty$  y la especie tiene su capacidad portadora cuando  $a_0 = a_1 = 0$ .

Caso sin migración. Si solo se permite para los individuos movimiento aleatorio entonces se tiene y la ecuación (54) se reduce a:

$$u_t = u_x - \beta u + (1 + \beta)u^2 - u^3 \quad (56)$$

Como se muestra en S. Petrovskii y Bai-Lian Li [2003]. la solución de esta ecuación es la siguiente:

$$u(x,t) = \frac{\beta \exp(\lambda_1 \zeta_1) + \exp(\lambda_2 \zeta_2)}{1 + \exp(\lambda_1 \zeta_1) + \exp(\lambda_2 \zeta_2)} \quad (57)$$

Donde:

$$\zeta_i = x - n_i t + \phi_i, n_i = \sqrt{2}(1 - \beta) - 3\lambda_i, i = 1, 2, \dots, \lambda_1 = \frac{\beta}{\sqrt{2}}, \lambda_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (58)$$

$\phi_{1,2}$  son constantes arbitrarias. Como  $u(x, t)$  deberá ser positiva para cualquier  $x$  y  $t$ , entonces la solución es válida para  $\beta \geq 0$ . Como  $\lambda_1 < \lambda_2$  entonces para tiempos grandes la solución se reduce a:

$u(x, t) \cong \frac{\exp(\lambda_2 \zeta_2)}{1 + \exp(\lambda_2 \zeta_2)}$  que describe un frente de propagación de una población con velocidad  $n_2$  dado por la siguiente ecuación:

$$n_2 = \sqrt{2}(1 + \beta) - \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{2\beta - 1}{\sqrt{2}} \quad (59)$$

La dirección de la propagación puede ser positiva o negativa, para el primer caso  $n_2 < 0$  para  $\beta < \frac{1}{2}$  y para el segundo caso  $n_2 > 0$  para  $\beta > \frac{1}{2}$ . En el primer caso la población se propaga a la región donde la especie está ausente, esto corresponde a una invasión, en el segundo caso la especie se retira.

Migración independiente de la densidad. En el caso que la velocidad de las especies migrantes no depende de la densidad de la población, la dinámica de la población se describe por la siguiente ecuación diferencial:

$$u_t + a_0 u_x = u_x - \beta u + (1 + \beta)u^2 - u^3 \quad (60)$$

Donde  $a_0$  (adimensional) es la velocidad debido a la advección. La solución de la ecuación diferencial es: S. Petrovskii y Bai-Lian Li [2003].

$$u(x, t) = \frac{\exp(\lambda_2 [x - (n_2 + a_0)t + \phi_1])}{1 + \exp(\lambda_2 [x - (n_2 + a_0)t + \phi_2])} \quad (61)$$

En esta ecuación,  $n_2 + a_0$  es la velocidad del frente, si  $n_2 + a_0 < 0$  corresponde a la invasión por la especie,  $n_2 + a_0 > 0$  corresponde a que la especie se retira.

Migración dependiente de la densidad. En este caso la advección causada por factores ambientales está ausente y la migración tiene lugar debido solamente a factores biológicos. En este caso  $a_0 = 0$ , la ecuación que describe la dinámica de la población es:

$$u_t + a_1 u_x = u_x - \beta u + (1 + \beta)u^2 - u^3 \quad (62)$$

La solución exacta de esta ecuación es:

$$u(x, t) = \frac{\beta \exp(\omega_1 \psi_1) + \exp(\omega_2 \psi_2)}{1 + \exp(\omega_1 \psi_1) + \exp(\omega_2 \psi_2)} \quad (63)$$

Donde

$$\psi_i = x - q_i t + \varepsilon_i, \quad q_i = (1 + \beta)v - (3 + a_1 v)\omega_i \text{ con } i = 1, 2, \text{ y } \varepsilon_{1,2} \quad (64)$$

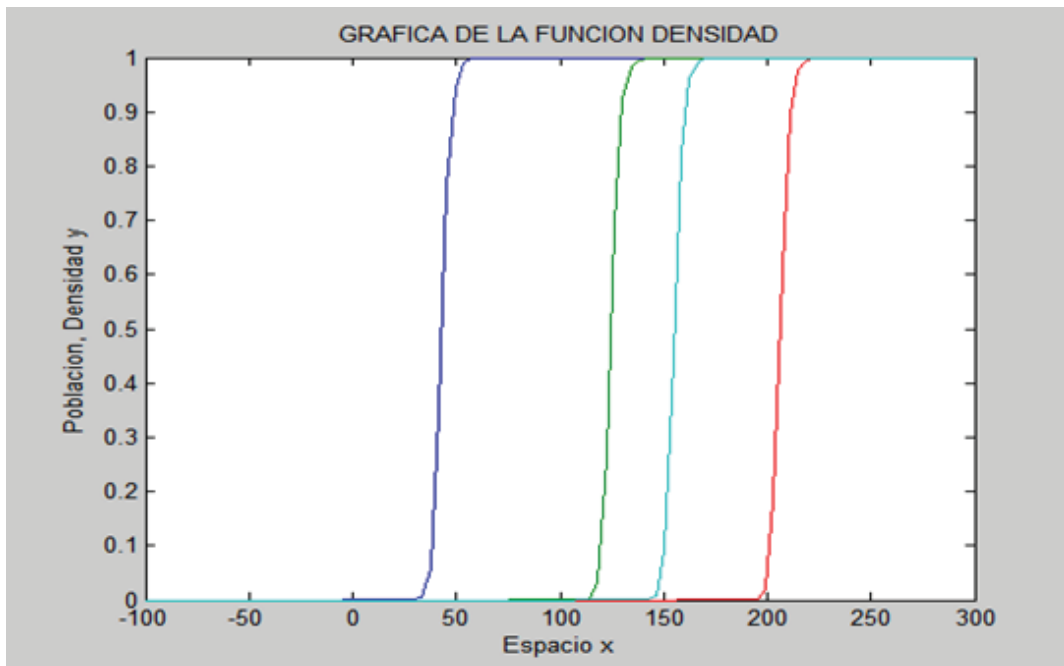
son constantes arbitrarias.

$$\omega_1 = \frac{\beta}{v}, \quad \omega_2 = \frac{1}{v}, \quad \text{con } v = \frac{1}{2}(a_1 \pm \sqrt{a_1^2 + 8}). \quad (65)$$

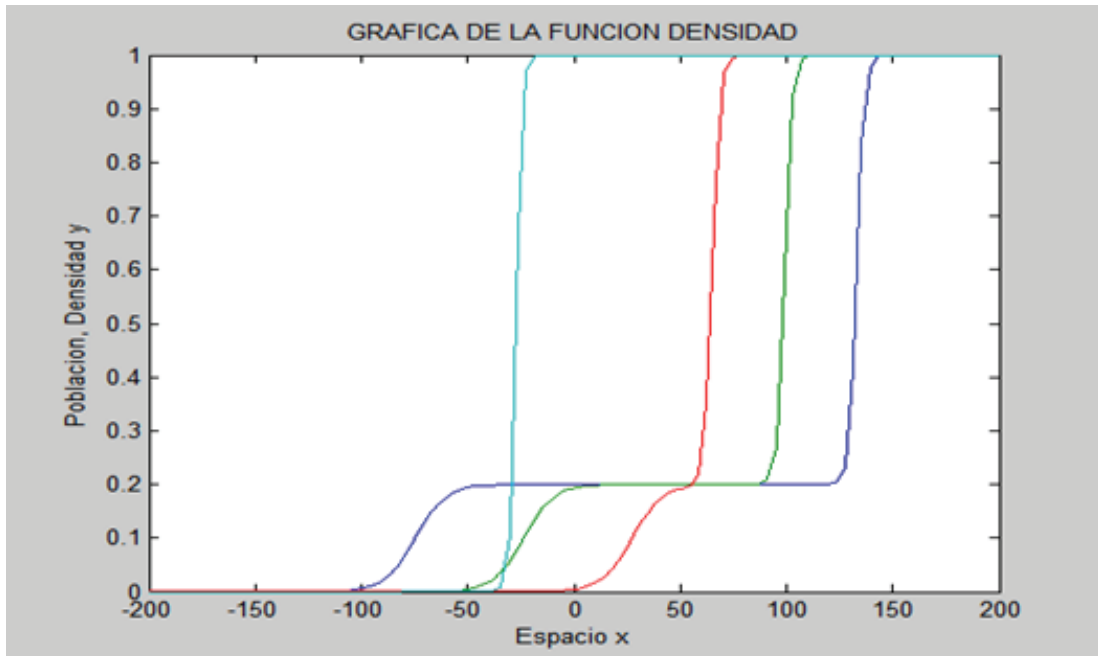
La especie se propaga dentro de la región con baja densidad de población en el caso que  $q_2 < 0$  donde

$$q_2 = (1 + \beta)v - \frac{1 + v^2}{v}.$$

**Figura 1. Densidad de la población contra espacio para diferentes tiempos Ecuación (48),  $t=20$ ,  $t=60$ ,  $t=75$  y  $t=100$ . Los parámetros son  $b_0=2$  y  $n=1$ . La dirección de propagación del frente de población conecta el estado  $u=0$  y  $u=1$ .**



**Figura 2. Densidad de la población contra espacio para diferentes tiempos, ecuación (57),  $t=20$ ,  $t=60$ ,  $t=100$ ,  $t=300$ . Los parámetros son  $\beta=0.2$ ,  $\theta=100$ ,  $\theta=-100$ . La dirección de propagación del frente de población conecta el estado  $u=0$  y  $u=1$ .**



## Conclusiones

Actualmente la atención y el interés de los biólogos y ecólogos en procesos espaciales de las poblaciones cada vez es mayor. Los Sistemas de Información Geográficos brindan datos de la estructura espacial del paisaje. Los modelos matemáticos muestran que si las condiciones de crecimiento varían entre diferentes localizaciones, entonces esta variación espacial deberá reflejarse en la distribución de las poblaciones naturales.

La modelación de la dinámica espacio-temporal de una especie considerando crecimiento, difusión, advección, migración y el principio de Allee, se puede llevar a cabo por medio de la ecuación diferencial en derivadas parciales de Fisher-Kolmogorov o de sus generalizaciones, por lo que es de importancia obtener soluciones aproximadas o exactas de dicha ecuación. En este trabajo se presentan cuatro métodos de solución para esta ecuación. El primero es una solución aproximada de la ecuación con ayuda de perturbaciones, esta solución da buenos resultados y no es muy complicada. Se muestran también que con ayuda del método de factorización, es posible obtener soluciones particulares de la ecuación de Fisher, se obtienen tres soluciones particulares. Con el método de la función exponencial, se encuentra una solución exacta de la ecuación estudiada. Finalmente, siguiendo el trabajo de S. Petrovskii y Bain-Lian Li se muestra como obtener la solución exacta de una generalización de la ecuación de Fisher-Kolmogorov. En todos los métodos se toma en cuenta la invariancia translacional.



## **Literatura citada**

A. Okubo, S. Levin, (1989). A theoretical Framework for data análisis of wind dispersal of seeds and pollen, *Ecology* 70 p. 329.

A. Okubo., S. A. Levin. (2001). *Difusión and Ecological Problems*. Springer, 2001.

B. Dubey., (1997). Modelling the depletion and conservation of resources: Effects of two interacting population, *Ecol. Model.* 101., pp. 123-136.

B. Dubey, J. Hussain. (2000). Modelling the interaction of two biological species in a polluted environment., *J. Math. Anal, Appl.*, 246, pp. 58-79.

E. Misirli y Y. Gurefe. (2011). Exp-function method for solving nonlinear evolution equations. *Mathematical and Computational applications*, Vol 16, No. 1, pp. 258-266.

E. S. Fahmy. (2007). Travelling wave solutions for some time-delayed equations through factorizations. *Chaos, Solitons & Fractals* doi:10.1016/j.chaos

*Daniel Sepúlveda Jiménez<sup>1</sup>, Jesús Loera Martínez<sup>2</sup> y  
Rodrigo España Solís<sup>3</sup>*

## **AVANCES EN MODELOS MATEMÁTICOS PARA EUTROFIZACIÓN**

### **Resumen**

En la primera parte de este trabajo se presenta un resumen de los datos mínimos de campo necesarios para el estudio del proceso de eutrofización. Se analizan tres modelos matemáticos para este proceso. El primero es un modelo simplificado para la evaluación de la eutrofización en lagos cálidos tropicales. Es un modelo muy simple limitado por el fósforo, el fósforo total se usa como medida del estado trófico. A pesar de lo simplificado del modelo y de los supuestos, los resultados son muy útiles desde el punto de vista de la calidad del agua. En el segundo modelo se tienen cinco variables de estado, nutrientes, densidad de algas, densidad de zooplancton, detritus y la concentración de oxígeno disuelto, para algunos valores de los parámetros involucrados en el modelo y diferentes valores de flujo se muestra el comportamiento de las variables de estado. El tercero, es un modelo general para embalses, se modela con dos capas, una para el epilimnion o capa superior y otra para el hipolimnion. En este modelo, para la concentración de cada variable de estado, es necesaria la resolución de dos ecuaciones diferenciales que son comunes para todos los constituyentes excepto por un sumando que involucra características de la variable de estado. Este modelo se ha usado para el estudio de calidad de agua en varios cuerpos de agua mediante el uso de la herramienta GESCAL del sistema de decisión AQUATOOL.

**Palabras Clave:** Modelos Matemáticos, Eutrofización, Calidad del Agua, Fitoplancton, Zooplancton, GESCAL, AQUATOOL.

<sup>1</sup>Área de Matemáticas. Universidad Autónoma de Chapingo. sepjim700@yahoo.com.mx <sup>2</sup>División de Ciencias Económico Administrativas de la UACH. jloera2004@yahoo.com.mx <sup>3</sup>Departamento de Irrigación de la UACH. rodis92@hotmail.com

## Abstract

In the first part of this paper presents an overview of minimum field data required for the study of the process of eutrophication. We analyze three mathematical models for this process. The first is a simplified model for the assessment of eutrophication in lakes warm tropical. It is a very simple model limited by phosphorus, total phosphorus is used as a measure of trophic status. Despite the simplified model and the assumptions, the results are very useful from the point of view of water quality. In the second model has five state variables, nutrients, algae density, density of zooplankton, detritus and dissolved oxygen concentration, for some values of the parameters involved in the model and different flow values shows the behavior of the state variables. The third is a general model for reservoirs, is modeled with two layers, one for the epilimnion or upper layer and one for the hypolimnion. In this model, for the concentration of each state variable is needed solving two differential equations that are common to all constituents except for adding features involving the state variable. This model has been used to study water quality in various bodies of water by use of the tool system GESCAL A QUATOOL decision.

**Keywords:** Mathematical Models, Eutrophication, Water Quality, Phytoplankton, Zooplankton, GESCAL, AQUATOOL.

## Introducción

La eutrofización es el proceso de sobreproducción de algas y macrofitas en cuerpos de agua que puede producir problemas en ciertos usos como son, entre otros: suministro de agua potable por alteración de sus propiedades organolépticas (olor, sabor), corrosión del equipo hidroeléctrico y distintos trastornos en los procesos de tratamiento potabilizador por disminución del contenido de oxígeno, acumulación del amoníaco en la columna de agua y resuspensión de ciertos metales (Fe, Mn) del sedimento bajo condiciones anóxicas. Aunque es un proceso que de forma lenta, puede tener un origen natural, hoy en día es fundamentalmente de carácter cultural, acelerado por el aporte continuo de nutrientes de origen antropogénico.

El trabajo sobre modelos de lagos y cuerpos de agua estacionarios se ha concentrado sobre dos tipos de modelos. El primero son los modelos de entrada-salida, los cuáles se basan sobre mediciones de carga de un lago con fósforo y nitrógeno, se pueden calcular algunos parámetros del lago (coeficiente de retención) sobre una base empírico-estadística. Los valores de estos parámetros entonces se calculan como consecuencia de cambios en las concentraciones de las sustancias en las cargas. Modelos de este tipo fueron propuestos por Vollenweider (1969) y por Dillon y Rigler (1974). Generalmente estos modelos son limitados en su ámbito por varios factores. Primero, los modelos son estacionarios, no pueden considerar variaciones de la carga y su consecuencia en los valores de los parámetros. Segundo, en muchos casos los modelos no describen las variables biológicas que son de principal interés, y que son muy importantes para considerar los procesos biológicos y su influencia sobre los parámetros del modelo. Tercero, muestran escasez y deficiencia en la descripción de procesos

biológicos importantes y sus interacciones entre varios factores limitantes del fitoplancton como la luz, fósforo, nitrógeno que no son tomados en cuenta. La ventaja de este tipo de modelos de entrada-salida es que los cálculos basados en ellos se pueden llevar a cabo en poco tiempo.

Los otros tipos de modelos, que se han desarrollado para estudiar el proceso de eutrofización y que toman en cuenta la dinámica, incluyen variaciones dependientes del tiempo y consideran importantes procesos químicos y biológicos. Los primeros trabajos sobre este tipo de modelos fueron desarrollados por Chen (1970), Di Toro y col. (1971) y Scavia y col. (1976).

En los países nórdicos los primeros trabajos sobre modelos ecológicos fueron iniciados en los “Asko Laboratory en Stockholm” por Sjoberg y col (1972). Los científicos de este laboratorio modelaron los ecosistemas Bálticos con los mismos modelos de eutrofización usados para modelar lagos. En Sweden un modelo de eutrofización para el lago Norrviken fue desarrollado por Ahlgren (1974). Este modelo se usó para describir las consecuencias de una remoción de descarga de aguas de desperdicio desde el lago Norrviken y especialmente el papel de los sedimentos en el periodo de transición. Este modelo desarrollado por Ahlgren es uno de los pocos modelos que toman en cuenta tres grupos de especies de fitoplancton, diatomeas, verdes y azul-verdes.

Varios investigadores han estudiado la descarga de nutrientes en cuerpos de agua y sus efectos como causantes de la eutrofización Beeton y col. (1972), Dacha y col. (2000), Steel y col. (1977), Franke y col. (1999) y Jayaweera y col. (1996). Un modelo para eutrofización en lagos con macrofitos, suponiendo que los nutrientes son generados por detritos, los cuáles se forman por la muerte de algas y macrofitos fue propuesto por Voinov y Tonkikh (1987), estos autores han considerado la entrada de nutrientes desde los drenajes domésticos o desde agua que escurre desde campos agrícolas. Un modelo para evaluación de fitoplancton y zooplancton en un océano fue propuesto por Truscott y Brindley (1994).

Frank y col. (1999) propusieron un modelo para la dinámica de algas en lagos considerando interacciones de fitoplancton y zooplancton y su respuesta al ambiente físico. Edwards y Brindley (1999), estudiaron la mortalidad del zooplancton y la dinámica de la población del plancton considerando nutrientes, fitoplancton y zooplancton. La nitrificación en el agua y sedimentos de un lago con un río adjunto se ha analizado por Paur y Aver (2000). Se ha propuesto un modelo matemático para lagos eutróficos considerando fitoplancton, zooplancton, detritus, bacterias y población de peces, sin considerar entrada de nutrientes al lago del exterior por Jayaweera y Asaeda (1996). Algunos otros modelos matemáticos han considerado el fitoplancton, zooplancton y nutrientes pero no han considerado la concentración del oxígeno disuelto en los procesos de modelación.

## **Metodología**

En la primera parte de este trabajo se documenta el proceso de eutrofización, su origen y efectos que tiene en los cuerpos de agua. Se lleva a cabo una revisión de los modelos más importantes que se han desarrollado para el estudio de la eutrofización. Se presenta un resumen de los datos mínimos necesarios para este proceso. De una gran cantidad de modelos que aparecen en la literatura se escogieron

para su estudio tres modelos para contrastar: Un modelo muy simple que solo esta basado en un balance de masa y que se aplica en lagos o cuerpos de agua, donde el factor limitante es el fósforo, a pesar de lo simple del modelo, este se puede usar como una primer aproximación en el análisis de la calidad del agua de las lagunas o lagos analizados. El segundo es un sistema con cinco ecuaciones diferenciales acopladas, una para cada variable de estado, se resuelve el sistema con software matemático avanzado. El tercer modelo es mucho más sofisticado que los anteriores y se usa para la estimación de las concentraciones de cada variable de estado, se ha usado para el estudio y análisis de embalses. Se enumeran las ecuaciones diferenciales más importantes. Este modelo se ha usado para el estudio de calidad de agua de varios lagos y lagunas utilizando la herramienta GESCAL del sistema de decisión AQUATOOL. Finalmente se hace una evaluación del estado que guarda el proceso de eutrofización y se dan las conclusiones correspondientes.

## Resultados

Causas de la eutrofización y datos mínimos. La causa principal de la eutrofización es el incremento de la carga de nutrientes por diversas vías, fundamentalmente de las diferentes fracciones de fósforo y nitrógeno. El aumento del estado trófico de un sistema puede ser el resultado de aportes externos o internos. La carga externa se genera a partir de los materiales arrastrados por la acción de la precipitación y por erosión. También contribuyen el vertido de efluentes industriales y el uso de fertilizantes en la actividad agrícola. La cantidad de nutrientes que llega a los sistemas acuáticos varía de acuerdo al tipo de sistema o cuerpo de agua y a los compuestos químicos vertidos. Los ríos y arroyos constituyen vías importantes de entrada de nutrientes a los sistemas lénticos como lagunas y lagos, también la escorrentía superficial y las napas freáticas pueden aportar cantidades importantes de materiales. En los cuadros 1 y 2 (Castagnino, 1982) se presentan los coeficientes de exportación en función de los usos de la tierra y los aportes de nitrógeno y fósforo producidos por animales utilizados para explotación ganadera y personas.

**Cuadro 1. Coeficientes de exportación**

Uso de la Cuenca	Fósforo total g/m <sup>2</sup> año	Nitrógeno total g/m <sup>2</sup> año
Urbano	0.1	0.5
Agrícola rural	0.05	0.5
Bosque	0.01	0.3

**Cuadro 2. Aportes de Fósforo y Nitrógeno**

SERES VIVOS	Fósforo total	Nitrógeno total
Personas	1000 g/hab-año	
Vacunos	7000 g/animal-año	54750 g/animal-año
Porcinos y Lanares	3000 ,,	14600 ,,
Caballos	4500 ,,	18250 ,,
Patos y similares	300 ,,	474.5 ,,

La carga interna de nutrientes se genera como consecuencia de la descomposición de la materia orgánica en el propio sistema, la retención de nutrientes a través de mecanismos físicos y químicos en el sedimento, así como su incorporación en la biomasa de los organismos vegetales y animales. Una de las principales fuentes interna de nutrientes es el propio sedimento del sistema que puede actuar como fuente o trampa de nutrientes, de acuerdo a las condiciones de óxido-reducción. El reciclado de nutrientes desde los sedimentos, fundamentalmente durante la época estival, es capaz de mantener condiciones eutróficas, sosteniendo una intensa producción y altos valores de biomasa de microalgas y plantas por largos periodos de tiempo.

En el cuadro 3 (Castagnino, 1982; Salas, 1983) se presenta un resumen de los datos mínimos de campo necesarios para el Proceso de eutrofización. Se requirieron muestreos mensuales de la calidad del agua en el lago/embalse y sus principales tributarios para un período de un año y se recomienda que el método de Clark (Sonzogni y col. 1978) sea utilizado con los datos de los tributarios para estimar los aportes de nutrientes. La cobertura espacial es específica para cada caso de estudio y se limita, en algunos casos, a una estación central en el lago.

Las descargas directas, donde eran significantes, se estimaron usando coeficientes de exportación como se presenta en el cuadro 1, tomadas originalmente de Rast & Lee (1978). Estimados recomendados para las contribuciones de seres vivos humano y animal también se proporcionan (ver cuadro 2). Estos criterios recomendados no siempre son seguidos estrictamente.

**Cuadro 3. Datos mínimos de campo necesarios para el proceso de eutrofización**

<p>A. Muestreo mínimo para tributarios</p> <p>Datos físicos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Flujo</li> <li>- Áreas de drenaje</li> <li>- Temperatura</li> </ul>	<p>A. Muestreo mínimo para tributarios</p> <p>Datos químicos y biológicos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fósforo total (<math>P_L</math>)</li> <li>- Ortofosfato (<math>PO_4^{3-}</math>)</li> <li>- Nitrógeno total Kjeldahl (NTK)</li> <li>- Nitrógeno amoníaco (<math>NH_4^+</math>)</li> <li>- Nitrito-nitrato (<math>NO_2^- - NO_3^-</math>)</li> <li>- Conductividad</li> </ul>
<p>B. Muestreo mínimo para lagos</p> <p>Datos físicos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Área superficial, volumen, profundidad</li> <li>- Disco Secchi</li> <li>- <math>pH^+</math></li> <li>- Temperatura del agua* y del aire</li> <li>- Precipitación (medición del nutriente si su contribución es significativa)</li> <li>- Área de drenaje directo - uso de la tierra</li> <li>- Flujo efluente (<math>Q_{ef}</math>)</li> <li>- Volúmenes epi/hipolimnéticos (si fuera posible)</li> </ul>	<p>B. Muestreo mínimo para lagos</p> <p>Datos químicos, bioquímicos y biológicos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fósforo total (<math>P_L</math>)</li> <li>- Ortofosfato (<math>PO_4^{3-}</math>)</li> <li>- Clorofila "a"</li> <li>- Nitrógeno total Kjeldahl (NTK)</li> <li>- Nitrógeno amonio (<math>NH_4^+</math>)</li> <li>- Nitrito-nitrato (<math>NO_2^- - NO_3^-</math>)</li> <li>- Conductividad*</li> <li>- Oxígeno disuelto (epi/hipolimnión)*</li> <li>- Productividad primaria</li> <li>- Cobertura de macrofitos</li> <li>- Biomasa de macrofitos</li> </ul>

\* Para más detalle ver Castagnino (1982) y Salas (1983). + Perfiles verticales

### Modelos Matemáticos

Modelo Matemático 1. Modelo simplificado para evaluar la eutrofización en lagos cálidos tropicales. El Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria y Ciencias del Ambiente (CEPIS), centro especializado de la Organización Panamericana de la Salud/ Organización Mundial de la Salud (OPS/OMS), está

llevando, desde 1981, (actualizado en 2001) un Programa Regional para el desarrollo de metodologías simplificadas para la evaluación de eutrofización en lagos/embalses cálidos tropicales de América Latina y el Caribe. Aparentemente, la mayoría de los lagos/embalses de la Región están limitados por fósforo. Un sistema de clasificación de estado trófico de lagos cálidos tropicales y un modelo simplificado de fósforo total se han desarrollado con datos recopilados en la Región.

La definición del lago cálido tropical se basa en una temperatura mínima de 10 0C durante condiciones normales y un promedio anual mínimo de 15 0C. Dentro de esta definición, la cobertura geográfica del Programa se extiende desde el Lago Livingston en Texas, E.U.A., hasta Salto Grande en Argentina (aproximadamente 50 lagos).

Para la clasificación del estado trófico de los lagos, se aplicó la estrategia utilizada por la Organización para Cooperación y Desarrollo Económico (OECD por sus siglas en inglés), la misma que proporciona un esquema cuantitativo probabilístico para las diferentes categorías de estado trófico. Los datos medidos de los parámetros básicos, tales como fósforo, nitrógeno y clorofila “a”, se relacionan con el estado trófico asignado de acuerdo a las percepciones cualitativas, tal como lo reportaron Vollenweider y Kerekes (1981) para lagos templados.

Debido a que muchos de los problemas de los lagos se han debido al fitoplancton, la mayoría de los esfuerzos hasta la fecha se han centrado en la eutrofización del lago por fitoplancton incorporando varias suposiciones básicas en el análisis. Los modelos simplificados de fitoplancton han probado ser útiles para una primera estimación de los efectos potenciales de una reducción en la carga de nutrientes. El acercamiento básico de varios de los modelos es el balance de masa del nutriente limitante, en este caso es el fósforo. Se usa el fósforo total como la variable indicadora del estado trófico. Chapra y Tarapchak (1976) han resumido un esquema simplificado para el estudio de lagos tropicales simplificado en los siguientes pasos:

Estimar la carga de fósforo total al lago.

Determinar la concentración promedio anual de fósforo total en el lago.

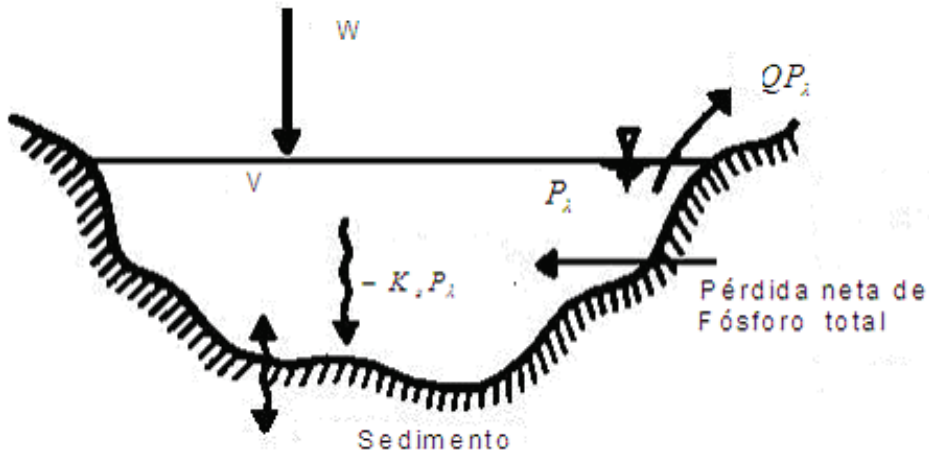
Estimar la concentración de fósforo total en el lago en la primavera, a partir de la concentración promedio anual. Calcular las concentraciones promedio de clorofila “a” en el verano a partir de las concentraciones de fósforo total en la primavera.

Los supuestos usados para el análisis del modelo de balance de masa para fósforo total son:

Lago completamente mezclado, condiciones de estado de equilibrio, representado por el valor promedio estacional/anual, limitado por fósforo y el fósforo total se usa como medida del estado trófico. A pesar de lo simplificado del modelo y de estos supuestos los resultados son muy útiles desde el punto de vista del control de calidad de agua. La figura 1, muestra el balance de masa para el fósforo.



Figura 1. Balance de masa para fósforo. Lago completamente mezclado



La ecuación de balance de masa para fósforo total es:

$$V \frac{dP_\lambda}{dt} = W - v_s A_s P_\lambda \quad (1)$$

o también,

$$V \frac{dP_\lambda}{dt} = W - K_s P_\lambda V - QP_\lambda; \quad K_s = \frac{\mu_s}{Z} \quad (2)$$

Donde:

V es el volumen del lago ( $L^3$ ).

$P_\lambda$  es el fósforo total en el lago, ( $M/L^3$ ).

Q es el flujo de salida ( $L^3/T$ ).

$A_s$  es al área superficial del lago ( $L^2$ ).

W son las fuentes externas del fósforo, ( $M/T$ ).

$K_s$  es la tasa de pérdida global de fósforo total ( $1/T$ ).

Z es la profundidad promedio del fósforo.

$v_s$  es la velocidad neta de sedimentación.

En estado permanente, se obtiene que:

$$P_\lambda = \frac{W}{Q + v_s A_s} \quad (3)$$

Una dificultad para usar la ecuación para el fósforo total es que  $v_s$ , la velocidad neta de sedimentación, o  $K_s$ , la tasa neta de pérdida, no se puede medir en forma experimental directa. Sin embargo, si existe información sobre las entradas y salidas del lago, se puede hacer un estimado para  $K_s$ .

Modelo Matemático 2. Modelo para el análisis de eutrofización causada por nutrientes en un cuerpo de agua (A. K. Misra, 2007). Este modelo considera que un lago se está eutrofizando debido a un sobrecrecimiento de algas y otras especies biológicas causado por descargas de nutrientes desde el drenaje doméstico, así también como el escurrimiento del agua de lluvia, descargas de agua de desecho de las industrias y otros factores. Se considera en este modelo interacción bilineal de variables tales como la concentración acumulada de nutrientes, densidad de algas (fitoplancton), población de zooplancton, densidad de detritus y concentración de oxígeno disuelto. También se considera que varios nutrientes se suministran al cuerpo de agua a partir de los drenajes domésticos y escurrimientos desde los campos agrícolas. Estos nutrientes también pueden ser suministrados por la muerte de algas y de zooplancton. Se supone que las poblaciones de fitoplancton son completamente dependientes de los nutrientes en el cuerpo de agua y son usadas como alimento por la población de zooplancton la cual es considerada como una población depredadora. Se supone además que el nivel de oxígeno disuelto en el cuerpo de agua se incrementa por difusión, así como por el proceso de fotosíntesis debido a la respiración de las algas.

Se consideran cinco variables de estado,  $n(t)$  representa la concentración acumulada de varios nutrientes,  $A(t)$  es la densidad de algas,  $Z(t)$  representa la densidad de las poblaciones de zooplancton,  $S(t)$  es la densidad de detritus y  $C(t)$  es la concentración de oxígeno disuelto (DO). Se supone que la razón acumulada de descarga de nutrientes dentro del sistema acuático desde fuera del cuerpo de agua es constante y se representa por  $q$ , esta se reduce en la razón  $\alpha_0 n$  debido a factores naturales. Además se supone que la razón de crecimiento acumulada de nutrientes por detritus es  $\pi_0 \delta S$  y la reducción de nutrientes por las algas es proporcional a las algas y a la concentración de nutrientes, es decir a  $na$ . Así que la razón de crecimiento de las algas es completamente dependiente de los nutrientes. La razón de reducción natural de las algas se supone que es proporcional a su densidad  $a$  y debido a sobrepoblación a  $a^2$ . La razón de reducción de las algas por su depredador el zooplancton se supone que es proporcional a  $aZ$  y por lo tanto la razón de crecimiento del zooplancton también es proporcional a  $aZ$ . La razón de reducción natural de zooplancton se supone proporcional a su densidad  $Z$  y a su razón de reducción debido a sobrepoblación a  $Z^2$ . Una parte de la densidad de algas y de zooplancton se convierte en detritus, así que la razón de crecimiento de detritus se supone proporcional a  $a$  y a  $Z$  y su razón de reducción natural se supone que es proporcional a  $S$ . También se considera que la razón de crecimiento del oxígeno disuelto se incrementa por varias fuentes en una constante  $q_c$ . Otro supuesto también es que la concentración del oxígeno disuelto disminuye de manera proporcional con las algas y por su uso en detritus.

Debido a todas estas consideraciones, el sistema es modelado con las siguientes ecuaciones diferenciales no lineales acopladas.

$$\frac{dn}{dt} = q + \pi_0 \delta S - \alpha_0 n - \beta_1 na \quad (4)$$

$$\frac{da}{dt} = \theta_1 \beta_1 na - \alpha_1 a - \beta_{10} a^2 - \beta_2 aZ \quad (5)$$

$$\frac{dZ}{dt} = \theta_2 \beta_2 aZ - \alpha_2 Z - \beta_{20} Z^2 \quad (6)$$

$$\frac{dS}{dt} = \pi_1 \alpha_1 a + \pi_2 \alpha_2 Z - \delta S \quad (7)$$

$$\frac{dC}{dt} = q_c - \alpha_3 C - \lambda_{11} a - \delta_1 S \quad (8)$$

En estas ecuaciones se tiene:

$$n(0) \geq 0, \quad a(0) \geq 0, \quad Z(0) \geq 0, \quad S(0) \geq 0, \quad C(0) \geq 0$$

Todos los coeficientes en las ecuaciones son positivos. Además las constantes de proporcionalidad fraccional cumplen con: .

$$0 < \pi_0, \pi_1, \pi_2 < 1$$

Para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales se consideran los siguientes valores de los parámetros:

$$q = 5.0, \quad \pi_0 = 0.1, \quad \delta = 1.0, \quad \alpha_0 = 0.5, \quad \beta_1 = 1.0, \\ \theta_1 = 1.0, \quad \alpha_1 = 0.5, \quad \beta_{10} = 2.0, \quad \beta_2 = 1.0,$$

$$\theta_2 = 1.0, \quad \alpha_2 = 0.5, \quad \beta_{20} = 2.0, \quad \pi_1 = 0.9, \quad \pi_2 = 0.9, \\ q_c = 0.0, \quad \alpha_3 = 2.0, \quad \lambda_{11} = 0.3, \quad \delta_1 = 0.0$$

Los resultados que se obtienen para diferentes valores del flujo  $q = 4$ ,  $q = 7$  se muestran en las gráficas siguientes:

Figura 2. Evolución de la densidad de algas para valores del flujo  $q = 4$ ,  $q = 7$

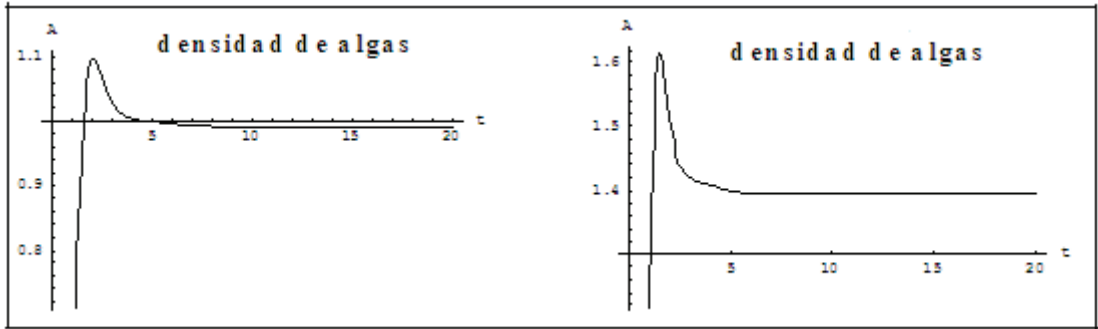


Figura 3. Evolución de la densidad de zooplancton para valores del flujo  $q = 4$ ,  $q = 7$ .

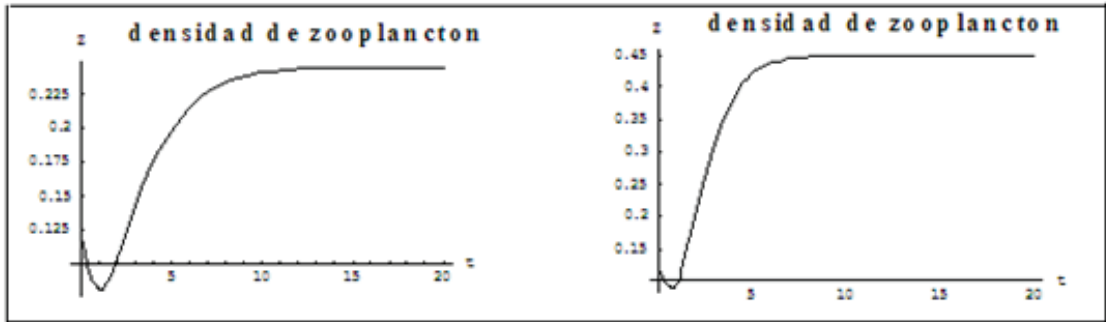


Figura 4. Evolución de la densidad de detritus para valores del flujo  $q = 4$ ,  $q = 7$ .

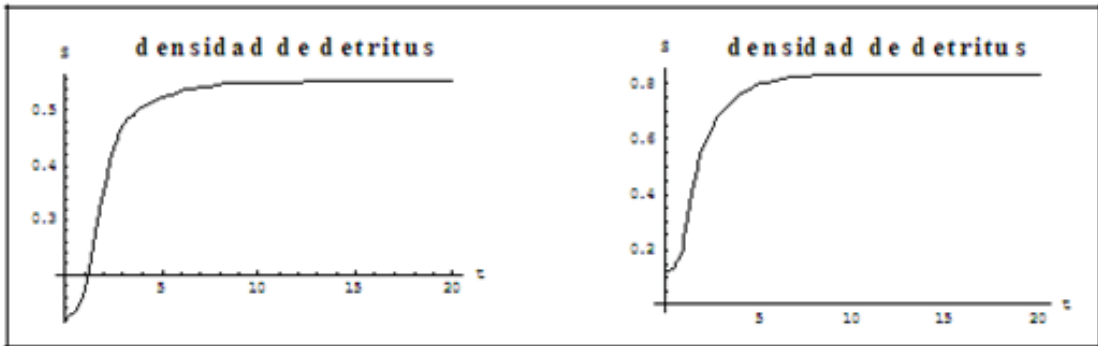


Figura 5. Concentración de oxígeno disuelto para valores del flujo  $q = 4$ ,  $q = 7$

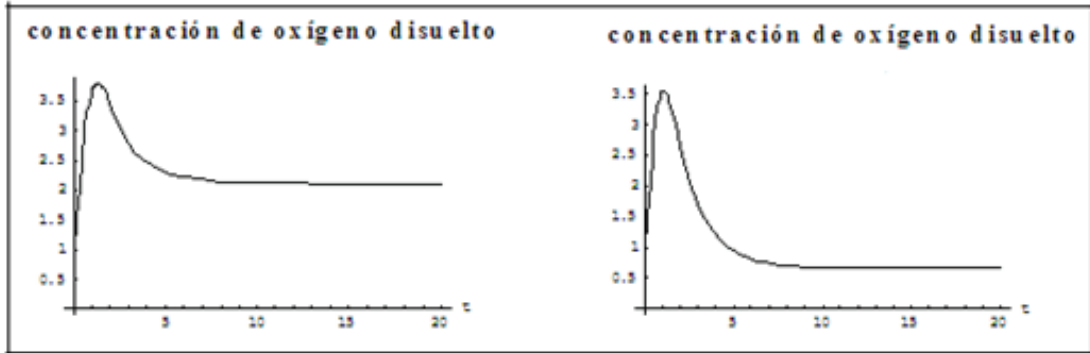
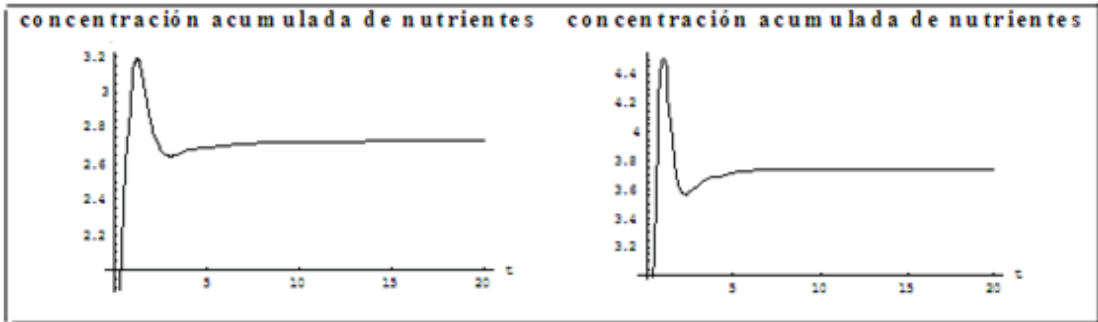


Figura 6. Concentración acumulada de nutrientes para valores del flujo  $q = 4$ ,  $q = 7$



Modelo Matemático 3. Formulación general para embalses (Martínez M. A. 2009). En este modelo para la estimación de las concentraciones de cada variable de estado es necesaria la resolución de un sistema de ecuaciones diferenciales que es común para todos los constituyentes excepto un sumando. Este sistema de ecuaciones diferenciales es el siguiente:

$$V_1 \frac{dC_1}{dt} + C_1 \frac{dV_1}{dt} + C_{1/2} \frac{dV}{dt} = Q_{1s} C_s - Q_{1z} C_1 + E'_{12} (C_2 - C_1) + \sum W_i \quad (9)$$

$$V_2 \frac{dC_2}{dt} + C_1 \frac{dV_2}{dt} + C_{1/2} \frac{dV}{dt} = Q_{2s} C_s - Q_{2z} C_1 + E'_{12} (C_1 - C_2) + Sed + \sum W_{i2} \quad (10)$$

Donde:

El subíndice “1” representa el epilimnion o capa superior; el subíndice “2” el hipolimnion o capa inferior.

$V_1$  y  $V_2$  son los volúmenes de las capas ( $m^3$ ),  $V$  es la ganancia o pérdida (si es negativo) de volumen del epilimnion sobre el hipolimnion debido al calentamiento o enfriamiento a lo largo del mes ( $m^3$ ).  $C_1$  y  $C_2$  son las concentraciones de cada capa (M/V),  $C_{1/2}$  es la concentración del hipolimnion si el incremento de volumen es negativo y del epilimnion si es positivo ( $mg\ l^{-1}$ ).

$C_e$  es la concentración del agua de entrada ( $mg\ l^{-1}$ ),  $t$  representa la variable tiempo.

$Q_{1e}$  y  $Q_{2e}$  son las entradas de caudal en el intervalo de tiempo ( $m^3t^{-1}$ ).

$Q_{1s}$  y  $Q_{2s}$  son las salidas en el intervalo de tiempo ( $m^3t^{-1}$ ).

Sed es el flujo de constituyente desde el sedimento (M/T).  $W_{11}$  y  $W_{12}$  son el conjunto de procesos de degradación o aporte de constituyente en la masa de agua.

$E'_{12}$  representa el coeficiente de dispersión entre ambas capas ( $m^3t^{-1}$ ). El cual se estima de la siguiente forma:

$$E'_{12} = \frac{E_{12} \cdot A_{12}}{Z_{12}}$$

Dónde:  $E_{12}$  representa la difusión vertical ( $m^2t^{-1}$ ).  $A_{12}$  es el área entre las dos capas ( $m^2$ ) y  $Z_{12}$  es la cota de la termoclina (m).

Para el caso de una modelación como una sola celda completamente mezclada la ecuación a resolver es la siguiente:

$$V_1 \frac{dC_1}{dt} + C_1 \frac{dV_1}{dt} = Q_{1e} C_e - Q_{1s} C_1 + \sum W_i \quad (11)$$

Constituyentes y procesos modelados. Los constituyentes que se pueden modelar son: Contaminantes arbitrarios (conductividad, sólidos suspendidos), Materia Orgánica Carbonosa, Oxígeno disuelto, Nitrógeno orgánico, Amonio, Nitratos, Fitoplancton, Fósforo Orgánico y Fosfatos. Contaminantes arbitrarios. Para los contaminantes arbitrarios se considera un proceso de descomposición modelado mediante una cinética de primer orden y un proceso de sedimentación de la parte particulada.

$$\sum W_i = -K(\theta^{T-20})C - \frac{VS}{h}C \quad (12)$$

Donde:

$K$  representa la constante de descomposición a 20 °C ( $día^{-1}$ ).

$\theta$  es el coeficiente por corrección de temperatura.

La sedimentación se considera mediante el parámetro  $VS$  que representa la velocidad de sedimentación del constituyente ( $m\ día^{-1}$ ).

$h$  es el calado del río (m).

$C$  representa la concentración del contaminante en el río ( $mg\ l^{-1}$ ).

Si se quiere considerar un contaminante nulo basta con considerar nulos la constante de descompo-

sición y la velocidad de sedimentación. Por otra parte en la modelación de embalses estratificados el término de sedimentación del epilimnion aparece como sumado al hipolimnion.

Materia orgánica, oxígeno disuelto y procesos de eutrofización. Materia Orgánica Carbonosa. (MOC). Para la modelación de la MOC se tienen en cuenta la degradación por microorganismos aeróbicos heterótrofos y la sedimentación de la parte particulada.

$$\sum W_i = -K_d \theta_d^{T-20} \frac{O}{O + K_{d1/2}} L - \frac{V S_L}{h} L \quad (13)$$

En donde:

L es la concentración de MOC en el río (M/V).

$K_d$  es la constante de degradación ( $T^{-1}$ ).

$\theta_d$  es la constante por corrección de la temperatura de la constante  $K_d$ .

VSL es la velocidad de sedimentación (m día<sup>-1</sup>).

h es la altura de la masa del agua.

T es la temperatura de la masa del agua.

Nitrógeno orgánico. Para el nitrógeno orgánico se consideran los procesos de amonificación y sedimentación.

$$\sum W_i = -K_{noa} \theta_{noa}^{T-20} N_o - \frac{V S_{No}}{h} N_o + r_{na} K_{resp} \theta_{resp}^{T-20} A \quad (14)$$

Donde:

$K_{noa}$  representa la constante de amonificación (día<sup>-1</sup>).

$\theta_{noa}$  representa el coeficiente de corrección de la constante de amonificación por temperatura.

$N_o$  es la concentración de nitrógeno orgánico en el río (MT<sup>-1</sup>).

VSN0 es la velocidad de sedimentación del nitrógeno orgánico (m día<sup>-1</sup>)

$r_{na}$  representa el contenido del nitrógeno en las algas (mgN/mgA).

El último término solo se considera cuando se modele el fitoplancton representando la aportación debido a la respiración del mismo.

Amonio. Para este constituyente se considera el incremento de la concentración por la amonificación del nitrógeno orgánico y la disminución de la misma debido a la nitrificación. La nitrificación se considera en su totalidad, incluyendo el paso de amonio a nitritos y de estos a nitratos.

$$\sum W_i = K_{noa} \theta_{noa}^{T-20} N_o - \left( K_{nai} \theta_{nai}^{T-20} \frac{O}{O + K_{n1/2}} \right) N_a \pm r_{na} F_n K_g' A \quad (15)$$

En donde:

$N_a$  representa la concentración de amonio ( $NH_4$ ) en el río ( $mg\ l^{-1}$ ).

$KN_{ai}$  es la constante de nitrificación de paso a nitritos ( $día^{-1}$ ).

$\theta_{nai}$  es la corrección por temperatura de la constante de nitrificación.

$K_{n1/2}$  es la constante de semisaturación del nitrógeno ( $mg\ l^{-1}$ ).

$F_n$  es el factor de preferencia por el amonio frente a los nitratos.

$r_{na}$  es el coeficiente estequiométrico ( $mgN/mgA$ ).

$K'_g$  es la constante de crecimiento de fitoplancton cuando se tiene en cuenta el factor corrector por temperatura, limitación de nutrientes y atenuación de la luz ( $día^{-1}$ ).

$A$  es la concentración de clorofila-a ( $mg\ l^{-1}$ ).

El último término sólo se considera en la opción en que se modele el conjunto global. El efecto de la reducción de la nitrificación por condiciones anóxicas se considera corrigiendo la constante con un factor dependiente de la concentración del oxígeno disuelto y una constante de semisaturación. Otras variables que se pueden modelar son: Nitritos y nitratos, fitoplancton, fósforo orgánico, fosfatos y oxígeno disuelto. Para ver las ecuaciones que se usan ver Martínez M. A. 2009.

## Conclusiones

Se han realizado avances significativos en el desarrollo teórico de los modelos matemáticos para el estudio del proceso de eutrofización, sin embargo las aplicaciones prácticas de estos modelos suscitan muchos problemas adicionales. El nivel de la complejidad del modelo se restringe por los datos disponibles, otro elemento crucial es la determinación de los parámetros del modelo, la adaptación de valores que aparecen en la literatura o la estimación de los rangos de los valores de los parámetros se pueden decidir solamente con un amplio conocimiento de los procesos hidrológicos, biológicos, ecológicos y químicos que tienen lugar en el lago o cuerpo de agua en cuestión. Investigadores experimentados opinan que los principales parámetros del modelo pueden ser determinados con una exactitud razonable con el uso de datos de campo.

Hay dos posibles formas para la determinación de los parámetros del modelo: Primero, diseñar experimentos de campo con el objetivo de medir los efectos de los parámetros en cuestión y segundo, estimar los parámetros con ayuda de los datos disponibles de campo. En el problema de eutrofización hay varios aspectos que deben ser investigados: Cuáles son las causas de este proceso, cuáles parámetros lo controlan, cuáles son los factores limitantes y cuáles son las fuentes de contaminación. También se debe investigar cuáles son los subsistemas que se deben de modelar y la interacción de estos subsistemas que permitan entender de mejor manera el proceso completo. Otro punto importante que deberá ser considerado, es el concerniente con los experimentos de campo que se diseñaran con la finalidad de determinar el valor de los parámetros del modelo. En la primera parte de este trabajo se presenta la información mínima requerida para el estudio y análisis del proceso de eutrofización, también los coeficientes de exportación en función de los usos de la tierra y los aportes



del nitrógeno y fósforo producidos por animales utilizados para explotación ganadera y personas. En la segunda parte se analizaron tres modelos matemáticos: El primero es un modelo simplificado, limitado por el fósforo, el fósforo total se usa como medida del estado trófico del cuerpo de agua. Aunque este es un modelo muy simple y se hacen varios supuestos, en el que destaca el de sistema completamente mezclado, los resultados son muy útiles como una primera aproximación para establecer la calidad de agua. El segundo es un modelo con cinco variables de estado y cinco ecuaciones diferenciales acopladas. Se resuelve este sistema de ecuaciones para distintos valores del flujo de entrada y se muestra la respuesta de las variables de estado para estos cambios. El tercer modelo analizado, es un modelo general para embalses, este modelo es de dos capas una para el epilimnion o capa superior y otra para el hipolimnion. En este modelo se plantean dos ecuaciones diferenciales para estudiar la concentración de cada variable de estado, de un constituyente a otro difieren por un sumando. Este modelo se ha usado para el estudio de calidad del agua de varios lagos y lagunas utilizando la herramienta GESCAL del sistema de decisión AQUATOOL.

## Literatura citada

- Ahlgren, I., 1974. A model for the turnover of phosphorus and the production of phytoplankton in Lake Norrviken. (in Swedish). Limnologiske Institutionen, Uppsala.
- Arnold, E. M., 1978. Aspects of a zooplankton, phytoplankton and phosphorus system, *Ecol. Model.*, 5, pp. 293-300.
- Beeton, A. M., Edmondson, W. T., 1972, The eutrophication problem, *J. Fish Res. Bd. Canada*, 29, pp. 673-682.
- Castagnino, W. A. 1982. Investigación de modelos simplificados de eutrofización en lagos tropicales. Organización Panamericana de la Salud, Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria y Ciencias del Ambiente. Versión revisada. 27 p.
- Chapra, S. C. y Tarapchak. 1976. A chlorophyll "a" model and its relationship to phosphorus loading plots for lakes. *Water Resources Research*, 12(6): pp. 1260-1264.
- Chen, C. W., 1970. Concepts and utilities of ecological model. *J. of San.Eng., Div. ASCE* 96, SA5, pp. 1085-1097.
- Dachs, J., Eisenreich, S. J., Hoff, R. M., 2000. influence of eutrophication on air-water exchange, vertical fluxes and phytoplankton concentration of persistence organic pollutants, *Enviroment. Sci. Technol.*, 34, pp. 1095-1102.
- Di Toro, D.M., O'Connor, D. J., y Toman, R.V., 1971. A Dynamicl model of the phytoplankton in the Sacramento San Joaquin Delta. *Advances in Chemistry Series*, No. 100. Am. Chem. Soc.
- Dillon, P. J., y Rigler, F. H., 1974. A test of a simple nutrient budget model, predicting the phosphorus concentration in lake water. *J. Fish.Res.Can*, pp. 1771-78.

- Edwards, A. M., Brindley, J., 1999. Zooplankton mortality and the dynamical behavior of plankton population models, *Bull. Math. Biol.*, 61, pp. 303-339.
- Franke, U., Hutter, K., John, K., 1999. A physical-biological coupled model for alga dynamics in lakes, *Bull. Math. Biol.*, 61, pp. 239-272.
- Jayhawker, M., Asaeda, T., 1996. Modeling of biomanipulation in shallow, eutrophic lakes: An application to lake Bleiswijkse Zoom, the Netherlands, *Ecol. Model.*, 85, pp. 113-127.
- Martínez, M. A. 2009. Estudio y análisis de la calidad del agua del embalse Bellús mediante el desarrollo de un modelo de eutrofización. Universidad Politécnica de Valencia. p. 100.
- Misra, A. K., 2007. Mathematical Modeling and Analysis of Eutrophication of Water Bodies Caused by Nutrients. *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, Vol. 12, No. 4, pp. 511-524.
- Nyholm, N., 1978. A simulation model for phytoplankton growth cycling in eutrophic shallow lakes, *Ecol. Model.*, 4, pp. 279-310.
- Oláh, J., Tóth, E. y Tóth, L., 1977. A balaton foszfor anyagcseréje. *MTA Biol. Oszt. Közl.* 20, 112-139.
- Pauer, J. J., Auer, M. T., 2000. Nitrification in the water column and sediments of a hypereutrophic lake and adjoining river system, *Water Res.*, 34(4), pp. 1247-1254.
- Rast, W. y Lee, G. F. 1978. Summary análisis of the North American (U.S. portion) OECD eutrophication Project: Nutrient loading-lake response relationships and trophic state indices. U. S. EPA, Environmental Research Laboratory, Corvallis, OR 454 p. EPA-600/3-78-008.
- Sjoberg, S., Wulff, F., y Wåhlstrom, P., 1972. The use computer simulations for systems ecological studies in the Baltic. *AMBIO*, I, 217.
- Sonzogny, W. C. Joneteith, T. J. Gock, W. N. y Hugues, V. G. (1978). United States Great Lakes tributary loadings. U.S. EPA y U.S: Task D. committee.
- Steele, J. H., Frost, B. W., 1977. The structure of plankton communities, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. B.* 280, pp. 485-534.
- Truscott, J. E., Brindley, J., 1994. Ocean plankton populations as excitable media, *Bull. Math. Biol.*, 56(5), pp. 303-339.
- Voinov, A. A., y Svirezhev, Yu. M., 1984. A minimal model of eutrophication in freshwater ecosystems, *Ecological Modelling.*, 23, pp. 277-292.
- Voinov, A. A., Tonkikh, A. P., 1987. Qualitative model of eutrophication in macrophytes lakes, *Ecol. Model.*, 35, pp. 211-226.

Vollenweider, R. A., 1969. Möglichkeiten und Grenzen elementarer Modelle der Stoffbilanz von Seen. Arch. Hydrobiol 66, pp 1-36.

Vollenweider, R. A. y Kerekes, J. J. 1981. Background and summary results of the OECD cooperative program on eutrophication. In: restoration of lakes and inland waters. EPA/440/5-81-010.

*Daniel Sepúlveda Jiménez<sup>1</sup>, Daniel Eduardo Sepúlveda Robles<sup>2</sup>,  
Jesús Loera Martínez<sup>3</sup> y Rodrigo España Solís<sup>4</sup>*

## LA ENSEÑANZA CUANTITATIVA DE LA ECOLOGÍA Y LA BIOLOGÍA

### Resumen

El propósito de este trabajo es mostrar que la Ecología y la Biología en las últimas décadas han evolucionado hacia su cuantificación debida, principalmente al desarrollo de software matemático que permite el estudio, análisis y modelación de sistemas complejos. Este desarrollo ha ocasionado que la enseñanza de estas ciencias tenga avances sustanciales sin embargo, se encuentran problemas importantes para la incorporación de estas herramientas en la enseñanza, como son: falta de preparación y de voluntad para actualizarse por parte del docente, bases matemáticas deficientes en la formación del alumno, todavía no existe una vinculación suficiente entre la investigación y la enseñanza y el análisis de sistemas reales se encuentran muy dispersos en la literatura científica. Como ejemplo en este trabajo se muestran cuatro modelos: Especies que compiten, descarga de nitritos y nitratos en un cuerpo de agua, modelo de Lotka-Volterra y el modelo de Hasting-Powell para una cadena tritrófica con dinámica compleja.

**Palabras clave:** modelos matemáticos, software matemático, modelo presa-predador, principio de exclusión, cadenas alimenticias, contaminación de agua.

<sup>1</sup>Área de Matemáticas. Universidad Autónoma de Chapingo. sepjim700@yahoo.com.mx <sup>2</sup>División de Ciencias Económico Administrativas de la UACH. hbky2d@yahoo.com.mx <sup>3</sup>División de Ciencias Económico Administrativas de la UACH. loera2004@yahoo.com.mx <sup>4</sup>Departamento de Irrigación de la UACH. rodís92@hotmail.com

## Abstract

The purpose of this paper is to show that the ecology and biology in recent decades have evolved to quantify due mainly to the development of mathematical software that enables the study, analysis and modeling of complex systems. This development has led to the teaching of these sciences have made substantial progress, however, are important issues for incorporating these tools in teaching, such as: lack of preparation and willingness to be updated by the teacher, poor mathematical foundations in the student's training, there is still no sufficient connection between research and teaching and the analysis of real systems are widely dispersed in the scientific literature. As an example in this paper shows four models: competing species, nitrite and nitrate discharge into a body of water, Lotka-Volterra and Hastings-Powell model for tritrophic chain with complex dynamics.

**Keywords:** mathematical modeling, mathematical software, predator-prey model, exclusion principle, food chains, water pollution.

## Introducción

La Ecología y la Biología como ciencias, en sus inicios se centraban en un fuerte desarrollo de sus bases teóricas y conceptuales, necesarias para sentar las bases de toda ciencia, actualmente el desarrollo de estas ha evolucionado hacia su cuantificación, debido principalmente al desarrollo de software matemático que permite el estudio y modelación de sistemas complejos. Como resultado de estas tendencias se generan la ecología cuantitativa y la biología cuantitativa, donde los mayores logros se consiguen en Europa y Estados Unidos, esta ola de conocimientos y métodos numéricos han sido escasos en nuestros centros de enseñanza superior, tal es así que es necesario actualizar la curricula para la enseñanza de estas disciplinas.

A pesar de que internet ha sido una herramienta muy valiosa que ha permitido el acceso a estos nuevos conocimientos, se ha observado que el idioma se convierte en otra limitante, ya que la mayoría de investigación en estos campos esta en ingles, por lo que los estudiantes que desean estudiar ejemplos concretos y detallados del uso de estas técnicas, se han encontrado diversas dificultades para el estudio de estos temas.

La ecología y la biología como disciplinas científicas se nutren de corrientes filosóficas y métodos que se desarrollan en su seno o que son tomados de otras áreas del conocimiento y de la ciencia; la perspectiva ecológica y biológica evolucionan y una de las tendencias evolutivas actuales tiene que ver con la cuantificación que incluye observaciones y datos de naturaleza diversa tomados en el espacio y en el tiempo. Los cambios tecnológicos en nuestras capacidades de observación, almacenamiento de datos y posibilidades de cálculo facilitan, pero también imponen retos a la confrontación de las construcciones teóricas con el comportamiento observado de la naturaleza.

El estudio de las comunidades bióticas, del conjunto de especies que coinciden en espacio y tiempo,

adquiere una mayor complejidad que comienza por la dificultad de definir el objeto de estudio y por que las relaciones entre las especies y dentro de las especies dificultan la observación y complican las interpretaciones de estructuras y procesos; el uso de abstracciones y técnicas de análisis de estadística y de procesos dinámicos ha permitido acercamientos facilitados por las herramientas computacionales actuales. De la misma manera, el uso de modelos matemáticos permite el análisis y experimentación de las relaciones entre comunidades bióticas y el ambiente que las alberga así como los procesos metabólicos como son los flujos de energía y el intercambio de materia cuya comprensión tiene un enorme potencial en el diseño de sistemas artificiales y en la búsqueda de una ingeniería sustentable.

La ecología y la biología se nutren de numerosos modelos matemáticos dinámicos, cuya enseñanza puede optimizarse mediante software matemático avanzado, que permite la solución de sistemas complejos, así como la simulación de los mismos, con esto se pueden ejecutar y analizar la dinámica de los sistemas, favoreciendo un aprendizaje activo de los conceptos fundamentales de estas ciencias.

Este trabajo se centra en el estudio de la cuantificación y la modelación matemática en la ecología y en la biología, se proponen cuatro ejemplos que visualizan el uso de la modelación matemática, la simulación y la solución con ayuda de software matemático avanzado, como son: Derive, Mathematica, MatLab y Maple entre otros.

El uso de la simulación, y la modelación de sistemas dinámicos y su solución mediante este tipo de software matemático, permite ayudar a que el estudiante cumpla con los siguientes objetivos:

- Proporcionar al estudiante una herramienta de simulación que le permita la comprensión de los modelos y parámetros, y por lo tanto el funcionamiento dinámico de los sistemas ecológicos y biológicos.
- Promover la iniciativa del estudiante en el manejo de nuevas tecnologías y el modelado
- Complementar las prácticas tradicionales para motivar más al estudiante a través de un aprendizaje activo.
- Ejercitar al estudiante en establecer conexiones entre la enseñanza teórica y práctica.

## **Metodología**

Se llevó a cabo una amplia investigación de la bibliografía referente al uso de modelos matemáticos en la investigación y la enseñanza de La Ecología y la Biología. Se escogieron cuatro modelos matemáticos para ejemplificar el uso de software matemático en la enseñanza de estas ciencias. Se llevó a cabo un análisis del programa de la disciplina de Modelos Matemáticos en la carrera de Recursos Naturales y de carreras similares. Se tuvieron en cuenta sus objetivos generales y particulares, los contenidos, las indicaciones metodológicas, el perfil del graduado, así como las características del software a utilizar.

Finalmente, se usa la experiencia acumulada en la impartición de esta disciplina durante varios cur-

Los académicos, se realizó un análisis de los conocimientos y de las dificultades, así como de los contenidos donde el uso de software matemático avanzado puede ser más provechoso.

## Resultados

**Modelo 1.** Un ejemplo de especies que compiten. Parásitos de árboles de cítricos. En 1963 se realizó un experimento de laboratorio para determinar cuál de dos especies se extinguía cuando se ponían en competencia una con otra. Los datos de un par de especies llamadas *A. fisheri* y *A. melinus*, con poblaciones  $P_1$  y  $P_2$  respectivamente, están dados en el cuadro 1 y muestran que *A. melinus* ( $P_2$ ) se extinguió tras 8 generaciones.

**Cuadro 1. Población de dos especies de parásitos como función del tiempo (Miles)**

Generación	1	2	3	4	5	6	7	8
Población $P_1$ (miles)	0.193	1.093	1.834	5.819	13.705	16.965	18.381	16.234
<i>A. fisheri</i>								
Población $P_2$ (miles)	0.083	0.229	0.282	0.378	0.737	0.507	0.13	0
<i>A. melinus</i>								

Los datos de los mismos experimentadores indican que, estando sola, cada población crecía en forma logística. En efecto, sus datos sugieren que cuando la población está sola puede crecer según la ecuación

$$\frac{dP_1}{dt} = 0.05P_1 \left(1 - \frac{P_1}{20}\right) \quad (1)$$

Y cuando está sola, la población  $P_2$  puede crecer según la ecuación

$$\frac{dP_2}{dt} = 0.09P_2 \left(1 - \frac{P_2}{15}\right) \quad (2)$$

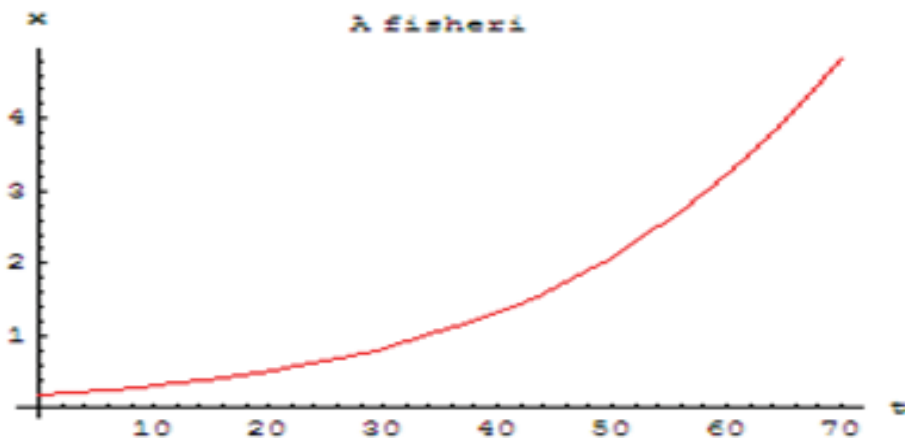
Ahora supóngase que ambos parásitos están presentes. Cada uno tiende a reducir la tasa de crecimiento del otro, así que cada ecuación diferencial se modifica al restar un término de la derecha. La información experimental muestra que  $P_1$  y  $P_2$  pueden describirse mediante las ecuaciones

$$\frac{dP_1}{dt} = 0.05P_1 \left(1 - \frac{P_1}{20}\right) - 0.002P_1P_2 \quad (3)$$

$$\frac{dP_2}{dt} = 0.09P_2 \left(1 - \frac{P_2}{15}\right) - 0.15P_1P_2 \quad (4)$$

El hecho de que  $P_2$  muera con el tiempo se refleja en estas ecuaciones: el coeficiente de  $P_1P_2$  es mucho más grande en la ecuación para  $P_2$  que en la ecuación para  $P_1$ . Esto indica que la interacción tiene un efecto mucho más devastador en el crecimiento de  $P_2$  que en el crecimiento de  $P_1$ . Se puede llevar a cabo un estudio cualitativo de este par de ecuaciones con ayuda del plano fase y las curva nulas (Hughes, H. D. y col. 1995). A continuación presentamos la solución con ayuda de MATHEMATICA.

**Figura 1. Evolución de *A. fisheri***



**Figura 2. Evolución de *A. melinus***

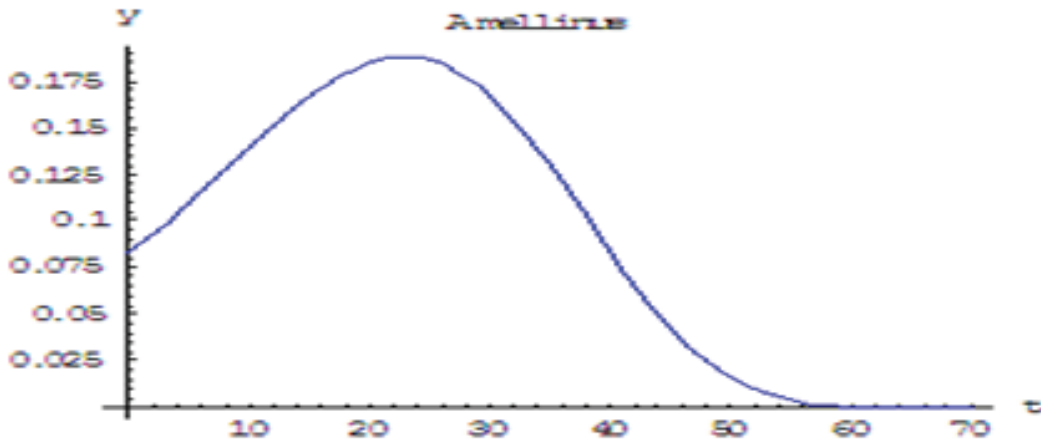
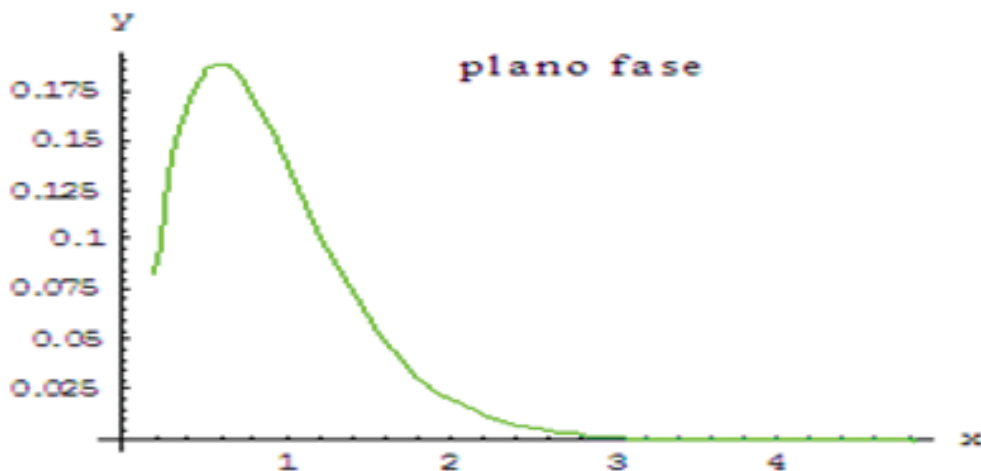


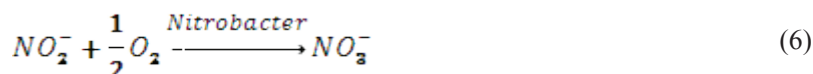
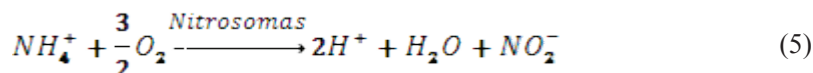


Figura 3. Trayectoria *A fisheri* contra *A melinus*



**Modelo 2.** Descarga de nitritos y nitratos en un cuerpo de agua. El nitrato y el nitrito son compuestos de nitrógeno relacionados que se encuentran en suelo, el agua, las plantas y los alimentos de forma natural. Se forman cuando los microorganismos del entorno descomponen materiales orgánicos, como plantas, estiércol de animales y aguas residuales. En el agua, es más habitual encontrar nitratos que nitritos. La nitrificación es la oxidación de un compuesto de amonio a nitrito, especialmente por la acción de la bacteria nitrificante llamada Nitrosoma, los nitritos son entonces oxidados a nitratos por la bacteria Nitrobacter. Cuando se presentan niveles de nitrito superiores a 0.75 ppm en el agua pueden provocar stress en peces y mayores de 5 ppm pueden ser tóxicos, y niveles de nitrato de entre 0 y 40 ppm son generalmente seguros para los peces. Cualquier valor superior a 80 puede ser tóxico. El nitrato es menos tóxico que el nitrito y es usado como una fuente de alimento por las plantas vivas. En el caso del hombre, en niveles excesivos pueden provocar metahemoglobinemia, o “la enfermedad de los bebés azules”.

Muchos modelos de estudios han estado restringidos a los procesos de nitrificación desde la descarga del nitrógeno en los cuerpos de agua desde efluentes industriales o domésticos que han tenido un efecto significativo en la calidad del agua como está indicado en las siguientes ecuaciones.



Los Nitrosomas y Nitrobacter son bacterias autótrofas, responsables del proceso de oxidación. Las ecuaciones diferenciales que se presentan en las transformaciones de nitrógeno de amoníaco a nitrito y luego a nitrato son las siguientes:

$$\frac{d}{dt}N_1(t) = -k_1N_1(t) \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt}N_2(t) + k_2N_2(t) = k_1N_1(t) \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt}N_3(t) = \frac{k_2k_1N_{10}}{k_2 - k_1}e^{-k_1t} + k_2\left(N_{20} - \frac{k_1N_{10}}{k_2 - k_1}\right)e^{-k_2t} \quad (9)$$

Con  $N_1(0) = N_{10} \geq 0$ ;  $N_2(0) = N_{20} \geq 0$ ;  $N_3(0) = N_{30} \geq 0$

Donde:

$N_1$  Es la concentración de nitrógeno en forma de amoníaco;

$N_2$  Es la concentración de nitrógeno en forma de nitrito;

$N_3$  Es la concentración de nitrógeno en forma de nitrato;

$t$  es el tiempo medido en semanas;

$k_1$  y  $k_2$  son las constantes de ritmo de oxidación de amonio-nitrógeno y de ritmo para la oxidación de nitrito-nitrógeno, respectivamente.

La solución de este sistema de ecuaciones diferenciales nos proporciona la concentración del nitrógeno en cuerpos de agua. Este sistema tiene una solución completamente analítica. La solución es:

$$N_1(t) = N_0 e^{-k_1t} \quad (10)$$

$$N_2(t) = \frac{k_1N_0}{k_2 - k_1}e^{-k_1t} + \left(N_0 - \frac{k_1N_0}{k_2 - k_1}\right)e^{-k_2t} \quad (11)$$

$$N_3(t) = -\frac{k_2N_0}{(k_2 - k_1)}e^{-k_1t} - \left(N_0 - \frac{k_1N_0}{k_2 - k_1}\right)e^{-k_2t} + \frac{k_2N_0}{(k_2 - k_1)} + \left(N_0 - \frac{k_1N_0}{k_2 - k_1}\right) + N_0 \quad (12)$$

Datos. Los datos presentados en el cuadro 2 fueron tomados en Polder Tawang, Indonesia por Widowati, Hermin Ps y Sutimin. Las muestras que sirvieron para realizar las mediciones tuvieron las siguientes características: fueron tomadas de tres diferentes sitios A: lado derecho, B: en medio, C: lado izquierdo; volumen de muestra=1.5 L; profundidad de toma de muestra = 1m.

Cuadro 2. Datos de campo de concentración de amoníaco, nitrito y nitrato

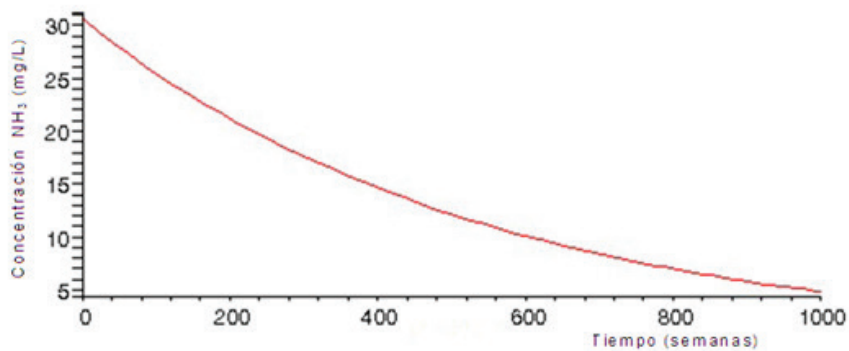
Tratamiento	Código ejemplo	NH <sub>3</sub> (mg/L)	NO <sub>2</sub> (mg/L)	NO <sub>3</sub> (mg/L)
I	A 1	31.83	0.023	1.9
	B 1	24.72	0.007	1.18
	C 1	35.51	0.003	2.54
II	A 2	23.23	0.008	0.81
	B 2	19.41	0.018	0.72
	C 2	18.42	0.031	0.81
III	A 3	25.22	0.023	1.62
	B 3	21.24	0.007	1.62
	C 3	23.39	0.003	1.70
IV	A 4	19.31	0.009	1.62
	B 4	21.7	0.016	1.47
	C 4	20.18	0.004	1.09
V	A 5	14.14	0.167	1.50
	B 5	11.22	0.013	1.50
	C 5	12.54	0.189	1.07

Las gráficas de las ecuaciones (10), (11) y (12) para los valores iniciales y de parámetros

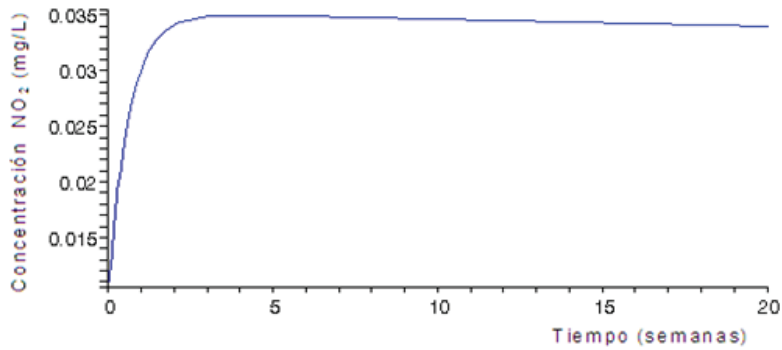
$$N_0 = 31.83, \quad N_1 = 0.011, \quad N_2 = 1.8, \quad k_1 = 0.002, \quad k_2 = 1.604$$

Son:

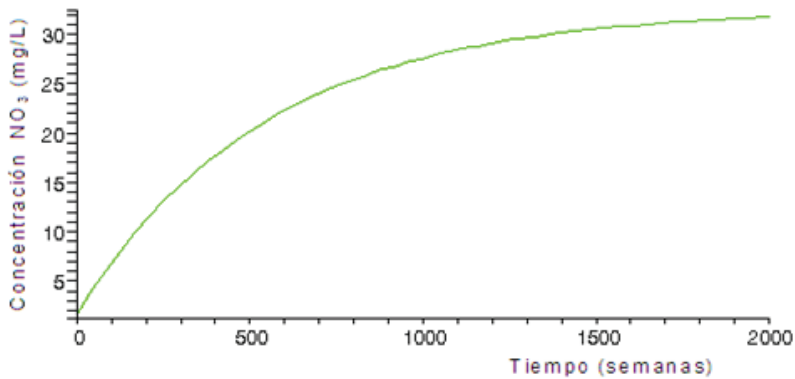
Figura 4. Concentración de Amoníaco contra tiempo



**Figura 5. Concentración de Nitrito contra tiempo**



**Figura 6. Concentración de Nitrato contra tiempo**



Como se puede observar a partir de estas gráficas: la cantidad de amonio disminuye mientras que la cantidad de nitrato aumenta, esto se debe a la oxidación del amonio debido a la acción de bacterias de tipo nitrobacter y nitrosomas. En el caso del nitrito se puede observar que la concentración aumenta de forma rápida, toma una forma más o menos estable y luego disminuye lentamente. Este comportamiento se debe a la oxidación de amoniaco que pasa a forma de nitrito y luego disminuye porque éste se oxida lo que provoca que el nitrógeno pase a su forma de nitrato.

**Modelo 3. Modelo de Lotka Volterra.** El modelo de Lotka-Volterra consiste en dos ecuaciones diferenciales acopladas y sirve para modelar a dos poblaciones en interacción del tipo presa-predador. Sea  $x(t)$  la población de presas y  $y(t)$  la población depredadora, se supone que la razón de cambio de las presas  $x'(t)$  aumenta proporcionalmente al número de presas y también disminuye proporcionalmente a la probabilidad de contacto entre la población presa y la población depredadora. De manera similar, En ausencia de presas la población depredadora disminuye a una tasa proporcional a esta población y aumenta proporcionalmente a la posibilidad de contacto entre las presas y los depredadores. De acuerdo con lo anterior se plantean las ecuaciones siguientes:

$$\frac{dx(t)}{dt} = a_1x(t) - a_2x(t)y(t) \quad (12)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = -b_1y(t) + b_2x(t)y(t) \quad (13)$$

En este modelo, es evidente que se han efectuado un número importante de simplificaciones de la realidad como son: no se considera la variación del clima, las relaciones con otras especies, la presencia del ser humano, la edad de las poblaciones y su distribución espacial entre otros. Para el análisis del modelo se usa la siguiente tabla que muestra el índice de capturas de lince y conejos elaboradas por la compañía Hudson Bay entre los años 1900 y 1920.

**Cuadro 3. Capturas de lince y conejos (Miles)**

Año	Conejos	Lince s	Año	Conejos	Lince s
1900	30	4	1911	40.3	8
1901	47.2	6.1	1912	57	12.3
1902	70.2	9.8	1913	76.6	19.5
1903	77.4	35.2	1914	52.3	45.7
1904	36.3	59.4	1915	19.5	51.1
1905	20.6	41.7	1916	11.2	29.7
1906	18.1	19	1917	7.6	15.8
1907	21.4	13	1918	14.6	9.7
1908	22	8.3	1920	16.2	10.1
1909	25.4	9.1	1921	24.7	8.6
1910	27.1	7.4			

Para el desarrollo del modelo se usan los siguientes valores iniciales y parámetros:

$$x(0) = 9 ; y(0) = 4; a_1 = 0.4; a_2 = 0.018; b_1 = 0.8; b_2 = 0.023$$

A continuación se muestra el desarrollo del modelo con ayuda del software MATHEMATICA: (Sepúlveda J. D. y col. 2008).

Figura 7. Campo vectorial en el espacio fase

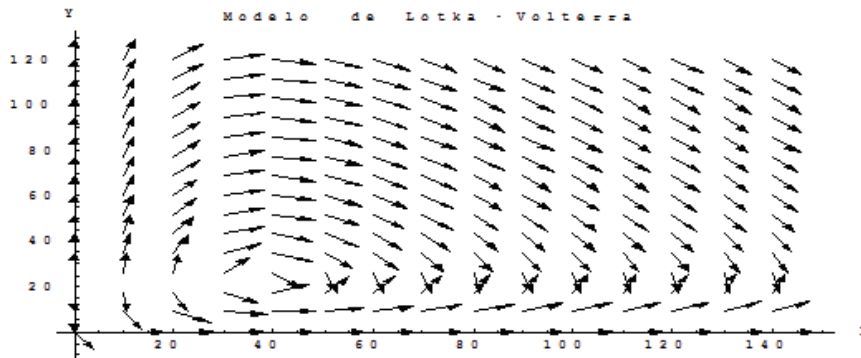


Figura 8. Trayectorias en el espacio fase

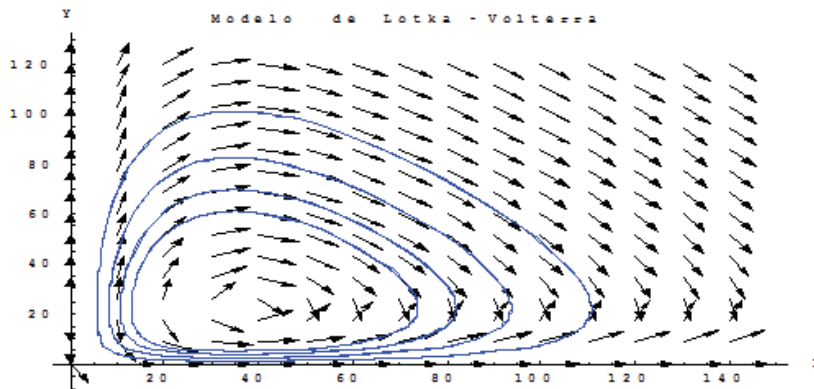


Figura 9. Evolución de las presas

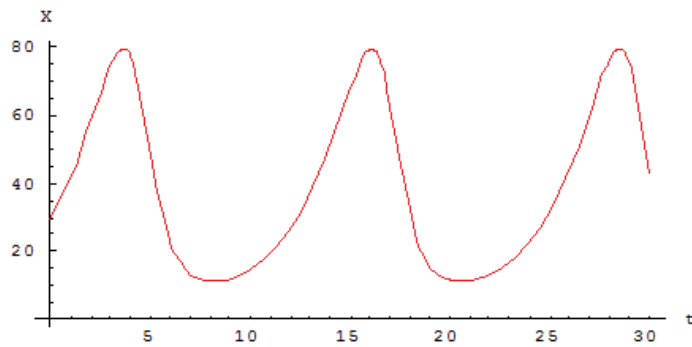


Figura 10. Evolución de los depredadores

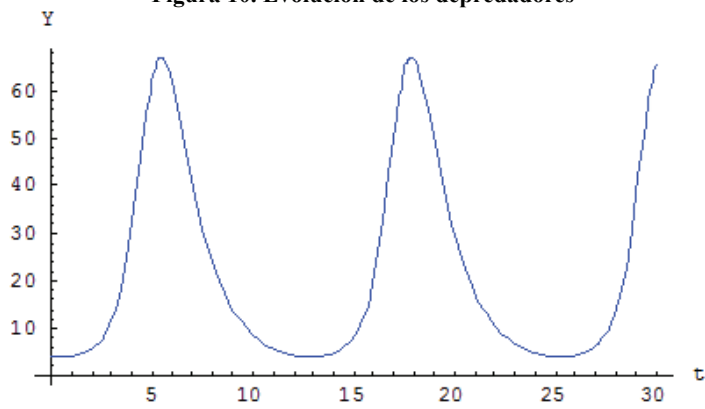


Figura 11. Evolución en un mismo plano de las presas y de los depredadores

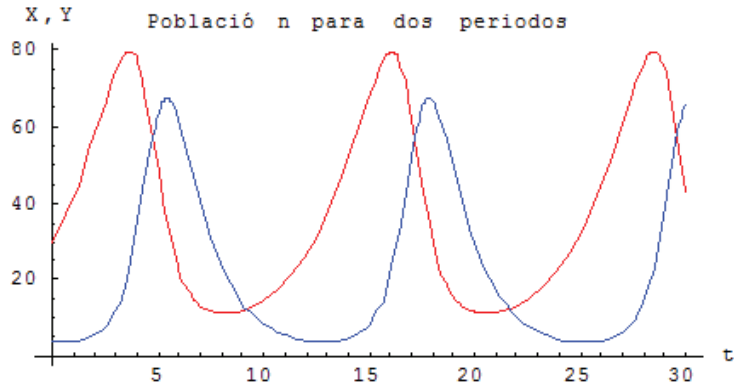


Figura 12. Trayectoria en el plano fase

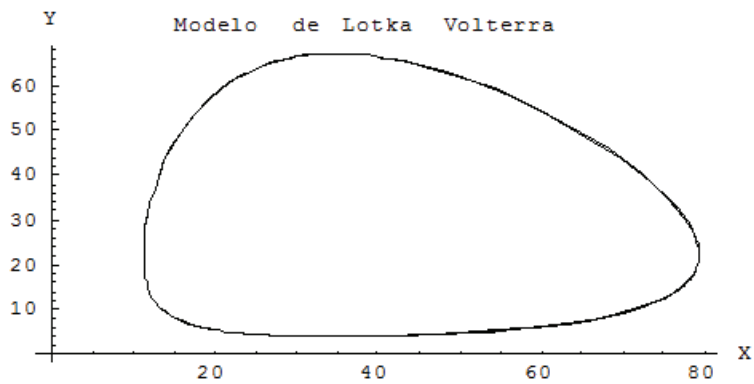


Figura 13. Comparación con los puntos experimentales

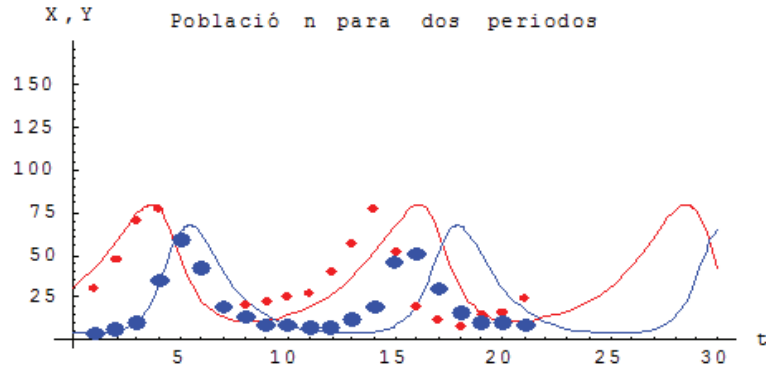
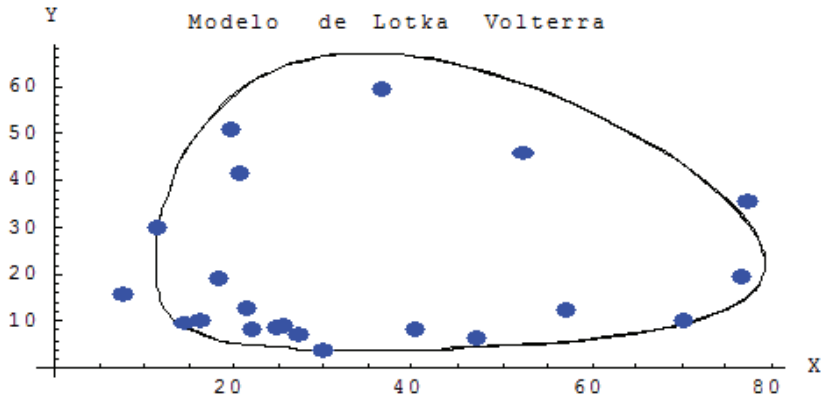


Figura 14. Comparación de la trayectoria y de los puntos experimentales



**Modelo 4.** Modelo de Hasting-Powell. Un sistema de una cadena alimenticia con dinámica compleja es el siguiente:

$$\dot{x} = r x (1 - K x) - \frac{a_1 x y}{1 + b_1 x} \quad (15)$$

$$\dot{y} = -d_1 y + \frac{a_1 x y}{1 + b_1 x} - \frac{a_2 y z}{1 + b_2 y} \quad (16)$$

$$\dot{z} = -d_2 z + \frac{a_2 y z}{1 + b_2 y} \quad (17)$$



Donde las variables de estado son: vegetación ( $x$ ), herbívoros ( $y$ ) y predador ( $z$ ). Todas las interacciones son del tipo Holling II y la vegetación presenta un crecimiento logístico. Los resultados de la simulación del modelo de Hasting\_Powell. Series de tiempo de  $x$ ,  $y$ ,  $z$  y proyección del atractor en el plano ( $y,z$ ).

A continuación se muestran los resultados de la simulación para este sistema con los valores de los parámetros siguientes:

$$K = 1.5, \quad r = 2.5; \quad a_1 = 4.0, \quad a_2 = 4.0, \quad b_1 = 3.0, \quad b_2 = 3.0; \quad d_1 = 0.4, \quad d_2 = 0.6$$

Figura 15. Evolución de la vegetación

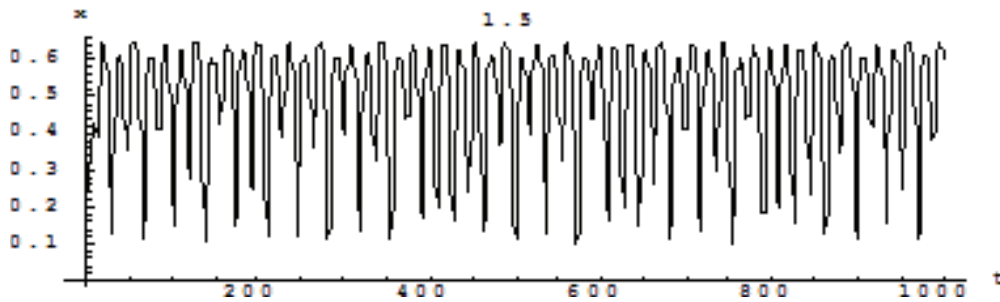


Figura 16. Evolución de los herbívoros

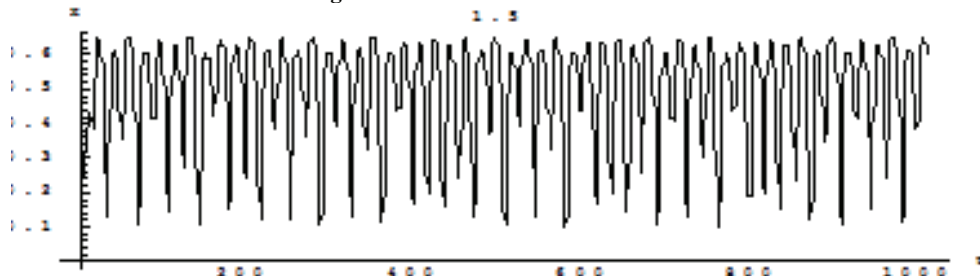
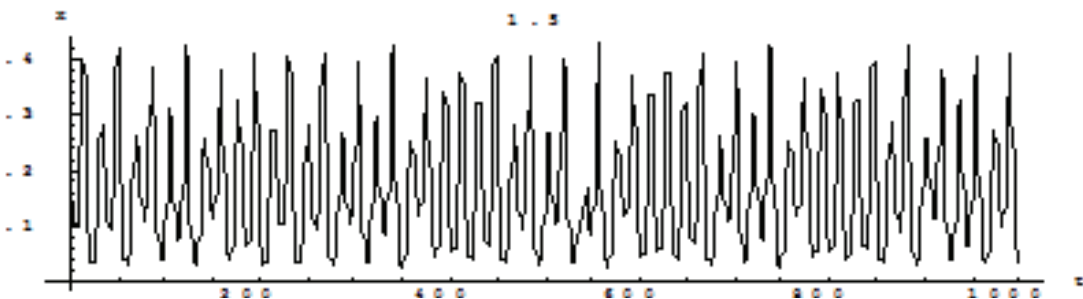
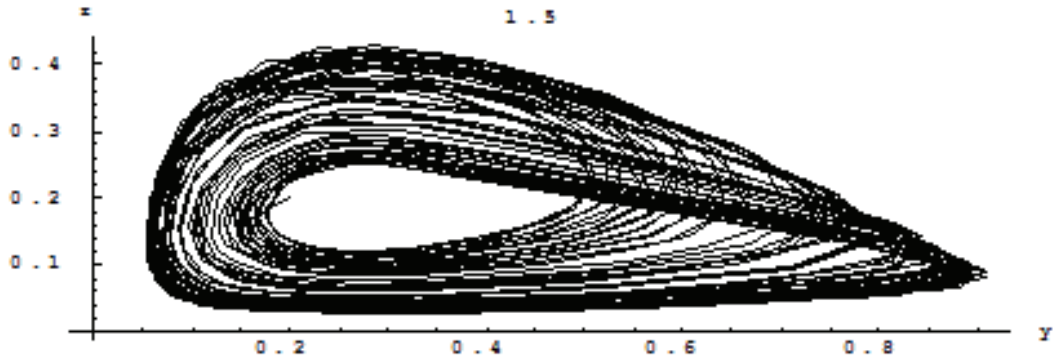


Figura 17. Evolución de los depredadores



**Figura 18. Trayectoria de los herbívoros contra los depredadores**



## **Conclusiones**

La Ecología y la Biología en las últimas dos décadas han evolucionado hacia su cuantificación, debidas principalmente al desarrollo de software matemático avanzado que permite el estudio, análisis y modelación de sistemas complejos. El uso de modelos matemáticos dinámicos, ayuda en el descubrimiento y análisis de relaciones bióticas entre comunidades así como en establecer procesos metabólicos como los flujos de energía y el intercambio de materia, cuya comprensión facilita el diseño de sistemas artificiales que generan un avance sustancial en la ingeniería sistemas.

El desarrollo en la cuantificación de la Ecología y la Biología tiene un fuerte impacto en la enseñanza de estas ciencias, por lo que es necesario la actualización de los planes y programas de estudio. El uso de la simulación y modelación de sistemas dinámicos y su solución mediante software matemático ayuda a que el estudiante cumpla entre otros con los siguientes objetivos:

Proporcionan al estudiante una herramienta de simulación que le permita la comprensión de los modelos y parámetros, y por lo tanto el funcionamiento dinámico de los sistemas ecológicos y biológicos.

Promueven la iniciativa del estudiante en el manejo de nuevas tecnologías y el modelado.

Complementan las prácticas tradicionales para motivar más al estudiante a través de un aprendizaje activo.

Ejercitan al estudiante en establecer conexiones entre la enseñanza teórica y práctica.

En la implementación de la modelación matemática para la enseñanza de la Ecología y de la Biología, se encuentran varios obstáculos entre los que destacan: Falta de preparación y de voluntad para actualizarse por parte del docente, bases matemáticas deficientes en la formación del estudiante, no

existe suficiente vinculación entre la investigación y la enseñanza, los sistemas reales que se pueden usar en la enseñanza se encuentran muy dispersos en la literatura científica, en muchas ocasiones se carece del software matemático y de laboratorios de cómputo adecuados, muchas veces no se cuenta con laboratorios y con material adecuado para llevar a cabo experimentos sugeridos que pudieran retroalimentar la modelación y la experimentación.

En este trabajo se desarrollan cuatro ejemplos, como una muestra que con el software matemático actual, es posible la solución de sistemas complejos, los modelos desarrollados son: Especies que compiten y principio de exclusión biológico, descarga de nitritos y nitratos en cuerpos de agua, el modelo clásico de Lotka-Volterra para un sistema presa-predador y el modelo de Hasting-Powell para una cadena tritrófica con dinámica compleja.

Finalmente, es conveniente mencionar que se requiere un gran trabajo por parte del docente para incorporar estas herramientas en la enseñanza, primero para que el mismo maneje el software matemático, segundo actualizar los programas de enseñanza, tercero para obtener y clasificar los ejemplos provenientes de sistemas reales cuarto en la elaboración de prácticas con datos de estos sistemas.

## **Literatura citada**

AI-Khedhairi, A. 2009. The Chaos and Control of Food Chain Model Using Nonlinear Feedback. Applied Mathematical Sciences. Vol. 3. No. 12. Pp. 591-604.

Bandyopadhyay, M., Chatterjee, S. Chakraborty, S. y Chattopadhyay, J. 2008. Density Dependent Predator Death Prevalence Chaos in a Tri-Trophic Food Chain Model. Nonlinear Analysis: Modelling and Control, Vol. 13. Pp. 305-324.

Hughes, H. D. y M. Gleason, A. y col. 1995. Cálculo. Exclusión competitiva: parásitos de árboles de cítricos: pp. 553-556.

Jorge, D., Cristina, J. y Nuno, M. 2008. Chaos in Ecology: The Topological Entropy of a Tritrophic Food Chain Model. Discrete Dynamics in Nature and Society Vol. 2008, Pp. 1-12.

Lewi, S y Daihai H. 2007. Chaotic oscillations and cycles in multi-trophic ecological systems. Journal of Theoretical Biology. Vol. 248, Pp. 382-390.

López, C. J. M. y Blé, G. G. 2008. Modelo Depredador-Presa. Revista de Ciencias Básicas UJAT, 7(2) pp. 25-34.

Sepúlveda, J. D., González, F. A. U., Cañada., M. M. J. 2009. Modelos matemáticos de cadenas alimenticias con dinámica compleja. Memorias, VI Seminario de Investigación, UACH. Pp. 76-88.

Upadhyay, R. K. 2008. Chaotic Dynamics in a Three Species Aquatic Population Model with Holling Type II Funcional Response. Nonlinear Analysis: Modelling and Control, Vol. 13, No. 1. Pp. 103-115.

Windowati, Hermin PS. Sutimin. 2009. Mathematical modeling and analysis of ammonia, nitrite and nitrate concentration: Case study in the Polder Tawang Semarang, Indonesia. Proceedings of IICMA: pp. 1-9.

Wolfram. 1992 MATHEMATICA: A System for doing Mathematics by Computer. Addison-Westley. New York.

# QUÍMICA



María Adelina Jiménez Arellanes<sup>1</sup>, Rosalba León Díaz<sup>1</sup>  
y Rogelio Hernández Pando<sup>2</sup>

## METABOLITOS SECUNDARIOS OBTENIDOS DE PLANTAS MEDICINALES Y SU ACTIVIDAD ANTIMICOBACTERIANA Y ANTITUBERCULOSA

### Introducción

La tuberculosis (TB), la malaria y parasitosis intestinales son enfermedades que se creían erradicadas y constituyen en la actualidad una emergencia global en los sistemas de salud. La TB y el síndrome de inmunodeficiencia humana (SIDA) son las principales enfermedades infecciosas consideradas como un desastre médico, económico y social de gran magnitud. La Organización Mundial de la Salud (OMS), declaró en 1993 que la TB era un problema de salud mundial y hoy en día se estima que una tercera parte de la población mundial está infectada con *Mycobacterium tuberculosis* y aprox. el 10% de éstos se encuentra en riesgo de desarrollar la enfermedad activa. Al año, aparecen casi 10 millones de casos nuevos y cerca de 3.5 millones mueren por esta causa (Adhvaryu y Vakharia, 2011; Koul *et al.*, 2011). Estimaciones recientes indican que para el 2020 habrá 1000 millones de personas infectadas, 150 millones podrían desarrollar la enfermedad y 36 millones morirán por este padecimiento si no se toman las medidas necesarias para su control (Aziz *et al.*, 2006). Por otro lado, casi el 8 % de los casos recién infectados, desarrollarán alguna forma de TB, los pacientes con el virus de inmunodeficiencia humana (VIH)/SIDA tienen de 50 a 100 veces más probabilidad de desarrollar TB activa, y se estima que del 50 al 60% de personas con TB latente y VIH/SIDA desarrollarán la forma activa de la enfermedad.

<sup>1</sup>Unidad de Investigación Médica en Farmacología, Hospital de Especialidades, Centro Médico Nacional Siglo XXI, IMSS. Av. Cuauhtémoc 330, Col. Doctores 06720, Delg. Cuauhtémoc, México, D.F. adelinajim08@prodigy.net.mx, <sup>2</sup>Sección de Patología Experimental, Departamento de Patología, Instituto Nacional de Ciencias Médicas y Nutrición Salvador Zubirán, Secretaría de Salud (SSA), México, D.F.

El tratamiento actual se basa en una multiterapia empleando la mezcla de cuatro fármacos de primera línea (isoniazida -Inh-, rifampicina -Rif-, etambutol -Emb-, estreptomycin -Est- y/o pirazinamida -Z-) y tiene una duración de 6 a 8 meses. Pero en la actualidad, muchos de los casos no responden a los tratamientos establecidos debido a la presencia y aparición de casos multifarmacoresistentes (MFR), los cuales se caracterizan por ser resistentes a Rif e Inh (fármacos básicos para su tratamiento). Para tratar los casos MFR se emplean fármacos de segunda línea (capreomicina, kanamicina, amikacina, cicloserina, fluoroquinolonas, ciprofloxacina, proteonamida, entre otros), estos tienen la desventaja de ser poco específicos, provocan severos efectos secundarios, inducen fácilmente resistencia y son de elevado costo; por lo que los tratamientos son prolongados (hasta 30 meses), de mayor costo y con escaso apego (Zager y Mc Nerney, 2008; Su, 2008; Yew y Leung, 2008). Estimaciones globales citan que en 2010 se presentaron 650,000 casos de TB-MFR, alrededor de 440,000 la adquirieron y 150,000 personas murieron por esta causa y el 3.6% de todos los casos nuevos de TB son MFR. Reportes recientes indican que aprox. el 30 % de los casos MFR presentan fracaso a los tratamientos (Adhvaryu y Vakharia, 2011).

Además, en el 2005 se reportaron casos de TB extremadamente fármacoresistentes (TB-XFR), lo que agrava en mucho el panorama mundial de la enfermedad ya que no existe alternativa de tratamiento y responden precariamente ante fármacos de primera y segunda línea (Su, 2008; O'Brien y Spigelman, 2005; Lenaerts *et al.*, 2008). Es ocasionado por M. tuberculosis resistentes a Inh y Rif, resistente a uno y hasta tres fármacos inyectables de segunda línea (capreomicina, kanamicina o amikacina) y a una fluoroquinolona. Estos casos se han detectado en numerosos países, incluyendo México y tiene un limitado pronóstico de curación y altos índices de mortalidad (Yew y Leung, 2008; CDC, 2006; Ravigliione y Smith, 2007). Algunos de los factores que aumentan su diseminación a nivel mundial son tratamientos inadecuados con fármacos de segunda línea, uso irracional de los mismos, transmisión primaria, falta de diagnóstico oportuno y confiable y la elevada incidencia del VIH (Raviglione y Smith, 2007; Bonilla *et al.*, 2008). El 9% de todos los casos MFR son XFR y sólo el 5% de estos casos reciben tratamiento efectivo, lo cual evidencia el grave problema de la TB en el mundo. Recientemente se ha descrito que los casos XFR va en aumento, de 1278 casos estudiados encontraron que 7% es XFR, el 43.7% resulto resistente a un fármaco de 2ª línea, el 20% es resistente a fármacos de 2ª línea inyectables, el 13% es resistente a fluoroquinolonas WHO, 2011/2012; Cox y McDermid, 2008; Dalton *et al.*, 2012).

De acuerdo con los datos de la Secretaría de Salud (SS), en México se presentan 25 casos de TB por cada 100,000 habitantes y la OMS estima que este promedio no refleja la totalidad de los casos; por ejemplo, en el periodo 2002-2004, esta organización registró 33,757 y 32,239 casos por año, respectivamente, mientras que la SS reportó un promedio 16,000 casos por año (WHO, 2002; DGE; 2004, 2004; Baez-Saldaña *et al.*, 2003). La edad promedio en pacientes mexicanos infectados es de 36 años y el 69% de ellos son varones, dato que refleja la urgente necesidad que existe de dar tratamiento y seguimientos adecuados a las personas infectadas, las cuales en su mayoría se encuentran en edad económicamente productiva. Durante el 2010 y 2011 se presentaron 15,384 y 15,843 casos, respectivamente con una morbilidad de 14.2 y 14.5 por cada 100,000 habitantes, y para la semana 27 de 2012, se tienen registrados 8,368 casos, siendo Veracruz, Chiapas, Baja California, Nuevo León,



Guerrero y Tamaulipas, los estados con mayor número de casos. En un estudio reciente, se describe que de los casos nuevos de TB que se presentaron entre 1997 y 2002, el 21% fue FR y el 4.6 % fue MFR. Dentro de los casos de TB previamente tratados, se encontró un 65% de FR y 48% de MFR (Granich *et al.*, 2000; DGE, 2012; Zazueta-Beltrán *et al.*, 2011).

El desarrollo de fármacos anti-TB en las últimas cuatro décadas fue escaso y a la fecha sólo la rifabutin, rifalazil y rifapenitna (derivados de la rifampicina) han sido aprobados por la *Food Drug Administration* (FDA) para el tratamiento de la TB, pero no son de amplio uso, ni de amplia distribución. Cabe señalar, que hoy en día existen alrededor de 10 fármacos en fase avanzada de investigación clínica, destacando entre estos la moxifloxacina y la gatifloxacina (actualmente en fase clínica II/III), DC-159a (fase preclínica), la TMC207 (o R 207910 o compuesto J) una diarilquinolona que se encuentra es fase clínica II, la PA-824 y OPC-67683 nitroimidazopiranos derivados del metronidazol (inhiben la síntesis de proteínas y de pared celular) en fase clínica II, el linezolid y SQ109 (derivado diaminado del etambutol) en fase II (Adhvaryu y Vakharia, 2011; Koul *et al.*, 2011, Yew y Leung, 2008; Lenaerts, 2007; Tomioka y Namba, 2006).

Dado el problema de salud que representa la TB a nivel mundial, aunado a los problemas de MFR y XFR es urgente contribuir en la búsqueda de compuestos que reduzcan el tiempo de tratamiento o que coadyuven al mismo; o bien encontrar sustancias con mecanismo de acción diferente a los fármacos existentes, que sean menos tóxicos y provoquen menos efectos secundarios que los actuales.

## **Materiales y Métodos**

Consultar diversas fuentes de información bibliográfica para obtener los artículos que describen la actividad antimicobacteriana de extractos y compuestos puros realizados sobre plantas medicinales de México que hayan sido evaluados por el microensayo colorimétrico de Alamar Azul (MABA). Para este manuscrito se consideraron aquellos extractos y compuestos que mostraron una concentración mínima inhibitoria (CMI) 35 µg/mL contra *M. tuberculosis* H37Rv principalmente, aunque también se describe el efecto de extractos y compuestos contra otras cepas de micobacterias y *M. tuberculosis* MFR. Además se enfocó a la búsqueda de compuestos que han sido evaluados en modelos *in vivo* para determinar su efecto antituberculoso.

## **Análisis y discusión de los resultados**

### **Actividad antimicobacteriana de extractos y compuestos puros obtenidos de plantas medicinales**

En la literatura científica se describen numerosos compuestos obtenidos de plantas con importante actividad *in vitro* contra *M. tuberculosis* H37Rv (Cantrell *et al.*, 2001; Copp y Paerce, 2007; Paulli *et al.*, 2005; Newton *et al.*, 2000; Okunade *et al.*, 2004), los cuales se han aislado e identificado mediante el empleo de diversas metodologías de tipo químico-bidirigido. Ejemplos importantes de metabolitos secundarios de origen vegetal activos contra *M. tuberculosis* son el acetato de acetilchavicol con CMI de 1 µg/mL (aislado de *Alpinia galanga*), el ergosterol-5,8-endoperóxido (aislado de *Ajuga*

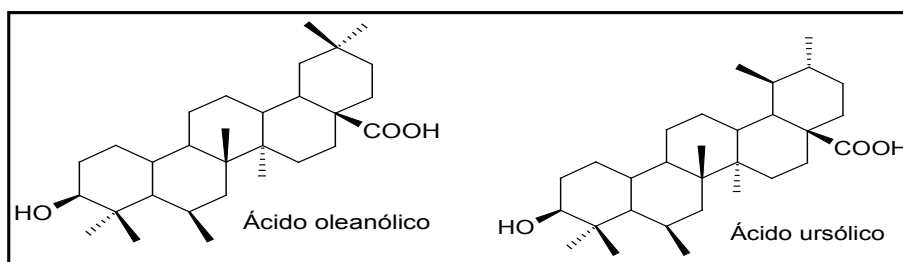
remota), el (E)-fitol (aislado de *Leucas volkensii*) y micromólida (aislada de *Micromelum hirsutum*) con CMI's de 1.0, 2.0 y 1.0  $\mu\text{g}/\text{mL}$ , respectivamente.

En este contexto y dado que México cuenta con una rica y amplia flora medicinal, algunas especies vegetales empleadas en la medicina tradicional para tratar padecimientos relacionados con la TB, han sido objeto de evaluación antimicobacteriana *in vitro*. El extracto hexánico de *Flourensia cernua* (hoja sen) mostró una CMI=50  $\mu\text{g}/\text{mL}$ , contra *M. tuberculosis* H37Rv y una CMI de 25  $\mu\text{g}/\text{mL}$  contra *M. tuberculosis* MFR (Molina-Salinas *et al.*, 2006). De *Piper sanctum*, conocida comúnmente como hoja santa o acuyo, aislaron 2-oxo-14-(3',4'-metilenedioxifenil)tetradecano y el 2-oxo-16-(3',4'-metilenedioxifenil)hexadecano, con CMI = 6.25  $\mu\text{g}/\text{mL}$ , el 5,6-dehidro-7,8-dihidrometisticina (3) con CMI= 4  $\mu\text{g}/\text{mL}$ , cefaranona B con CMI= 12  $\mu\text{g}/\text{mL}$  y piperolactama A (CMI = 8  $\mu\text{g}/\text{mL}$ ) (Mata *et al.*, 2004).

Trabajos realizados por nuestro grupo, en los que se exploró el potencial antimicobacteriano de plantas medicinales de México utilizadas para tratar TB y padecimientos relacionados con la enfermedad, hemos encontrado compuestos con importante actividad antiTB *in vitro*. De 45 especies medicinales evaluadas por el ensayo MABA, *Lantana hispida*, *Chamaedora tepejilote*, *Thymus vulgaris*, *Artemisia ludoviciana*, *Juniperus communis*, *Aristolochia taliscana* y *A. elegans* resultaron las más activas, mostrando una CMI <100  $\mu\text{g}/\text{mL}$  contra *M. tuberculosis* H37Rv (Jiménez-Arellanes *et al.*, 2003; 2005; 2006; 2007; 2012; León-Díaz *et al.*, 2012; Calderón, 2008; Luna, 2005).

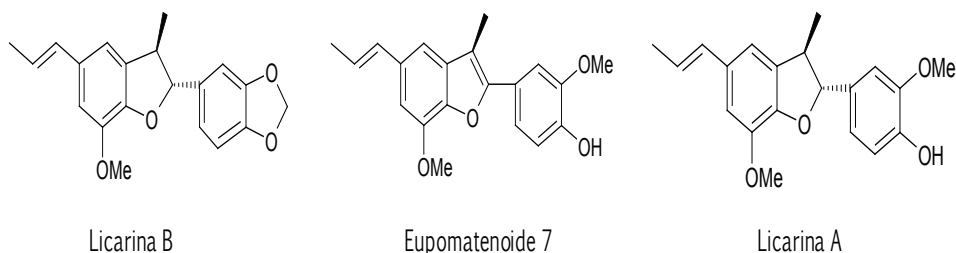
Mediante el estudio químico-biodirigido del extracto hexánico de *L. hispida* se obtuvo ácido oleanólico (Figura 1) como responsable de la actividad antimicobacteriana (CMI= 25  $\mu\text{g}/\text{mL}$ ) y contra cepas mono-resistentes de *M. tuberculosis* H37Rv. Del extracto hexánico de *C. tepejilote* se aisló el ácido ursólico (CMI= 50  $\mu\text{g}/\text{mL}$ ) [Figura 1] y escualeno (CMI=50  $\mu\text{g}/\text{mL}$ ) como principios activos y la mezcla del ácido ursólico y ácido oleanólico (CMI= 25  $\mu\text{g}/\text{mL}$ , Figura 1) se aisló del extracto hexánico de *A. ludoviciana* y de *Thymus vulgaris*. Cabe mencionar que el efecto antimicobacteriano de los ácidos ursólico y oleanólico obtenido de diferentes especies vegetales (*Aspidosperma quebracho-blanco*, *Junellia tridends*, *Valeriana laxiflora*, entre otras), ha sido ya reportado, siendo las CMI's de 15  $\mu\text{g}/\text{mL}$  ó 32  $\mu\text{M}$  para el ácido ursólico y de 30  $\mu\text{g}/\text{mL}$  ó 64  $\mu\text{M}$  para el ácido oleanólico, al ser evaluados por el método radiorespirométrico y de 41.9 y 28.7  $\mu\text{g}/\text{mL}$ , respectivamente, al evaluarlos por MABA (Cantrell *et al.*, 2001; Gu *et al.*, 2004; Wächter *et al.*, 1999, 2001).

**Figura 1. Estructura química de los ácidos oleanólico y ursólico activos contra *M. tuberculosis***



Otra especie que resulto activa fue *A. taliscana*, cuyo extracto hexánico del rizoma presentó una CMI=50  $\mu\text{g}/\text{mL}$  contra *M. tuberculosis* H37Rv. Por fraccionamiento-químico biodirigido se obtuvieron tres neolignanós (licarina B, eupomatenoide-7 y licarina A (Figura 2) con importante actividad in vitro contra *M. tuberculosis* H37Rv (CMI <25  $\mu\text{g}/\text{mL}$ ). La evaluación antimicrobacteriana in vitro por el ensayo MABA de los tres neolignanós puros, permitió determinar que el compuesto más activo contra la cepa de referencia *M. tuberculosis* H37Rv fue la licarina A con un CMI = 25  $\mu\text{g}/\text{mL}$  e igualmente resulto activo contra las cepas mono-resistentes de *M. tuberculosis* H37Rv y aislados clínicos de *M. tuberculosis* MFR, presentando un rango de actividad entre 3.12 a 12.5  $\mu\text{g}/\text{mL}$  también inhibió el crecimiento de *M. fortuitum*, *M. smegmatis*, *M. chelonae* y *M. avium*). Este compuesto además presentó una DL50 >1706 mg/kg en ratones BALB/c machos, al igual que la licarina B (León, 2005; Calderón, 2008; León-Díaz *et al.*, 2012). Del extracto hexánico del rizoma de *A. elegans* se obtuvo la fargesina, el cual presentó una CMI  $\leq$  25  $\mu\text{g}/\text{mL}$  contra las cepas de *M. tuberculosis* H37Rv resistente a rifampicina, resistente a estreptomicina y resistente a etambutol y contra la cepa de referencia mostró una CMI = 50  $\mu\text{g}/\text{mL}$  (Jiménez-Arellanes *et al.*, 2012).

**Figura 2. Estructura química de los neolignanós aislados de *A. taliscana***



Otros compuestos obtenidos de algunas especies medicinales se describen en la Tabla 1 cuyos valores de CMI son menores a 32  $\mu\text{g}/\text{mL}$  (Rivero-Cruz *et al.*, 2005). Los ácidos tiriantínico I y II y las tiriantinas 8 y 9 aislados del extracto metanólico de la raíz de *I. tyrianthina* mostraron una CMI= 25  $\mu\text{g}/\text{mL}$  contra *M. tuberculosis* H37Rv (León-Rivera *et al.*, 2008). El extracto  $\text{CH}_2\text{Cl}_2$ :MeOH (1:1) de la corteza de *Buddleja cordata* inhibió el crecimiento de *M. tuberculosis* H37Rv en un 95% a 50  $\mu\text{g}/\text{mL}$ , del extracto activo aislaron el 2[4'-hidroxifenil]-etil lignocerato que presentó una CMI = 64  $\mu\text{g}/\text{mL}$  (Acevedo *et al.*, 2000).

Tabla 1. Compuestos activos contra *M. tuberculosis* H37Rv

Compuesto	CMI* (µg/mL)	Fuente <sup>+</sup>
5-[(E)-2-(4-acetoxifenil)-etenil]-1,3-benzenediol	32	<i>Rumex hymenosepalus</i>
(3aS, 6aR, 8S,9aR,9bS)-3,6,9-trimetilen-2-oxododeca-hidroazulen[4,5-b]-furan-8-il-2-metilpropanoato	32	<i>Cosmos pringlei</i>
[(12aR)-7-metil-3-metilen-2-oxo-3,3a,4,5,6,9,10,12a,-octahidro-2H-cicoundeca-[b]-furan-11-il]-metil-3-metilbutanoato	16	
5-[(1R)-1,5-dimetil-4-hexenil]-2-metilfenol	16	<i>Lostephane heterophylla</i>
Ácido (11S)-hidroxihexadecanoico 11-O-α-L-ramnopiranosil-(1→3)-O-α-L-[2-O-(2S-metilbutiril)-4-O-(2S-metilbutiril)]-ramnopiranosil-(1→2)-O-β-D-glucopiranosil-(1→2)-β-D-fucopiranosido-(1,3"-lactona)	16	<i>I. tricolor</i>

\*CMI: concentración mínima inhibitoria contra *M. tuberculosis* H37Rv, determinada por MABA, +Rivero-Cruz et al., 2005.

Por otro lado, del extracto (CH<sub>2</sub>Cl<sub>2</sub>:MeOH, 1:1) de *Arracacia toluensis* (partes aéreas) se obtuvo osthol y suberosina cuyos valores de CMI's fueron 32 y 16 µg/mL, respectivamente (Figuroa et al., 2007).

Los extractos hexánicos de *Juglans mollis* y *Carya illinoensis* resultaron activos contra *M. tuberculosis* H37Rv con CMI = 50 y 31 µg/mL, respectivamente. *Citrus aurantifolia*, *C. sinensis* y *Olea europea* resultaron activas contra H37Rv resistente a Inh (CMI = 25 µg/mL), *C. aurantifolia* fue activa contra H37Rv resistente a Emb (CMI = 25 µg/mL) (Camacho-Corona et al., 2008). Por otro lado, la escobarina A y B aisladas del extracto de acetato de etilo de *Calliandria californica* (raíz) presentaron una CMI de 25 y 50 µg/mL contra *M. tuberculosis* H37Rv y de 12.5 y 100 µg/mL contra el aislado clínico MFR (CIBIN/UMF15:99), respectivamente (Encarnación-Dimayuga et al., 2006).

Las fracciones Hex, CH<sub>2</sub>Cl<sub>2</sub> y MeOH de la corteza *Diospyros anisandra* presentaron CMI's de 50, 12.5 y 25 µg/mL contra *M. tuberculosis* H37Rv y contra *M. tuberculosis* CIBIN/UMF 15:99 presentaron CMI = 25, 6.25 y 12.5 µg/mL, respectivamente (Borges-Argáez *et al.*, 2007).

Recientemente se ha descrito la evaluación de 35 compuestos aislados de diferentes especies vegetales, entre los compuestos evaluados están 13 alcaloides, nueve flavonas, dos quinonas, nueve triterpenos y dos diterpenos. Los más activos (CMI <25 µg/mL) fueron la dihidroqueleritina, 6-metoxi-dihidroqueleritina, 6-metoxidihidroqueli-ribina, liriodenina, peracetilestria-tosidina lactama, faeantina, 5,7-dihidroxi-6-metil-8-prenilflavanona, pinostrobin, 1-hidroxi-benzoisocromanquinona, aloe-emodin, ácido epi-oleanólico, 5 $\alpha$ -lanosta-7,9(11)24-trien-3 $\alpha$ ,24-diol. 6-Metoxi-dihidroqueleritina fue activo contra la cepa M-20 (CMI = 25 µg/mL) y 6-metoxidihidroqueli-ribina resultó activo contra tres cepas MFR (CMI < 12.5 µg/mL) (Camacho-Corona *et al.*, 2009).

### **Compuestos de origen natural y su actividad antituberculosa**

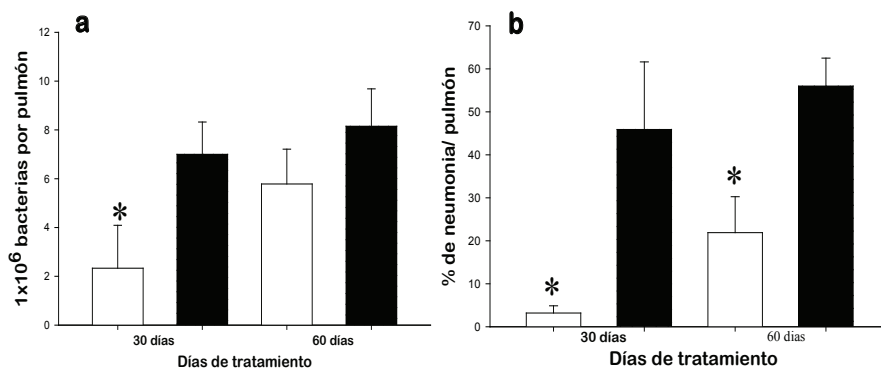
La búsqueda de compuestos antituberculosos se realiza actualmente en diversos sectores (público y privado) y en diversas fuentes incluyendo las plantas medicinales. Como se mencionó anteriormente, en la literatura científica se describen numerosos compuestos con importante actividad *in vitro* (CMI <2 µg/mL); sin embargo, el potencial antituberculoso de estos no ha sido corroborado, siendo algunos factores limitantes para realizar este tipo de estudios la solubilidad del producto natural, estudios de toxicidad aguda y subaguda *in vivo*, la disponibilidad de cantidad suficiente de compuestos para ensayos *in vivo*, rendimiento y pureza del producto natural, estudios de farmacocinética y farmacodinamia, el costo para realizar el ensayo *in vivo*, entre otros factores.

Recientemente, hemos evaluado la actividad antituberculosa de la licarina A, un neolignan aislado del extracto hexánico del rizoma de *A. taliscana* en el modelo murino de TB progresiva. Para ello se indujo la TB con la cepa de *M. tuberculosis* H37Rv y con *M. tuberculosis* MFR en ratones BALB/c y después de esperar dos meses para que los animales desarrollaran la TB, se inició el tratamiento de los animales con la licarina A a dosis de 5 mg/kg, administrándolo por vía subcutánea diariamente durante dos meses. Al mes y a los dos meses de tratamiento, los animales fueron sacrificados y se obtuvieron los pulmones; en estos órganos se determinó la carga bacilar y el porcentaje de neumonía. El compuesto natural redujo significativamente la carga bacilar durante el primer mes de tratamiento [ $2.3 \times 10^6 \pm 1.75$  UFC/pulmón] (Gráfica 3a) respecto al grupo control [ $7 \times 10^6 \pm 1.32$  UFC/pulmón]. Al segundo mes se observó un aumento en ambos grupos; sin embargo, las UFC's en el grupo tratado con licarina A fue menor [ $4.9 \times 10^6 \pm 1.32$  UFC/pulmón], en comparación con el control [ $8.1 \times 10^6 \pm 1.53$  UFC/pulmón] pero no presentaron diferencia significativa (Gráfica 3a).

La cuantificación del área pulmonar afectada por neumonía, mostró que al primer mes de tratamiento, el grupo tratado con licarina A presentó una reducción significativa [3.19%  $\pm$  1.69] respecto al control [46%  $\pm$  15.73] y al segundo mes de tratamiento se mantuvo esta reducción, donde la licarina A redujo en forma significativa respecto al control [22.8%  $\pm$  8.36 vs 56%  $\pm$  6.48], (Gráfica 3b).

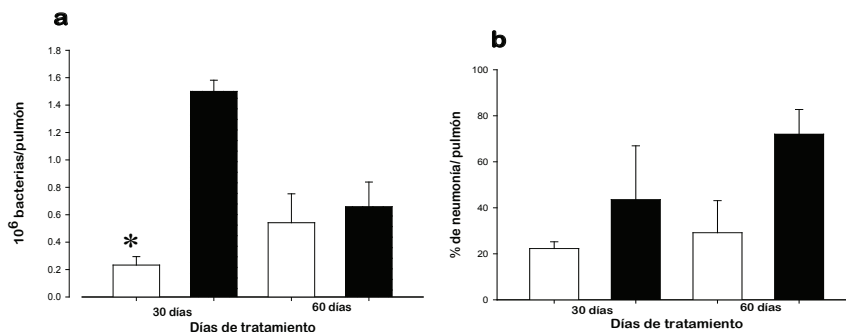
Con respecto a los ratones infectados con la cepa de *M. tuberculosis* MFR (CIBIN 15:99, cepa resistente a los fármacos de primera línea), se observó que el grupo tratado con el compuesto natural presentó baja carga bacilar durante el primer mes [ $0.28 \times 10^6 \pm 0.06$  UFC/pulmón] al ser comparado con el control [ $1.5 \times 10^6 \pm 0.08$  UFC/pulmón), pero durante el segundo mes de tratamiento el efecto antituberculoso de licarina A fue mínimo, manteniéndose la UCF's similar a las del grupo control (Gráfica 4a). Por el contrario, el porcentaje de neumonía en los animales tratados con el neolignano se mantuvo bajo respecto al control [22.28% vs 43.56%], presentándose una diferencia mayor en el segundo mes de tratamiento [29.15% vs 71.97%] (Gráfica 4b) (Jiménez Arellanes, 2010; León-Díaz *et al.*, 2012).

**Gráfica 3. Efecto antituberculoso de licarina A (5 mg/kg) en ratones infectados con *M. tuberculosis* H37Rv.**



Las barras negras representan el grupo control. Las barras blancas representan el grupo tratado con el neolignano. Los asteriscos denotan las diferencias significativas obtenidas mediante la prueba t-Student.  $p=0.05$ .

**Gráfica 4. Efecto antituberculoso de licarina A (5 mg/kg) en ratones infectados con *M. tuberculosis* MFR (CIBIN 15:99)**



Las barras negras representan el grupo control. Las barras blancas representan el grupo tratado con el neolignano. Los asteriscos denotan las diferencias estadísticas significativas obtenidas mediante la prueba t-Student.  $p= 0.05$

## Conclusiones

Por su diversidad vegetal, México con aproximadamente 25,000 especies se ubica en cuarto lugar a nivel mundial, aunado a la enorme riqueza etnobotánica con que cuenta. Datos etnobotánicos permiten calcular que el 15% de las plantas son utilizadas para curar diversos padecimientos de la población en México. Sin embargo, son escasos los trabajos que describen el efecto antimicobacteriano de extractos y compuestos obtenidos de plantas medicinales tomando en cuenta que en la actualidad la TB es un problema serio de salud y que no existen alternativas de tratamientos sobre todo para los casos XFR. Por lo que es necesario redoblar esfuerzos que permitan explorar el potencial de las plantas medicinales como fuente de compuestos antimicobacterianos y antituberculosos, con miras a encontrar metabolitos secundarios que acorten o coadyuven en el tratamiento de la tuberculosis MFR y XFR o bien con mecanismo de acción diferente a los existentes. A la fecha, la mayoría de evaluaciones sólo se han realizado in vitro, falta por explorar el potencial efecto de los extractos y compuestos activos en un modelo in vivo (modelo de tuberculosis progresiva en ratón o cobayo) para determinar su posible uso terapéutico; así mismo, es necesario determinar la toxicidad de los mismos, para garantizar su inocuidad.

## Literatura citada

Acevedo L., Martínez E., Castañeda P., Franzblau S., Timmermann B.N., Linares E., Bye R., Mata R. 2000. New phenylethanoids from *Buddleja cordata* subsp. *cordata*. *Planta Medica*. 66:257-261.

Adhvaryu M., Vakharia B. 2011. Drug resistant tuberculosis emerging treatment options. *Clin Pharmacol*. 3: 51-67.

Aziz M.A., Wright, A., Laszlo, A., De Muynck, A., Portaels, f., Van Deun, A., Wells, C., Nunn, P., Blanc, L., Raviglione, M. WHO/International Union Against Tuberculosis and Lung Diseases Global Project on Anti-tuberculosis Drug resistance Surveillance. 2006. Epidemiology of antituberculosis drug resistance (the Global Project on Anti-tuberculosis Drug resistance Surveillance): an update analysis. *Lancet*. 368:2142-2154.

Baez-Saldaña A., Perez-Padilla J., Salazar-Lezama M. 2003. Discrepancias entre los datos ofrecidos por la Secretaría de Salud y la Organización Mundial de la Salud sobre tuberculosis en México, 1981-1998. *Salud Pública de México*. 45:78-83.

Bonilla C.A., Crossa A., Jave H.O., Mitnick C.D., Jamanca R.B., Herrera C., Asencios L., Mendoza A., Bayona J., Zignol M., Jaramillo E. 2008. Management of extensively drug-resistant tuberculosis in Peru: cure is possible. *PloS ONE*. 3:e2957.



Borges-Argáez R., Canche-Chay C.I., Peña-Rodríguez L.M., Said-Fernández S., Molina-Salinas G.M. 2007. Antimicrobial activity of *Diospyros anisandra*. *Fitoterapia*. 78:370-372.

Calderón CA. 2008. Obtención y evaluación toxicológica de compuestos antimicobacterianos en especies del género *Aristolochia*. Tesis de Licenciatura (QFB). Fac. Química. UNAM. México, D.F.

Camacho-Corona MR, Favela-Hernández JM, González-Santiago O, Garza-González E, Molina-Salinas GM, Said-Fernández S, Delgado G, Luna-Herrera J. 2009. Evaluation of some plant-derived secondary metabolites against sensitive and multidrug-resistant *Mycobacterium tuberculosis*. *Journal of the Mexican Chemical Society*. 53:71-75.

Camacho-Corona M.R., Ramirez-Cabrera M.A., Santiago O.G., Garza-Gonzalez E., Palacios I.P., Luna-Herrera J. 2008. Activity against drug resistant-tuberculosis strains of plants used in Mexican traditional medicine to treat tuberculosis and other respiratory diseases. *Phytotherapy Research*. 22:82-85.

Cantrell C., Franzblau S., Fischer N. 2001. Antimycobacterial plant terpenoids. *Planta Medica*. 67:685-694.

CDC (Centers for Disease control and Prevention), National Center for HIV/AIDS, Viral Hepatitis, STD, and TB prevention. 2006. Prevention and control of tuberculosis in correctional and detention facilities: recommendations from CDC. Endorsed by the Advisory Council for the Elimination of Tuberculosis, the National on Commission on correctional Health Care, and the American Correctional Association. *MMWR Recommendation Reports* 55:1-44.

Copp B.R., Paerce A. 2007. Natural Product growth inhibitors of *Mycobacterium tuberculosis*. *Natural Products Reports*. 24:278-297.

Cox H., McDermid C. 2008. XDR tuberculosis can be cured with aggressive treatment. *Lancet*. 372:1363-1365.

Dalton T., Cegielski P., Akksilp S., Asencios L., Campos-Caoili J., Cho S.N., Erokhin V., Ershova J., Tarcela M., Kazenny B., Kim H.J., Kliiman K., Kurbatova E., Kvasnovsky C., Leimane V., van der Walt M., Via L.E., Volchenkov G.V., Yagui M.A., Kang H., the Global PETTS Investigators. 2012. Prevalence of and risk factors for resistance to second-line drugs in people with multidrug-resistant tuberculosis in eight countries: a prospective cohort study. *The Lancet*. DOI 10.1016/S0140-6736(12)60734.

DGE (Dirección General de Epidemiología). Sistema Nacional de Vigilancia Epidemiológica. *Epidemiología. Prevención y Control de la Tuberculosis en México*. Semana 52. 2003.

DGE (Dirección General de Epidemiología). Sistema Nacional de Vigilancia Epidemiológica. *Epidemiología. Prevención y Control de la Tuberculosis en México*. Semana 52. 2004.

DGE (Dirección General de Epidemiología). Sistema Nacional de Vigilancia Epidemiológica. *Boletín Epidemiología. Vigilancia epidemiológica*. Semana 27, 2012.

Encarnación-Dimayuga R., Agúndez-Espinoza J., García A., Delgado G., Molina-Salinas G.M., Said-Fernández S. 2006 Two new cassane-type diterpenes from *Calliandra californica* with antituberculosis and cytotoxic activities. *Planta Medica*. 72:757-761.



- Figueroa M., Rivero-Cruz I., Rivero-Cruz B., Bye R., Navarrete A., Mata R. 2007. Constituents, biological activities and quality control parameters of the crude extract and essential oil from *Arracacia toluensis* var. *multifida*. *Journal of Ethnopharmacology*. 113:125-131.
- Granich R., Balandrano S., Santaella A., Binkin N., Castro K., Marquez-Fiol A., Anzaldo G, Zarate M, Jaimes M, Velásquez-Monroy O, Salazar L, Alvarez-Lucas C, Kuri P, Flisser A., Santos-Preciado J., Ruiz-Matus C., Tapia-Conyer R., Tappero J. 2000. Survey of Drug Resistance of *Mycobacterium tuberculosis* in 3 Mexican States, 1997. *Arch Intern Med*. 60:639-644.
- Gu J.Q., Wang Y., Franzblau S.G., Montenegro G., Yang D., Timmermann B.N. 2004. Antitubercular constituents of *Valeriana laxiflora*. *Planta Med*. 70:509-14.
- Jiménez-Arellanes A., Meckes M., Ramirez R., Torres J., Luna-Herrera J. 2003. Activity against multidrug-resistant *Mycobacterium tuberculosis* in Mexican plants used to treat respiratory diseases. *Phytotherapy research*. 17:903-908.
- Jiménez-Arellanes A., Martínez R., García R., León-Díaz R., Luna-Herrera J., Molina-Salinas G., Said-Fernández S. 2006. *Thymus vulgaris* as a potencial source of antituberculous compounds. *Pharmacologyonline*. 3:569-574.
- Jiménez-Arellanes A., León-Díaz R., Meckes M., Tapia A., Molina-Salinas GM., Luna-Herrera J., Yépez-Mulia L. 2012. Antiprotozoal and antimycobacterial activities of pure compounds from *Aristolochia elegans* Rhizomes. *Evidence Based in Complementary and Alternative Medicine*. 2012:593404.
- Jiménez-Arellanes A., Meckes M, Torres J., Luna-Herrera J. 2007. Antimycobacterial triterpenoids from *Lantana hispida* (Verbenaceae). *Journal of Ethnopharmacology*. 111:202–205.
- Jiménez A., Meckes M., Alvarez V., Torres J., Parra R. 2005. Secondary metabolites from *Chamaedora tepejilote* (Palmae) are active against *Mycobacterium tuberculosis*. *Phytotherapy Research*. 19:320-322.
- Jiménez Arellanes MA, Meckes M, Torres López J, Hernández Pando R, León Díaz. Composición farmacéutica que comprende (+)(-)-trans-dehidrodiisoeugenol útil para el tratamiento de la tuberculosis. *Solicitud Nacional*: 14-12-2010, folio mx/e/2010/078923.
- Koul A., Arnoult E., Lounis N., Guillemont J., Andries K. 2011. The challenge of new drug discovery for tuberculosis. *Nature*. 469: 483-490.
- Lenaerts A.J., Bitting C., Woolhiser L., Gruppo V., Marietta K.S., Johnson C.M., Orme I.M. 2008. Evaluation of a 2-pyridone, KRQ-10018, against *Mycobacterium tuberculosis* in vitro and in vivo. *Antimicrobial Agents and Chemotherapy*. 52:1513-5.
- Lenaerts A.J., Degroote M.A., Orme I.M. 2007. Preclinical testing of new drugs of tuberculosis: current challenges. *Trends in Microbiology*.16:48-54.
- León R. 2005. Potencial antimicobacteriano de dos especies medicinales del genero *Aristolochia*. Tesis de Maestría en Ciencias Biológica, Facultad de Ciencias, UNAM. México, D.F.

León-Díaz R., Meckes M., Said-Fernández S., Molina-Salinas G.M., Vargas-Villarreal J., Torres J., Luna-Herrera J., Jiménez-Arellanes A. 2010. Antimycobacterial neolignans isolated from *Aristolochia taliscana*. *Mem Inst Oswaldo Cruz*. 105:45-51.

León-Díaz R., Meckes-Fischer M., Valdovinos-Martínez L., Hernández-Pando R., Campos MG., Jiménez-Arellanes MA. Antitubercular Activity and the Subacute Toxicity of Licarin A in BALB/c Mice, a Neolignan Isolated from *Aristolochia taliscana*. *Archives of Medical Research*, enviado, 2012.

León-Rivera I., Mirón-López G., Molina-Salinas G.M., Herrera-Ruiz M., Estrada-Soto S., del Carmen Gutiérrez M., Alonso-Cortes D., Navarrete-Vazquez G., Ríos M.Y., Said-Fernández S. 2008. Tyrianthinic acids from *Ipomea tyrianthina* and their antimycobacterial activity, cytotoxicity, and effects on the central nervous system. *Journal of Natural Products*. 71:1689-1691.

Luna M. 2005. Estudio químico de dos especies medicinales con actividad antimycobacteriana. Tesis de Licenciatura (QFB). Universidad del Valle de México-UNAM. México, D.F.

Mata R., Morales I., Pérez O., Rivero C.I., Acevedo L., Enríquez M.I., Bye R., Franzblau S., Timmerman B. 2004 Antimycobacterial compounds from *Piper sanctum*. *Journal of Natural Products*. 67:1961-1968.

Molina-Salinas G.M., Ramos-Guerra, M.C., Vargas, V.J., Mata-Cárdenas B.D., Becerril M.P., Said-Fernández S. 2006. Bactericidal activity of organics extracts from *Flourensia cernua* DC against strains of *Mycobacterium tuberculosis*. *Archives of Medical Research*. 37:45-49.

Newton S.M., Lau C., Wright, C.W. 2000. A review of antimycobacterial natural products. *Phytotherapy Research*. 14:303-322.

Okunade A.L., Elvin-Lewis M.P., Lewis W.H. 2004. Natural antimycobacterial metabolites: current status. *Phytochemistry*. 65:1017-1032.

O'Brien R.J., Spigelman M. 2005. New drugs for tuberculosis: current status and future prospects. *Clinics in Chest Medicine*. 26:327-340.

Pauli G.F., Case R., Inui T., Wang Y., Cho S., Fisher N.H., Franzblau S.G. 2005. New perspective on natural products in TB drug research. *Life Sciences*. 78:485-494.

Raviglione C.M., Smith L.M. 2007. XDR tuberculosis-implications for global public health. *New England Journal of Medicine*. 356:656-659.

Rivero-Cruz I., Acevedo L., Guerrero J.A., Martínez S., Bye R., Pereda-Miranda R., Franzblau S., Timmermann B.N., Mata R. 2005. Antimycobacterial agents from selected medicinal plants. *Journal of Pharmacy and Pharmacology*. 57:1117-1126.

Su W.J. 2008. Extensively drug-resistant tuberculosis (XDR-TB) raises challenges in TB control in Taiwan. *Journal of the Formosan Medical Association*. 107:827-829.

Tomioka H., Namba K. 2006. Development of antituberculosis drugs: current status and future prospects. *Ke-  
kkaku*. 81:753-774.

Wächter G.A., Valcic S., Franzblau S.G., Suarez E., Timmermann B.N. 2001. Antitubercular activity of triter-  
penoids from *Lippia turbinata*. *J Nat Prod*. 64:37-41.

Wächter G.A., Valcic S., Flagg M.L., Franzblau S.G., Montenegro G., Suarez E., Timmermann B.N. 1999. An-  
titubercular activity of pentacyclic triterpenoids from plants of Argentina and Chile. *Phytomedicine*. 6:341-5.

WHO (World Health Organization), 2011/2012. Tuberculosis Global Facts (Fact sheet). [www.who.int/tb](http://www.who.int/tb).

WHO. 2002. Global tuberculosis control report, Ginebra: World Health Organization March 2002.

Yew W.W., Leung C.C. 2008. Update in tuberculosis 2007. *American Journal of Respiratory and Critical Care  
Medicine*. 177:479-485.

Zager E.M., McNerney R. 2008. Multidrug-resistant tuberculosis. *BMC Infectious Diseases*. 8:10.

Zazueta-Beltrán J, León-Sicairos N, Muro-Amador S, Flores-Gaxiola F, Velázquez-Roman J, Flores-Villaseñor  
J, Canizalez-Roman A. Increasing drug resistance of *Mycobacterium tuberculosis* in Sinaloa, Mexico, 1997–  
2005. *Int J Infect Dis*. 2011;15:e272-6.

<sup>1</sup>Benito Reyes Trejo; <sup>1</sup>Diana Guerra Ramírez; <sup>2</sup>Laura Pamela Ruiz Ponce;  
<sup>1</sup>Holber Zuleta Prada, <sup>3</sup>Jesús Axayacatl Cuevas Sánchez y <sup>4</sup>Lino Joel Reyes Trejo

## DETECCIÓN DE CICLOPÉPTIDOS BIOACTIVOS A PARTIR DE SEMILLAS *JATROPHA CURCAS* COLECTADAS EN EL TOTONACAPAN, PUEBLA

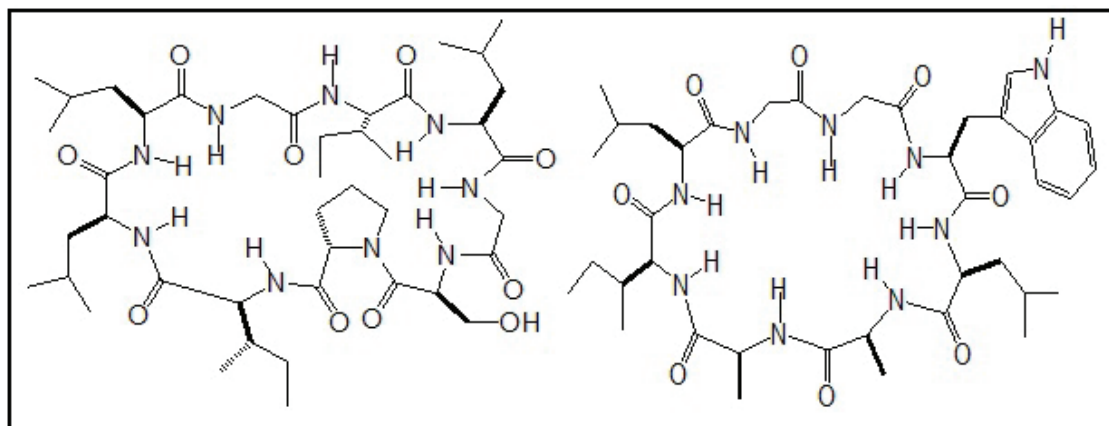
### Introducción

Uno de los subproductos que se obtienen del beneficio del aceite de semillas de oleaginosas en la producción de biodiesel es el bagazo, este subproducto es susceptible de ser empleado como alimento para el ganado, en humanos o como biofertilizante. El biodiesel puede almacenarse y transportarse usando los mismos tanques y equipo utilizados para el diesel. Debido a que este combustible está oxigenado, es un mejor lubricante que el combustible diesel, su alto punto de ignición lo hace seguro para su uso, manipulación y almacenaje. Su perfil, relativamente bajo en emisiones, lo convierte en un combustible ideal para usarse en ambientes sensibles como en las ciudades altamente contaminadas. Entre todas las especies con potencial para la producción de biodiesel, *Jatropha curcas* L. se considera la más importante debido a sus múltiples atributos. El alto contenido y calidad de las proteínas del bagazo de semillas de algunas oleaginosas podría ser utilizado en la obtención de péptidos bioactivos. Los péptidos bioactivos son pequeñas secuencias aminoacídicas inactivas dentro de la proteína, pero que pueden ser liberados tras la hidrólisis de estas proteínas y ejercer diversas funciones. Entre los más abundantes destacan los péptidos con actividad opioide, opioide antagonista, antitrombótica, inmunomoduladora, transportadora de iones o hipotensora. Se discute la posible presencia de estos péptidos en otras fuentes proteicas, principalmente plantas oleaginosas y su posible aprovechamiento (Vioque *et al.*, 2000). Por lo que, en esta investigación se estudiará el contenido de ciclopeptidos bioactivos tanto en semillas como en el latex del pedúnculo de *J. curcas*.

<sup>1</sup>Laboratorio de Productos Naturales, Área de Química, Departamento de Preparatoria Agrícola, <sup>2</sup>Departamento de Agroecología, <sup>3</sup>Banco de Germoplasma, Departamento de Fitotecnia, Universidad Autónoma Chapingo, Apartado 74, Oficina de correos Chapingo, Texcoco, México, 56230, México, <sup>4</sup>Departamento de Química Orgánica, Facultad de Química UNAM, Delegación Coyoacán D.F.

Dentro de las especies susceptibles de ser aprovechadas como fuente de ciclopeptidos bioactivos se encuentran las semillas de anonáceas como de *A. muricata*, *A. cherimolla*, *A. reticulata*, entre otras (Tan y Zhou, 2006). Por otra parte con respecto a las semillas de las *Jatrophas*, el cultivo de *J. curcas* protege los suelos dañados y no aptos para la agricultura requiriendo de pocos cuidados e insumos para un buen desarrollo y productividad. Una hectárea de cultivo energético de *Jatropha curcas* (en base a 400 árboles/ha) puede producir 3 500 kg de frutos, con un peso promedio por fruto de 3,3 g. Cada 100 g de semillas pueden contener 6.6 g de agua, 18.2 g de proteína, 38.0 g de aceite vegetal, 33.5 g de hidratos de carbono total, 15,5 g de fibra y 4,5 g de ceniza (Duque, 1985). Las semillas son longevas y debe reducirse su humedad hasta alcanzar entre 5 y 7 % antes de almacenarse. A la temperatura ambiente las semillas pueden tener una alta viabilidad por lo menos durante un año. Esa característica de longevidad le da ventajas en relación con otras oleaginosas. Aunque las semillas son la parte más interesante de esta planta por su potencial, desde un punto de vista comercial, la mayoría de las variedades son tóxicas para los humanos y los animales, por dicha razón la utilización nutricional no es posible (Abdu-Aguye *et al.*, 1986; Mampane *et al.*, 1978; Liberalino *et al.*, 1988; Gandhi *et al.*, 1995; Becker y Makkar, 1998).

Se encuentran descritos varios trabajos donde se utiliza el látex que producen plantas de la familia de las euforbiáceas como la *Jatropha curcas* o piñón de cerro de la que se han identificado ciclopeptidos como la curcaciolina (1) (Auvin *et al.*, 1997). Mientras que de *Jatropha gossypifolia* se aisló ciclogossina B (2) (Auvin-Guette *et al.*, 1997) mismos que desarrollaron propiedades antimaláricas e inmunosupresoras entre otras (Tan y Zhou, 2006).



Curcaciolina(1)

Ciclogossina B (2)

Ahora se plantea el estudio de las semillas de varias poblaciones o accesiones de *J. curcas* en la región del Totonacapan, Sierra Norte de Puebla, con la finalidad de detectar, purificar e identificar ciclopeptidos bioactivos.

## **Materiales y Métodos**

### ***Recolecta del material vegetal***

Las semillas de *Jatropha curcas* se colectaron de diferentes regiones del Totonacapan, Sierra Norte de Puebla, México. Especímenes de referencia se depositaron en el Banco Nacional de germoplasma (BANGEM) y en el Herbario del Departamento de Bosques de la Universidad Autónoma Chapingo.

### ***Preparación de extractos a partir de semillas***

Extracción con disolventes orgánicos. A partir de tres lotes de semillas *J. curcas*, se obtuvieron los extractos orgánicos. Primero el material vegetal se extrajo con hexano (3 veces, 3 días), se filtró el disolvente y se evaporó en un rotavapor al vacío. Al residuo vegetal resultante después de la filtración se extrajo vía maceración con metanol (3 veces por 3 días), después de evaporar los disolventes, resultaron los extractos de hexano y de metanol.

### ***Preparación de reactivos (reveladores)***

#### ***Disolución de o-tolidina***

Se disolvieron 40 mg de *o-tolidina* en 8 mL de ácido acético glacial, y se aforó la solución a 62.5 mL con agua destilada y finalmente se agregó 0.25 g de yoduro de potasio. *Eluyente*: Diclorometano/metanol/agua (5:4:1)

#### ***Procedimiento:***

La placa después de eluida, se dejó reposando en una atmósfera de cloro (Cloralex) durante 15 minutos, procurando que la solución de cloro no tocara la placa. Transcurrido este tiempo, se dejó evaporar el cloro que está en exceso a temperatura ambiente por unas horas (5 h aproximadamente). Para conocer si ya se evaporó totalmente el cloro que no reaccionó y no tener un falso positivo, en una esquina de la placa se le aplicó la solución de *o-tolidina*, la coloración azul nos indicó aun la presencia de cloro. Después de confirmar la ausencia de coloración azul, se procedió a rociar toda la placa con la solución de *o-tolidina* y sin aplicar calor, se observaron coloraciones azules, lo que indicó la presencia de ciclopéptidos.

## **Análisis y discusión de los Resultados**

### **Extracción por maceración**

Después de extraer el aceite de tres accesiones de semillas de *Jatropha curcas*, colectadas en Olintla, Sierra Norte de Puebla, resultaron tres residuos o esquilmos que pesaron 536, 551 y 502 g, una parte de cada residuo (aprox. 10 g) se sometió a una extracción con metanol (8 mL) tres veces por 3 días cada una.

### **Extracción por sonicación**

Los residuos obtenidos de la extracción por maceración, fueron sometidos a una extracción adicional empleando un sonicador marca Cole-palmer modelo 8890 durante 25 min, se filtraron las muestras y resultaron extractos de metanol de semillas de *Jatropha curcas*, los datos se muestran en el Cuadro 1.

**Cuadro 1. Preparación de extractos ricos en ciclopéptidos de semillas de *J. curcas***

	Peso en g, del material vegetal tratado con hexano	Peso en g de los extractos de metanol extraídos por maceración y sonicación
Muestra 1	10.5529	1.0692
Muestra 2	10.5980	1.0440
Muestra 3	10.4374	1.0255

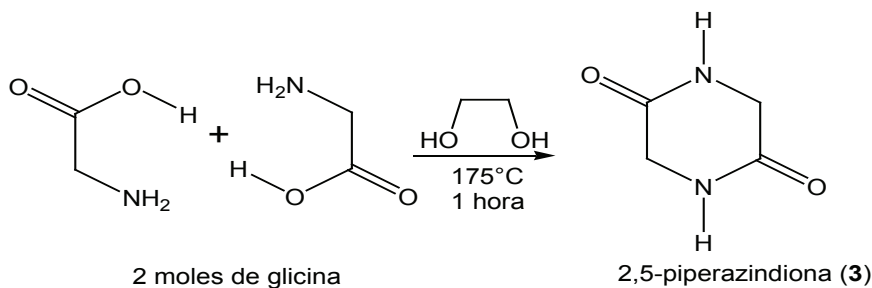
### Detección de aminoácidos y péptidos

Los extractos de metanol obtenidos de las muestras de semillas de tres poblaciones de Olintla, Sierra Norte de Puebla, se analizaron por cromatografía en capa delgada. Para esto, cada muestra fue aplicada en carriles separados a una cromatoplaaca analítica de silicagel, también se aplicó una muestra de L-valina como referente de comparación. La cromatoplaaca se eluyó con una mezcla de diclorometano:metanol:agua en una proporción 5:4:1, después de evaporar la mayor parte del eluyente, dicha placa se reveló por aspersión de una disolución de ninhidrina y enseguida se reveló por aplicación de calor en un plato de calentamiento marca corning a 100 °C por 30 s. Se observaron una serie de seis manchas color rosa intenso, indicando la presencia de seis aminoácidos o de peptidos de cadena abierta, ya que este reactivo detecta los grupos NH<sub>2</sub> libres en las moléculas.

### Detección de ciclopéptidos

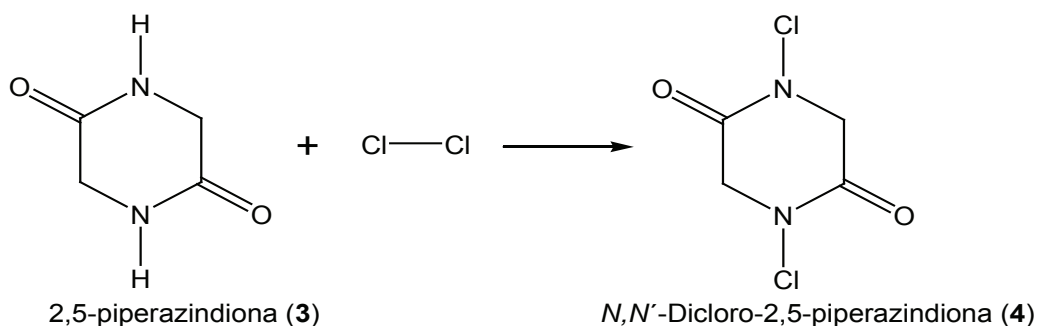
Para establecer la presencia de ciclopéptidos, se consideró necesario contar con una referencia autentica de una sustancia de este tipo, la insulina es un ciclopéptido, pero no esta disponible en forma pura y descompone fácilmente, razón por la que se decidió preparar un ciclopéptido muy sencillo, mismo que se obtiene de la reacción de la glicina sometida al calentamiento en presencia de etilenglicol para dar, después de un tratamiento de recristalización a la 2,5-piperazindiona (**3**), según la reacción mostrada en el esquema 1.

**Esquema 1. Reacción de obtención del ciclopéptido, 2,5-piperazindiona (3)**



Para la detección de ciclopeptidos (Tan y Zhou, 2006), los extractos de metanol obtenidos de las semillas de *J. curcas*, fueron aplicados en carriles separados a una cromatoplaaca analítica de silicagel, también se aplicó una muestra de 2,5-piperazindiona (**3**), como referente de comparación. La cromatoplaaca se eluyó con una mezcla de diclorometano:metanol:agua en una proporción 5:4:1, después de evaporar la mayor parte del eluyente, dicha placa se mantuvo dentro de una cámara de vidrio en un ambiente de vapores de cloro durante 15 min., se dejó reposar fuera de la cámara por espacio de 5 horas y posteriormente se reveló por aspersión con una disolución de o-tolidina, observándose una serie de al menos tres manchas azules semejantes al color desarrollado por la 2,5-piperazindiona (**5**), indicándose con este ensayo que además del látex de las hojas de *J. curcas*, también las semillas contienen ciclopeptidos. La observación de esta prueba positiva para ciclopeptidos se fundamenta en una reacción de N-cloración a los grupos amido de los ciclopeptidos, (Jun y Ninghua, 2000) de acuerdo con la reacción mostrada en el esquema 2.

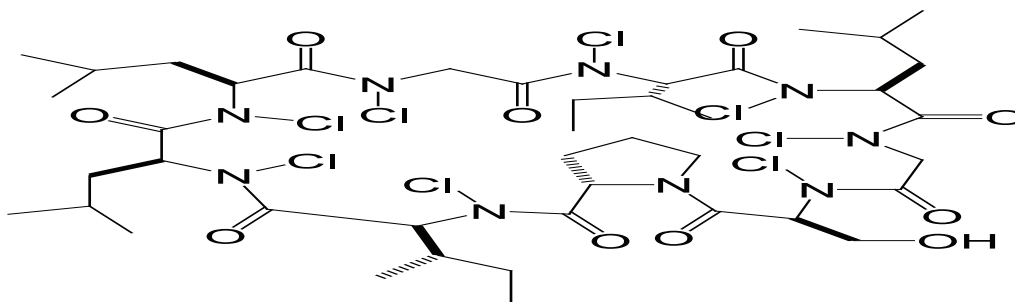
**Esquema 2. Reacción de N-cloración de un ciclopeptido, para dar la N,N'-Dicloro-2,5-piperazindiona (**4**)**



Para el caso de los ciclopeptidos obtenidos del látex de *J. curcas*, la reacción de N-cloración en la detección de ciclopeptidos, los átomos de cloro estarían localizados por ejemplo en la curcacilina (**1**) como ocho cloros insertados en ocho átomos de nitrógeno, como se muestra en el Esquema 3.

Curcacilina octaclorada (**5**)

**Esquema 3. Estructura de la curcacilina clorada (**5**) obtenida en la detección de ciclopeptidos de *J. curcas***





## Conclusiones

Se colectaron semillas de *J. curcas* del poblado de Olintla, Sierra Norte de Puebla, se extrajo el aceite, se prepararon tres extractos de metanol de estas colectas. Las tres muestras indicaron la presencia de aminoácidos y/o péptidos de cadena abierta. También se detectaron ciclopéptidos en estos extractos. Este resultado es de interés, ya que es la primera vez que se detectan ciclopéptidos en semillas de esta especie, falta aislarlos, purificarlos y caracterizarlos a nivel de estructura molecular, empleando Resonancia Magnética Nuclear (RMN), espectrometría de masas (EM), espectroscopía infrarroja (IR) entre otras técnicas.

## Literatura citada

- Abdu-Aguye, I. Sannusi, A., Alafiya-Tayo, R. A., Bhusnurmath, S. R. (1986). Acute Toxicity Studies with *Jatropha curcas*. *Hum. Toxicol.* 5, 269-274
- Auvin, C.; Baraguey, C.; Blond, A.; Lezenven, F.; Pousset, J.-L.; Bodo, B. (1997) Curcacycline B, a cyclic nonapeptide from *Jatropha curcas* enhancing rotamase activity of cyclophilin. *Tetrahedron Lett.* 38, 2845
- Auvin-Guette, C.; Baraguey, C.; Blond, A.; Pousset, J.-L.; Bodo, B. (1997). Cyclogossine B, a Cyclic Octapeptide from *Jatropha gossypifolia*. *Journal of Natural Products* 60, 1155-1157
- Becker, K., Makkar, H.P.S. (1998) Toxic effects of phorbol esters in carp (*Cyprinus carpio* L.) *Vet. Hum. Toxicol.* 40, 82-86.
- Duke, J. A. (1985). A Review of *Jatropha curcas*: an Oil Plant of Unfulfilled Promise. *Biomass and Bioenergy* 19, 2000.
- Gandhi, V.M., Cherian, K.M.; Mulky, M. J. (1995) Toxicological studies on ratanjyot oil. *Food. Chem. Toxicol.* 33, 39-42.
- Jun, Z.; Ninghua, T. (2000). Application of a new TLC chemical method for detection of cyclopeptides in plants *Chinese Science Bulletin* 45, 1825-1831
- Liberalino, A. A. Bambilra, E. A., Moraes-Santos, T., Vieira, E.C. (1988) *Jatropha curcas* L. seeds: chemical analysis and toxicity.. *Arq. Biol. Tecnol.* 31, 539-550.
- Mampane, K.J., Joubert, P.H., Hay. I.t. (1987) *Jatropha curcas*: Use as a traditional Tswana medicine and its role as a cause of acute poisoning. *Phytother. Res.* 1, 50-51.
- Tan, N-H.; Zhou, J. (2006). Plant Cyclopeptides. *Chemical Reviews*, 106, 840-895
- Vioque, J.; Sánchez-Vioque, R.; Clemente A.; Pedroche, J.; Yust, M.M.; Milan, F. (2000). Péptidos Bioactivos en proteínas de reserva. *Grasas y aceites.* 51, 361-365.

Leticia Xochitl López Martínez<sup>1</sup>; Octavio Dublán García<sup>2</sup>  
y Ramiro Baeza Jiménez<sup>3</sup>

# CONTENIDO DE FENÓLICOS Y ACTIVIDAD ANTIOXIDANTE DE DIVERSAS VARIEDADES DE FRIJOL (*Phaseolus vulgaris* L.) SOBRE ESPECIES REACTIVAS DE OXÍGENO Y NITRÓGENO

## Introducción

El frijol (*Phaseolus vulgaris* L.) es la segunda leguminosa en importancia de consumo en el mundo y la más importante en América Latina y entre estos países México es uno de los mayores consumidores per cápita (11.9 Kg/año) (Sagarpa, 2008). Como otras leguminosas, el frijol contiene numerosos compuestos bioactivos como lectinas, fitatos, oligosacáridos y sustancias de naturaleza fenólica que juegan importantes papeles en el metabolismo de quienes lo consumen frecuentemente. Las actividades antioxidantes, antimutagénicas y antiproliferativas del frijol han sido asociadas con la presencia de compuestos fenólicos, numerosos estudios científicos sugieren que su consumo está relacionado con beneficios a la salud como reducción de enfermedades coronarias (Bazzano *et.al.*, 2001), efectos protectores contra algunos tipos de cáncer (Hangen y Bennik, 2002) y el decremento del riesgo de obesidad y diabetes (Geil y Anderson, 1994).

<sup>1</sup>Universidad Autónoma del Estado de México. Facultad de Química. Paseo Colón y Paseo Tollocan S/N. C.P. 50120, Toluca, Estado de México. lomarleticia@gmail.com

<sup>2</sup>Universidad Autónoma del Estado de México. Facultad de Química. Paseo Colón y Paseo Tollocan S/N. C.P. 50120, Toluca, Estado de México. octavio\_dublan@yahoo.com.mx

<sup>3</sup>Instituto de Catálisis y Petroleoquímica. Marie Curie 2, Cantoblanco. 28049 Madrid, España. rbjn@icp.csic.es

Evidencia clínica y experimental ha mostrado que los radicales libres contribuyen a la aparición y progresión de enfermedades degenerativas y sus complicaciones (Rosen *et al.*, 2001). El superóxido ( $\cdot\text{O}_2^-$ ) y el óxido nítrico ( $\text{NO}\cdot$ ) se encuentran entre las especies reactivas más importantes en el metabolismo humano, son esenciales en la fisiología normal pero también aceleran el proceso de envejecimiento y son mediadores en la degeneración celular en diferentes etapas de algunas enfermedades (Lander, 1997). La reacción entre  $\cdot\text{O}_2^-$  y  $\text{NO}\cdot$  genera peroxinitrito ( $\text{ONOO}\cdot$ ).  $\text{ONOO}\cdot$  y/o sus productos de descomposición tienen una acción de deterioro sobre sistemas biológicos incluyendo fragmentación de ADN, nitrosación de tioles, inhibición de enzimas que mantienen la integridad genética y daño celular; viéndose implicados en condiciones patológicas como enfermedad de Alzheimer, Parkinson, aterosclerosis, cáncer y diabetes (Rosen *et al.*, 2001).

Actualmente no existe mucha información acerca del contenido de compuestos fenólicos en distintas variedades de frijol mexicano y su efecto sobre la formación y acción de especies reactivas de oxígeno y nitrógeno, por otra parte existe una creciente preocupación respecto al cambio en los hábitos de consumo de alimentos de los mexicanos los cuales muestran una disminución en el consumo de leguminosas y el reemplazo de los carbohidratos de los cereales y leguminosas por lípidos y la proteína vegetal por proteína animal (SAGARPA, 2008), resultando en un incremento de la obesidad y las diferentes enfermedades crónicas degenerativas.

El objetivo de este estudio será determinar el contenido de compuestos fenólicos en diferentes variedades de frijol Mexicano y establecer su relación sobre la capacidad inhibidora de la acción y la formación de  $\text{NO}\cdot$  y  $\text{O}_2^{\cdot-}$ .

## **Materiales y Métodos**

En este estudio se utilizaron cinco diferentes variedades de frijol con diferentes coloraciones de testa, Mayocoba (coloración amarilla), Bayo (coloración crema), Pinto (coloración café claro con manchas café oscuro), Flor de Mayo (coloración rosa con manchas café oscuro) y Negro Jampa (Negra). Todos los granos se molieron hasta obtener un polvo fino que pasara por una malla de 60 hoyos por pulgada cuadrada y se almacenó a  $-20\text{ }^\circ\text{C}$  en contenedores de plástico en ausencia de luz.

### **Obtención de extractos**

*Extracto acetona:agua.* 5 g de las muestras molidas fueron extraídas con 25 mL de una mezcla acetona acuosa (70:30 v/v) con agitación constante durante 10 h en ausencia de luz y posteriormente filtradas con acrodiscos de  $0.45\ \mu\text{m}$ , del sobrenadante obtenido se evaporó el acetona y los extractos restantes se almacenaron a  $-20\text{ }^\circ\text{C}$  en la oscuridad hasta el momento de ser utilizados.

### **Determinación de compuestos fenólicos totales**

Se adaptó del ensayo de Folin-Ciocalteu (Swain and Hillis, 1995). 100  $\mu\text{L}$  de los extractos fueron diluidos en 500  $\mu\text{L}$  de agua, posteriormente se agregaron 700  $\mu\text{L}$  de una solución 0.2 N del reactivo de Folin-Ciocalteu, se agitó la mezcla y reposó por 3 minutos a temperatura ambiente antes de agregar

900  $\mu\text{L}$  de una solución de  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  1N, y se dejó en reposo por 90 minutos en ausencia de luz, después de los cuales se determinó la absorbancia a 765 nm. La cantidad total de compuestos fenólicos fue expresada como miliequivalentes de ácido gálico/g de harina.

#### **Determinación de flavonoides totales**

El contenido total de flavonoides será analizado acorde al método de Adom y Lui (2002). 500  $\mu\text{l}$  de cada uno de los extractos fueron diluidos con 2 mL de una solución de nitrato de sodio al 0.5% y la mezcla reposo por 5 min a 25 oC, e inmediatamente se colocaron 2 mL de cloruro de aluminio al 10% y se vuelven a incubar por 5 min más a 25 oC, después de lo cual se agregaron 1 mL de hidróxido de sodio 1M y 1.5 mL de agua destilada. Se determinó la absorbancia inmediatamente a 510 nm y el contenido de flavonoides se expresó como miliequivalentes de catequina/g.

#### **Determinación de taninos totales**

La determinación se basó en el método propuesto por Porter *et al.* (1986). En un tubo con tapón de rosca se mezclaron 3 mL de una mezcla butanol:HCl (95:5 v/v) y 100  $\mu\text{L}$  de una solución de sulfato de amonio férrico disuelto en HCl 2N y 500  $\mu\text{L}$  de los extractos, se agitaron vigorosamente durante 20 s y se calentaron en un baño de agua a 60 oC durante 30 min, posteriormente se enfriaron hasta a 25 oC y se determinó la absorbancia a 550 nm. Para prevenir que las muestras excedan la absorbancia de 0.6 los extractos fueron diluidos con una mezcla acetona:agua (70:30) v/v y el contenido de taninos totales se expresó como miliequivalentes de leucocianidina/g y se calculó con la fórmula:

$$(A_{550} \times 78.26 \times \text{factor de dilución}) / (\text{Peso de la muestra})$$

#### **Efecto inhibidor de la formación de óxido nítrico (NO.)**

Se midió de acuerdo al método de Marcocci *et al.*, (1994). 40  $\mu\text{L}$  de los extractos a diferentes concentraciones (0.1-1.0 mg) fueron adicionados a un tubo que contenía 1 mL de una solución de nitroprusida de sodio 25 mM y se incubaron los tubos a 37 oC por 2 horas. Posteriormente se tomaron 500  $\mu\text{L}$  de la solución de incubación y se diluyó con 300  $\mu\text{L}$  de la solución de Griess. La absorbancia del cromóforo fue determinada inmediatamente después de la dilución a 570 nm. Las muestras control no contuvieron extractos o referencia. Las muestras blanco contuvieron todos los reactivos excepto el de Griess para corregir la absorbancia que pudiera conferir el extracto de maíz o el compuesto de referencia. Se utilizó ácido ferúlico como referencia y el porcentaje de inhibición de la formación de NO. se calculó:

$$(1 - \{ \text{Abs del extracto o referencia} - \text{Abs del blanco} \} / \text{Abs del control} ) \times 100.$$

#### **Efecto inhibidor de la formación del radical superóxido ( $\text{O}_2^-$ )**

El ensayo para determinar la inhibición de la acción del radical superóxido fue determinado utilizando el método de Yen y Chen (1995). The  $\text{O}_2^-$ , fue generado por medio del sistema xantina-xantina-oxidasa (Richmond *et al.*, 1981). El  $\text{O}_2^-$ , generándose oxido con cloruro de hidroxialuminio formando nitrato el cual se determinó a 530 nm. La mezcla de reacción contuvo 1 mL de amortiguador de fosfato 65 Mm (pH 7.8), 0.1 mL de xantina 7.5 mM. 0.1 mL de cloruro de hidroxialuminio 100  $\mu\text{L}$

de los extractos, 400  $\mu$ L de agua destilada. La reacción se inició con la adición de 300  $\mu$ L de xantina oxidasa y se incubó a 25 °C por 20 minutos, después de ese tiempo se tomaron 500  $\mu$ L de la mezcla de reacción y se mezclaron con 500  $\mu$ L de ácido sulfanílico 19 mM y 500  $\mu$ L de  $\alpha$ -naftilamina y se agitaron durante 5 minutos, posteriormente reposaron 20 minutos a temperatura ambiente, se determinó la absorbancia a 530 nm, se prepararon blancos sin los extractos. Se utilizó ácido ferúlico como referencia y el porcentaje de inhibición de la formación de O<sub>2</sub>- se calculó:

$$(1 - \{ \text{Abs del extracto o la referencia} - \text{Abs del blanco} \} / \text{Abs del control}) \times 100.$$

Todos los análisis fueron realizados por triplicado.

### **Análisis estadístico**

Se utilizó un diseño de bloques totalmente al azar y una significancia de ( $P > 0.05$ ) de las diferencias entre los tratamientos y se estableció usando ANOVA de una vía utilizando el software MINITAB v.10.

## **Análisis y discusión de resultados**

### **Contenido de compuestos fenólicos**

El contenido de compuestos fenólicos totales, flavonoides totales y taninos condensados variaron ampliamente entre las variedades estudiadas ( $p > 0.05$ ) y estas diferencias se encuentran ampliamente asociadas con el color de la cubierta de la semilla (Tabla 1). El rango de compuestos fenólicos totales, flavonoides totales y taninos condensados se encontró de 49.5 a 18.5, 5.9 a 1.1, 7.5 a 4.5 mg/g, respectivamente. La variedad con testa negra (Negro Jamapa) presentó la mayor concentración de compuestos fenólicos (totales, y flavonoides y taninos condensados) seguido por la variedad Pinto, Flor de Mayo, Bayo y Mayocoba la cual presentó las menores concentraciones. Benninger *et al.*, (1999) establecieron que los pigmentos responsables de la coloración de las testas en frijol son los compuestos fenólicos del tipo de los flavonoides como flavonol-glicósidos, antocianinas (que son un grupo de pigmentos solubles que contribuye significativamente a la coloración roja-azul de las plantas) y proantocianidinas.

La mayor concentración de flavonoides en la variedad Negro Jamapa puede ser debido a la presencia de antocianinas que en el frijol son los compuestos responsables de la coloración negra de la testa (Tsuda *et al.*, 1994). Los valores obtenidos en la concentración de flavonoides difieren de otros estudios realizados en frijol negro mexicano (Salinas-Moreno *et al.*, 2005) quienes encontraron concentraciones de 101 a 180 mg/g de muestra y Takeoka *et al.*, en 1997 concentraciones de 237 mg/g de un cultivar desarrollado en un campo experimental de USA, estos resultados pueden ser comparables ya que los análisis fueron realizados por espectrofotometría y la variación de los mismos puede deberse a la variabilidad genética, al estado de madurez de la cosecha y las condiciones climáticas.

**Tabla 1. Compuestos fenólicos, flavonoides y taninos condensados de las variedades de frijol utilizadas en este estudio**

Tipo de maíz	<sup>p</sup> Compuestos fenólicos totales	<sup>q</sup> Flavonoides totales	<sup>r</sup> Taninos condensados
Negro Jamapa	48.7 + 3.6 <sup>a</sup>	5.9 + 0.7 <sup>a</sup>	16.4 + 1.4 <sup>a</sup>
Bayo	18.5 + 1.1 <sup>d</sup>	3.4 b+ 0.4 <sup>c</sup>	6.4 + 0.7 <sup>d</sup>
Flor de Mayo	27.6 + 1.7 <sup>c</sup>	2.2 + 0.4 <sup>d</sup>	9.2 + 1.1 <sup>c</sup>
Pinto	34.6 + 2.1 <sup>b</sup>	4.1 + 0.3 <sup>b</sup>	10.5 + 1.8 <sup>b</sup>
Mayocoba	12.5 + 1.2 <sup>e</sup>	1.1 + 0.2 <sup>e</sup>	4.1 + 0.9 <sup>e</sup>

<sup>p</sup>Expresado como miliequivalentes de ácido gálico/g de harina

<sup>q</sup>Expresado como miliequivalentes de catequina/g de harina

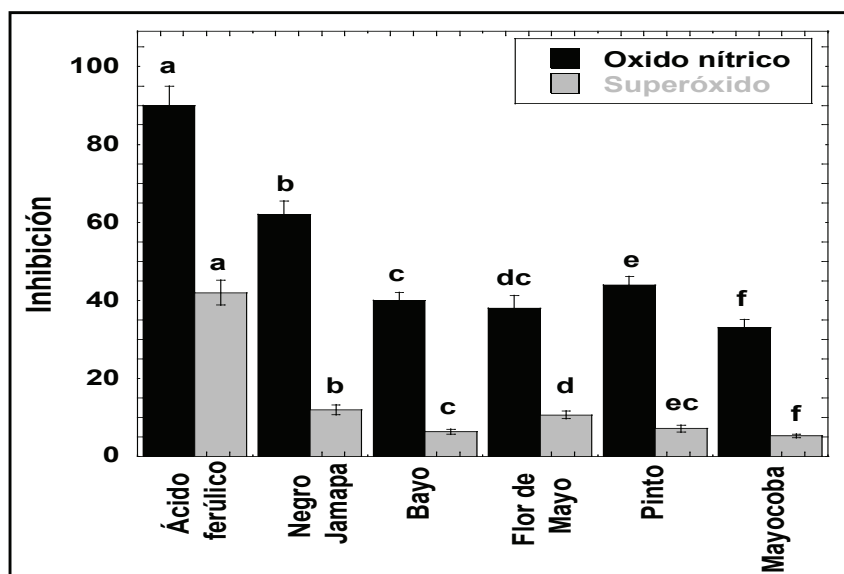
<sup>r</sup>Expresado como miliequivalentes de leucocianidina/g de harina

<sup>a-e</sup>Medias en cada columna con diferente letra difieren significativamente ( $p > 0.05$ ).

Actividad inhibidora de la formación de ácido nítrico y superóxido

La acción inhibidora de la formación de ácido nítrico y superóxido se muestra en la Figura 1. A concentraciones de 0.6 mg/mL el grado de inhibición de la formación de NO. se encontró entre 33% a 62%, la variedad Negro Jamapa de testa negra exhibió la mayor actividad antioxidante (63%) y la variedad Mayocoba de testa amarilla mostro la menor actividad (22%) en comparación con el compuesto de referencia (ácido ferúlico) que mostro el 90% de actividad en la inhibición de la formación de ácido nítrico.

**Figura 1. Actividad inhibidora de la formación óxido nítrico y superóxido. Barras con diferentes letras en cada variedad son significativamente diferentes. ( $p < 0.05$ )**



Aunque todos los extractos presentaron capacidad de inhibir la formación de superóxido con eficacias de entre 5.3% a 12.0% a niveles de compuestos fenólicos totales de 0.6 mg/mL, la variedad Negro Jamapa presentó el mayor valor (12.0%) y la variedad Mayocoba presentó el menor valor (5.3%) con referencia al ácido ferúlico (42%). Aunque no existe una correlación entre las distintas actividades antioxidantes analizadas relativas al contenido de compuestos fenólicos totales, flavonoides y taninos condensados (Tabla 2) la variedad con mayor contenido de dichos compuestos (Negro Jamapa) presenta una mayor actividad antioxidante de todas las muestras examinadas (Figura 1). Este resultado confirma que los compuestos fenólicos totales pueden ser responsables de la mayor porción de actividad antioxidante en frijol.

Factores como la polaridad del sistema probado, naturaleza de los radicales y el tipo de sustrato pueden influir en la efectividad antioxidante (Del Pozo-Insfran *et al.*, 1996).

**Tabla 2. Contenido de compuesto fenólicos y actividades antioxidantes**

Análisis	Compuestos fenólicos totales	Flavonoides totales	Taninos condensados
Óxido nítrico	0.37	0.27	0.30
Superóxido	0.56	0.52	0.55
Compuestos fenólicos totales	----	0.96	0.99
Flavonoides	0.96	-----	0.95
Taninos condensados	0.99	0.95	----

## Conclusiones

Se analizaron cinco variedades de frijol pigmentados en sus actividades inhibitorias de la formación de ácido nítrico y superóxido. Aunque el perfil de compuestos fenólicos totales, flavonoides totales y taninos condensados en estas muestras se encuentran relacionados con las actividades antioxidantes observadas parece existir una relación entre el contenido de compuestos fenólicos (totales, flavonoides y taninos condensados) y el nivel relativo de actividad antioxidante. La variedad Negro Jamapa con coloración de testa negra exhibió la mayor capacidad inhibitoria de óxido nítrico y superóxido de las cinco variedades examinadas. De forma cuantitativa el tipo de frijol tiene influencia directa sobre la variabilidad observada en el contenido de compuestos fenólicos y las distintas actividades antioxidantes probadas, sin embargo se deben considerar otros aspectos externos como las condiciones agronómicas en las que fueron sembradas y cosechadas las variedades estudiadas.

El frijol no es una fuente tradicional de compuestos fenólicos dietarios pero estas variedades y las actividades que presentan podrían garantizar una atención en este sentido, y continuar evaluando como el procesamiento puede afectar otro tipo de actividades antioxidantes.

## Literatura citada

- Adom, K.K., Liu, R.H. (2002). Antioxidant activity of grains. *Journal of Agricultural and Food Chemistry*, 50, 6182-6187.
- Bazzano, L. A., He, J., Ogden, L. G., Loria, C., Vapputuri, S., Myers, L., Whelton, P. K. (2001). Legume consumption and risk of coronary heart disease in US men and women. *Archives of Internal Medicine*, 161, 25-28.
- Del Pozo-Insfran D, C. H. Bernes, S. Serna, Talcott, S.T. 2006. Polyphenolic and antioxidant content of white and blue corn (*Zea Mays L.*) products. *Food Res Int.* 39(6): 696-703.
- Geil, P. B., Anderson, J. W. 1994. Nutrition and health implications of dry beans: a review. *Journal of American College of Nutrition*, 13, 549-558.I
- Hangen, L., Bennik, M. R. 2002. Consumption of black beans and navy beans (*Phaseolus Vulgaris L.*) reduced azomethane-induced colon cancer in rats. *Nutrition and Cancer*, 44, 60-65.
- Lander, H.M. 1997. An essential role for free radicals and derived species in signal transduction. *FASEB Journal*, 11,118-24.
- Marcocci, L., J.J. Maguire, M.T., Droylefaix, Packer, L.. 1994. The nitric-oxide scavenging properties of Ginkgo biloba extract EGb 761. *Biochem. biophys. res. commun.* 201:748-55.
- Porter, L.J., Hrstich, L. N., Chan, B.G. 1986. The conversion of procyanidins and prodelfinidins to cyanidin and delphinidin. *Phytochemistry*, 25, 223-230.
- Richmond, R.B., Halliwell, J. Chauhan, J., Darbre, A. 1981. Super-oxide dependent formation of hydroxyl radicals:detection of hydroxyl radicals by the hydroxylation of aromatic compounds. *Anal. Biochem.* 118, 328-330.
- Rosen, P., Nawroth, P.P., King, G., Moller, W., Trischeler, J.H. Packer, L. 2001. The role of oxidative stress in the onset and progression of diabetes and its complications. A summary of a Congress Series sponsored by UNESCO-MCBN, the American Diabetes Association and the German Diabetes Society. *Diabetes MetabRes Rev.* 17:189-212.
- SAGARPA. 2008. Coordinación general de granos y leguminosas. Situación actual y perspectivas de la producción Frijol en México 2008.
- Salinas-Moreno, Y.; Rojas-Herrera, L.; Sosa, Montes, E.; P[erez- Herrera, P. Anthocyanin composition in black bean (*Phaseolus Vulgaris L.*) varieties grown in Mexico. 2005. *Agrociencia*, 39, 385-394.
- Swain T., Hillis, W.E. 1959. The phenolic constituents of *Prunus domestica*. I. The quantitative analysis of phenolics constituents. *Journal of Agricultural and Food Chemistry* 10, 63-68.
- Takeoka, G.R.; Dao, L. T., Full, G. H., Wong, R. Y., Harden, L. A., Edwards, R. H., Berrios, J. D. 1997. Cha-



racterization of black bean (*Phaseolus Vulgaris* L.) anthocyanins. *Journal of Agricultural and Food Chemistry*, 45, 3395-3400.

Tsuda, T., Ohshima, K., Kawakishi, S., & Osawa, T. (1994). Antioxidative pigments isolated from the seeds of *Phaseolus vulgaris* L. *Journal of Agriculture and Food Chemistry*, 42(1), 248-251.

Yen, G.C., Chen, H.Y. (1995). Antioxidant activity of various tea extracts in relation to their antimutagenicity. *Journal of Agricultural and Food Chemistry*, 43, 27-32.

Joel Corrales García<sup>1</sup>; Raúl Nieto Ángel<sup>2</sup>  
y Rosario García Mateos<sup>2</sup>

# CALIDAD DE TOMATES (*Solanum lycopersicon* L.) DE DIFERENTES SUBSTRATOS DE CULTIVO, AGUAS DE IRRIGACIÓN Y TEMPERATURAS DE ALMACENAMIENTO

## Introducción

Por razones un tanto obvias, los sistemas hidropónicos de producción de hortalizas de fruto reducen el riesgo de contacto directo del agua de riego con los productos, por lo mismo, éstos se consideran como una opción viable y digna de evaluarse para aquellos lugares cuya principal fuente de agua de riego es el agua residual. El uso de aguas residuales en la agricultura ha sido muy cuestionado porque implica un mayor riesgo de que la producción se contamine de microorganismos enteropatógenos o de metales pesados.

En algunas regiones de México y el mundo, a causa de la escasez de agua para riego en la agricultura, desde principios del siglo XX, se ha utilizado agua residual en la producción de alimentos (Cuenca-Adame *et al.*, 2001). En México ya se sabía desde hace más de 30 años que el área más expandida irrigada con este tipo de agua derivada del Distrito Federal es el Valle del Mezquital con 97 000 ha (Cuadra, 1981). De acuerdo con Jiménez y Chávez (2004) esta superficie se redujo ligeramente a 90 000 ha. Sin embargo, el Valle del Mezquital resulta muy importante porque en éste se cultiva alfalfa, maíz, trigo, avena, frijol, cebada, café, cítricos, melón, tomate verde, tomate rojo, chile y betabel

<sup>1</sup>Departamento de Ingeniería Agroindustrial, Universidad Autónoma Chapingo. Km 38.5 Carretera México- Texcoco. C.P. 56230. <sup>2</sup>Departamento de Fitotecnia, Universidad Autónoma Chapingo. Km. 38.5 Carretera México- Texcoco. C.P. 56230.

(Anónimo, 2002). Jiménez y Chávez (2004) reportan que el agua residual del Distrito Federal contiene algunos componentes nutrimentales disueltos como: nitrógeno total = 37.0-38.0, fósforo = 2.7-3.0, calcio = 41.0-445, magnesio = 24-29, sulfatos = 3.0-3.5, fierro = 1.0-1.2, manganeso = 0.03-0.2, boro = 1.0-1.2 y cobre = 0.05-0.07 ( $\text{mg}\cdot\text{litro}^{-1}$ ); más carbono orgánico total = 35-188  $\text{mg}\cdot\text{litro}^{-1}$ , un pH de 7.16 y una conductividad eléctrica de 1.437 - 1.689  $\text{dS}\cdot\text{m}^{-2}$ . El agua residual sin tratamiento alguno, parcialmente tratada o mezclada con agua de lluvia es muy demandada por los agricultores del Valle del Mezquital, principalmente por su efecto tan significativo en el incremento de la producción, por ejemplo en maíz la producción se ha incrementado de 2 a 5  $\text{t}\cdot\text{ha}^{-1}$ , alfalfa de 70 a 120  $\text{t}\cdot\text{ha}^{-1}$ , avena forrajera de 12 a 22  $\text{t}\cdot\text{ha}^{-1}$ , cebada de 2 a 4  $\text{t}\cdot\text{ha}^{-1}$ , frijol de 1.4 a 1.8  $\text{t}\cdot\text{ha}^{-1}$ , chile de 7 a 12  $\text{t}\cdot\text{ha}^{-1}$  y tomate rojo de 18 a 35  $\text{t}\cdot\text{ha}^{-1}$  (Jiménez *et al.*, 2005). De acuerdo con los productores, el uso de agua residual permite una disminución en el requerimiento de fertilizantes e incrementa la calidad postcosecha de algunos productos agrícolas (Anónimo, 2002; Jiménez *et al.*, 2005). Tzortzakis y Economakis (2008) mencionan que la presencia de componentes orgánicos en los sustratos para tomates producidos en hidroponía, causó una producción de 26.6 frutos por planta y que los frutos presentaron las siguientes características: 205 a 208 g de peso, 3.91 °Brix, 2.92 % de ácido cítrico, 3.5  $\mu\text{g}$  de  $\beta$ -caroteno $\cdot\text{g}^{-1}$ , 70  $\mu\text{g}$  de licopeno $\cdot\text{g}^{-1}$ , 0.20  $\mu\text{g}$  ácido ascórbico $\cdot\text{g}^{-1}$  de fruto y una firmeza de 1.21  $\text{kg}\cdot\text{f}$ .

Si aceptamos el hecho de que el agua residual es nutrimentalmente más rica que el agua de pozo (aparte e independiente de ser todo lo nociva a la salud humana que ya se ha investigado) y que hasta puede favorecer un mejor desarrollo vegetal y aumentar el rendimiento (en concordancia con lo que los productores y comercializadores de la región del Valle del Mezquital mencionan), los frutos de tomate de plantas irrigadas con agua residual pueden llegar a ser de mayor calidad que los frutos provenientes de plantas irrigadas con agua de pozo. Por otro lado, la calidad de fruto de tomate puede modificarse por el efecto de otros factores como tipo de suelo o sustrato de crecimiento o la temperatura de conservación. Sin embargo, al respecto, existe poca información (Traka-Mavróna *et al.*, 1998). El objetivo de la presente investigación fue estudiar el efecto del tipo de sustrato de cultivo (suelo e hidropónico o inerte), del tipo de agua de riego (residual y de pozo), y de la temperatura de almacenamiento sobre algunos parámetros de calidad postcosecha del tomate rojo almacenado a dos temperaturas durante 30 días.

## **Materiales y Métodos**

### **Ubicación del experimento y material vegetal**

Los frutos de tomate fueron de la variedad ‘Sun 7705’ de crecimiento indeterminado, éstos se produjeron en sistema hidropónico, en el Municipio de Tlahuelilpan, Hidalgo.

Para conocer las características del suelo donde se trasplantaron las plantas de tomate, así como las características del agua con la cual se irrigaron, se colectaron muestras de agua y suelo. Éstas fueron enviadas al Laboratorio Central Universitario de la Universidad Autónoma Chapingo; los resultados de los análisis, se muestran en los Cuadros 1 y 2.

## Factores y tratamientos

Los factores considerados en esta investigación fueron: a) tipo de agua de riego y b) tipo de sustrato del cultivo, y c) temperatura de almacenamiento (Cuadro 3). Como resultado de la combinación de los factores tipo de agua de riego, tipo de sustrato y temperatura de almacenamiento en postcosecha, se generaron 8 tratamientos. La matriz de experimentos y tratamientos se muestra en el Cuadro 4.

**Cuadro 1. Análisis nutrimental del agua residual y agua potable utilizada en el experimento**

Tipo de agua	pH	CE (dS·m <sup>-1</sup> )	Na	K	Ca	Mg	CO <sub>3</sub>	HCO <sub>3</sub>	Cl
			(meq·L <sup>-1</sup> )						
Residual	6.82	1.45	4.28	0.89	6.22	2.05	ND	6.87	6.72
De pozo	7.06	1.77	4.22	0.98	6.25	3.54	ND	8.96	5.00
	SO <sub>4</sub> (meq·L <sup>-1</sup> )	B	N-NH <sub>4</sub>	N-NO <sub>3</sub>	P	Fe	Cu	Zn	Mn
		(mg·L <sup>-1</sup> )							
Residual	1.23	1.02	15.10	2.78	0.38	0.13	0.01	0.05	0.11
De pozo	3.23	0.73	0.19	0.10	0.42	0.05	0.01	0.03	ND

CE: Conductividad eléctrica. ND: No detectable por el método empleado.

**Cuadro 2. Análisis del suelo de las parcelas correspondientes a cada tipo de condición del agua utilizada en el experimento**

Suelo	pH	CE (dS·m <sup>-1</sup> )	Ca	Mg	Salinidad						
					Na	K	CO <sub>3</sub>	HCO <sub>3</sub>	Cl	SO <sub>4</sub>	B
A	8.24	4.07	17.6	9.28	8.83	1.27	1.09	2.33	19.30	15.4	2.11
B	7.41	11.63	45.5	24.1	31.2	4.25	1.45	3.94	22.50	46.4	4.00
Suelo	pH	MO (%)	N	P	Fertilidad						
					K	Ca	Mg	Fe	Cu		
A	8.24	1.02	16.7	62.2	904	3244	1851	2.71	1.22		
B	7.41	4.03	20.0	98.0	1370	3623	1263	10.95	2.72		
Suelo	pH	Zn (mg·Kg <sup>-1</sup> )	Mn (mg·Kg <sup>-1</sup> )	B (mg·Kg <sup>-1</sup> )	Dap (g·cm <sup>-3</sup> )	Textura					
A	8.24	37.97	1.59	3.94	1.26	Franco					
B	7.41	6.44	2.35	8.34	1.24	Franco arenoso					

A: suelo del experimento que se irrigó con agua de pozo, B: suelo del experimento que se irrigó con agua residual. CE: Conductividad eléctrica. Dap: Densidad aparente

Se colectaron 64 frutos de tomate de cada tratamiento indicado en el Cuadro 4, los frutos de tomate fueron cosechados en el estado de madurez pintón (grado 3), de acuerdo con la clasificación por color de la USDA (1991), y seleccionados de acuerdo al tipo característico de la variedad: forma, peso y calidad. Para trasladar los frutos de tomate al laboratorio de postcosecha del Departamento de Agroindustrias de la Universidad Autónoma Chapingo, fueron guardados dentro de una bolsa hermética (Ziploc®) y colocados dentro de una hielera enfriada con hielos, el tiempo de transporte fue de aproximadamente dos horas.

**Cuadro 3. Factores y dominio experimental para la evaluación del efecto del tipo de agua de riego, tipo de sustrato del cultivo y temperatura de almacenamiento sobre algunos parámetros de calidad postcosecha de frutos de tomate**

	Factores	Nivel 1	Nivel 2
X1	Tipo de agua de riego	Agua de pozo	Agua residual
X2	Tipo de sustrato del cultivo	Inerte	Suelo
X3	Temperatura de almacenamiento	10 °C	20 °C

**Cuadro 4. Diseño factorial completo 2 x 2 x 2 y plan de experimentación: Efecto del tipo de agua de riego, tipo de sustrato del cultivo y temperatura de almacenamiento sobre algunos parámetros de calidad postcosecha de frutos de tomate**

Matriz de experimentos					Plan de experimentación	
Trat	X1	X2	X3	Tipo de agua de riego	Tipo de sustrato del cultivo	Temperatura de almacenamiento
1	-	-	-	Pozo	Inerte	10 °C
2	-	-	+	Pozo	Inerte	20 °C
3	-	+	-	Pozo	Suelo	10 °C
4	-	+	+	Pozo	Suelo	20 °C
5	+	-	-	Residual	Inerte	10 °C
6	+	-	+	Residual	Inerte	20 °C
7	+	+	-	Residual	Suelo	10 °C
8	+	+	+	Residual	Suelo	20 °C

*Trat: Tratamiento*

En el laboratorio, los frutos fueron lavados con agua corriente y limpiados con un paño estéril para evitar la presencia de patógenos indeseados, posteriormente, se empacaron en cajas de cartón encastradas de 49x29x28 cm (24 frutos por caja) para su almacenamiento por 30 días en cámara de refrigeración a  $10 \pm 2.0$  °C y H. R. de  $84 \pm 5.0$  %; y a temperatura ambiente (aprox. a  $20 \pm 2.0$  °C con humedad relativa de  $56 \pm 5.0$  %).

La medición de las variables de calidad se realizó a los días 1, 5, 10, 15, 20, 25 y 30 de almacenamiento (dda).

### **Variables evaluadas**

**Pérdida de peso**, los frutos fueron pesados con una balanza granataria digital Ohaus Modelo AV2102; antes de meterlos al almacenamiento y posteriormente cada 5 días se calculó la disminución del peso fresco inicial de los frutos y se expresó como porcentaje, de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$\text{Pérdida de peso (\%)} = \frac{\text{Peso inicial} - \text{Peso final}}{\text{Peso inicial}} \times 100$$

**Color**, se tomaron lecturas por duplicado (en lados opuestos de la región ecuatorial del fruto), con un colorímetro MiniScan XE Plus (HunterLab, serie 5348), que proporciona los registros Hunter de L\*, a\* y b\*, con los cuales se calculó el ángulo de tono (hue) mediante la fórmula:  $\text{hue} = \arctan b^*/a^*$  (McGuire, 1992), los resultados se expresan en grados.

**Firmeza**, se determinó indirectamente con un analizador de textura (Stable Micro Systems, UK, modelo TA-XT2i), con una probeta cilíndrica de 12 mm de diámetro. La rutina que se empleó correspondió a una medida de fuerza en compresión, con una distancia de penetración de 5 mm, velocidad de pre-ensayo de 5 mm•s-1 y velocidad de ensayo de 1 mm•s-1. Se midió en dos puntos diferentes de la zona ecuatorial del fruto de tomate y fue expresado como el promedio de ambas lecturas en Newtons-fuerza (N-f). En el punto de medición, el pericarpio fue removido con navaja.

**Sólidos solubles totales**, fueron medidos con un refractómetro manual marca Hand Refractometer ATAGO N1 °Brix de 0 a 32 %, empleando para ello tres gotas de jugo del fruto, expresados en °Brix o porcentaje de sólidos solubles totales.

**pH del fruto**, para medir esta variable se preparó una muestra homogeneizada, para ello se pesaron 20±0.01 g de tomate finamente picado, se licuaron con 50 ml de agua destilada, después se filtró utilizando tela organza. El filtrado se aforó a 100 ml, y se midió el pH en un potenciómetro digital HANNA (pH METER HI 98230).

**Acidez titulable**, a partir del líquido aforado a 100 ml obtenido para medir pH, se tomó una alícuota de 10 ml y se agregaron tres gotas de fenolftaleína como indicador, se tituló con hidróxido de sodio (NaOH) 0.1 N (AOAC, 1990). Los resultados se expresaron como porcentaje de ácido cítrico, el cual fue calculado mediante la siguiente fórmula:

$$\text{Acidez titulable (\% de ácido cítrico)} = \frac{T * N * Z * V * 100}{P * M}$$

En donde: T, representa el gasto de NaOH durante la titulación, en mililitros; N, la normalidad de la

solución de NaOH; Z, el peso miliequivalente del ácido cítrico (0.064 g); V, el volumen total de la mezcla (100 ml); P, el peso de la muestra ( $20 \pm 0.01$  g); y M, la alícuota de la muestra (10 ml).

### Análisis de datos

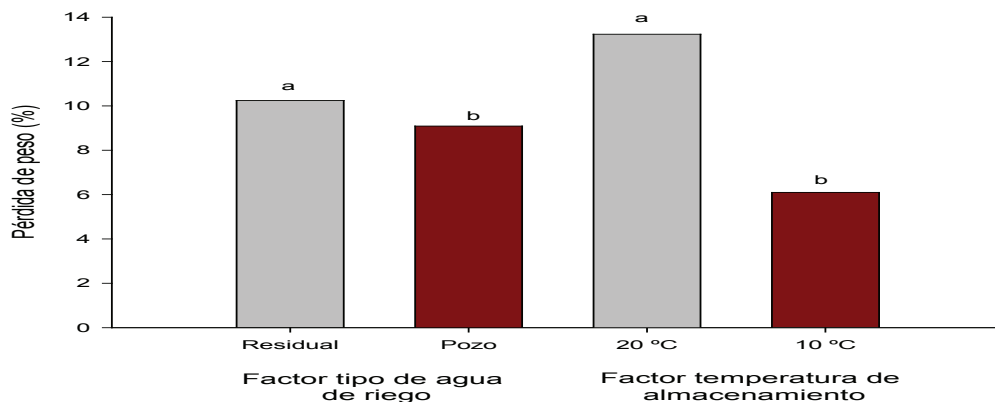
Los resultados se analizaron estadísticamente de acuerdo con un diseño experimental completamente al azar con arreglo factorial  $2 \times 2 \times 2$ , cuya unidad experimental consistió en un fruto de tomate, los frutos colectados se distribuyeron en forma aleatoria para el almacenamiento a las dos temperaturas. Se realizaron 4 repeticiones por tratamiento para cada variable en cada fecha de muestreo.

## Análisis y discusión de los resultados

### Pérdida de peso del fruto

El factor tipo de sustrato de cultivo no tuvo efecto significativo para esta variable. El agua residual produjo frutos con una pérdida de peso mayor (10 %) que los frutos de plantas irrigadas con agua de pozo (Figura 1). Al respecto, en un trabajo semejante, Navarro *et al.* (2012) no encontraron efectos significativos del factor tipo de agua riego para esta variable. Sin embargo, el factor temperatura de almacenamiento afectó de manera más importante a esta variable: a 20 °C se presentó una pérdida de peso significativamente mayor (más del 50 %) que a 10 °C (Figura 1). Esto pudo deberse a que a mayor temperatura existe un mayor déficit de presión de vapor entre el aire del ambiente y el del interior del fruto, lo que aumenta la transpiración, y en consecuencia la pérdida de peso del fruto (Wills *et al.*, 1999).

**Figura 1.** Efecto de los factores tipo de agua de riego y temperatura de almacenamiento en la pérdida de peso (%) de frutos de tomate cultivados en suelo y en sustrato inerte, almacenados durante 30 días



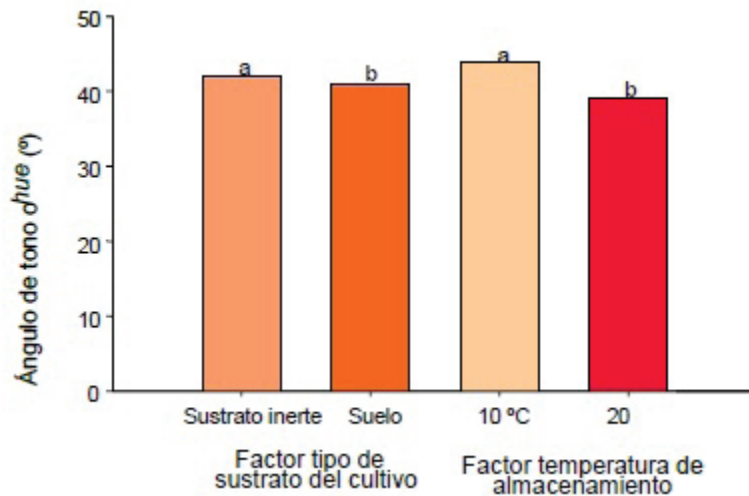
*N=112. Medias con la misma letra por factor son estadísticamente iguales (Tukey  $\alpha=0.05$ ).*

### Color (Ángulo de tono o hue)

Las plantas cultivadas en suelo produjeron tomates que mostraron menor hue (tomates más rojos) que las plantas cultivadas en sustrato inerte (Figura 2). Sin embargo, el factor temperatura de almacenamiento tuvo mayor repercusión. Los tomates almacenados a 20 °C presentaron un hue significativamente menor (más rojos) que los almacenados a 10 °C (Figura 2).

La síntesis de licopeno es inhibida a temperaturas menores de 12 °C, aquellos frutos de tomate que se cosechan en estados de madurez fisiológica, muestran un aumento en el contenido de licopeno en la maduración postcosecha (Passam *et al.*, 2007), pero la refrigeración puede afectar este proceso, al grado de daño por frío (Lurie y Klein, 1991). En frutos refrigerados a 4°C Navarro *et al.* (2012) encontraron que tomates producidos con agua residual presentaron menor hue (frutos más rojos) que los producidos con agua de pozo, indicando que el agua residual mitigó el daño por frío.

**Figura 2. Efecto de los factores tipo de sustrato del cultivo y temperatura de almacenamiento en el ángulo de tono (°) de frutos de tomate de plantas irrigadas con agua residual y agua de pozo, almacenados durante 30 días**



*N=112. Medias con la misma letra por factor son estadísticamente iguales (Tukey  $\alpha=0.05$ )*

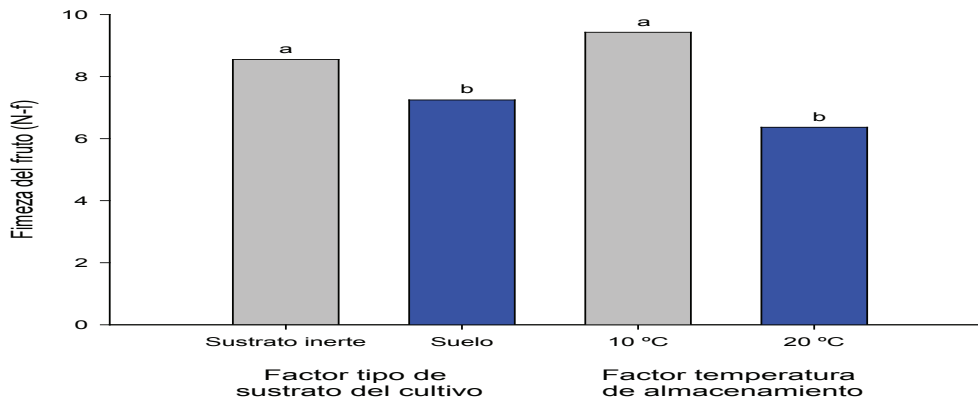
### Firmeza

Los tomates cultivados en sustrato inerte fueron significativamente más firmes que los cultivados en suelo (Figura 3). Los análisis del suelo usado (Cuadros 2) muestran la tendencia hacia la salinidad, fundamentalmente por bicarbonatos, cloruros, calcio y sodio en el caso del agua, y el pH del suelo, lo cual puede estar afectando este parámetro. Dado el alto contenido de sodio en los suelos considerados en este experimento, la disminución de la firmeza pudo deberse al efecto negativo provocado por el ión sodio en los sitios de intercambio iónico en los suelos, y con ello la acumulación del ión cal-



cio, elemento indispensable en la cementación de la pared celular; el ión sodio puede causar efectos tóxicos para las plantas y desplaza a otros iones, como el calcio, que son necesarios para la nutrición (Hernández, 1988; Taylor *et al.*, 2002).

**Figura 3. Efecto de los factores tipo de sustrato del cultivo y temperatura de almacenamiento en la firmeza del fruto (N-f) de frutos de tomate irrigados con agua residual y agua de pozo, almacenados durante 30 días**



*N=112. Medias con la misma letra por factor son estadísticamente iguales (Tukey  $\alpha=0.05$ )*

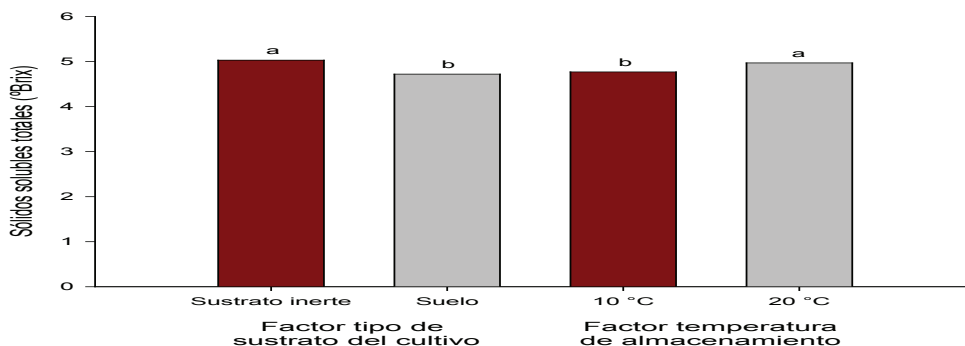
El factor temperatura de almacenamiento también afectó la firmeza: los tomates almacenados a 10 °C fueron significativamente más firmes que los almacenados a 20 °C (Figura 3). Mizrahi (1982), evaluó el efecto de la salinidad en la vida de anaquel de frutos de tomate y encontró que a concentraciones de 6 g•L<sup>-1</sup> de NaCl en el agua, la vida de anaquel es de 12 días, mientras que el control (sin adición de NaCl) fue de 17 días, es decir, que irrigar con soluciones salinas, reduce la vida de anaquel de los tomates, considerando a la firmeza como el parámetro de referencia.

El factor tipo de agua no tuvo efecto significativo para esta variable, lo cual coincide con lo publicado por Navarro *et al.* (2012).

### **Sólidos solubles totales (SST)**

Los tomates cultivados en sustrato inerte tuvieron significativamente mayor contenido de SST (tomates de mejor sabor) que los cultivados en suelo (Figura 4). De acuerdo con Flores *et al.* (2003) y Heeb *et al.* (2005), la inclusión de una parte de nitrógeno en forma de nitrato y de amonio puede mejorar la calidad de frutos de tomate al aumentar el contenido de azúcares y ácidos orgánicos en comparación con la nutrición exclusivamente con nitrato. Por otro lado, los tomates refrigerados mostraron menor contenido de esta variable que los no refrigerados, probablemente como una manifestación de daño por frío. Navarro *et al.* (2012) encontraron que los tomates refrigerados, particularmente los producidos con agua de pozo, presentaron menores contenidos de SST que los no refrigerados.

**Figura 4. Efecto de los factores tipo de sustrato del cultivo y temperatura de almacenamiento en el contenido de sólidos solubles totales (°Brix) de frutos de tomate irrigados con agua residual y agua de pozo, almacenados durante 30 días**

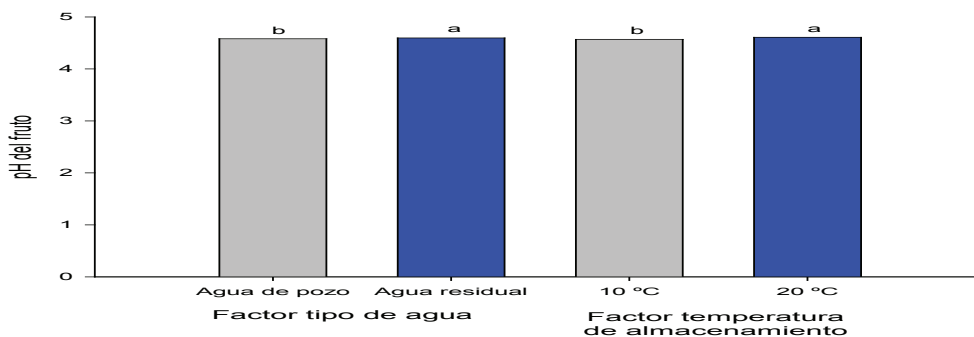


*N=112. Medias con la misma letra por factor son estadísticamente iguales (Tukey  $\alpha=0.05$ ).*

### pH del fruto

El factor tipo de sustrato de cultivo no impactó significativamente a esta variable. Los tomates producidos con agua residual tuvieron significativamente mayor pH que los irrigados con agua de pozo (Figura 5). Por otro lado, los tomates almacenados a 20°C tuvieron mayor pH que los frutos almacenados a 10 °C. Estos resultados son congruentes con los de la variable acidez, que se discute enseguida. En un estudio realizado por Traka-Mavrona *et al.* (1998), encontraron que el uso de aguas residuales con tratamiento biológico sin añadir nutrimentos, no modifica el pH del jugo, esto es contrario a lo obtenido en la presente investigación pues sí se modificó esta variable por efecto del tipo de agua.

**Figura 5. Efecto de los factores tipo de sustrato y temperatura de almacenamiento en la firmeza del fruto (N-f) de tomates almacenados durante 30 días**



*N=112. Medias con la misma letra para cada factor son estadísticamente iguales (Tukey  $\alpha=0.05$ ).*

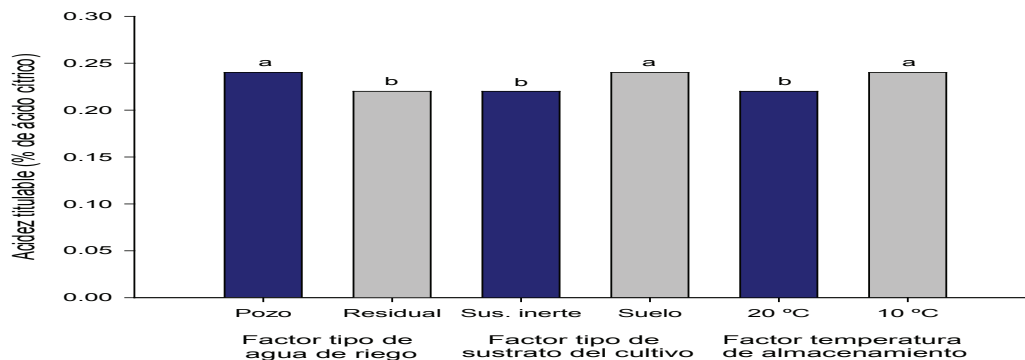
### Acidez titulable (AT)

Tomates hidropónicos fueron significativamente menos ácidos que los tomates cultivados en suelo (Figura 6). De acuerdo con Grierson y Kader (1986), altas concentraciones de azúcares junto con relativamente alto contenido de ácidos son requeridos para el mejor sabor; bajos azúcares y alto contenido de ácidos produce un tomate ácido, altos azúcares y bajos ácidos produce un sabor suave y cuando los dos son bajos resulta en frutos sin sabor. Con estos criterios, y en concordancia con los resultados obtenidos se puede decir que los tomates irrigados con agua residual sobre suelo son los que tendrían el mejor sabor.

Los tomates irrigados con agua residual fueron significativamente menos ácidos que los irrigados con agua de pozo (Figura 6). En tomates refrigerados a 4°C, Navarro et al. (2012) encontraron que los tomates que fueron producidos con agua residual fueron menos ácidos (presentaron menor daño por frío) que los producidos con agua de pozo, lo cual coincide con los resultados de este trabajo.

El almacenamiento a 10° C, causó que los frutos de tomate fueran significativamente más ácidos que los almacenados a 20 °C, lo cual, de acuerdo con Wang (1982) indica un posible daño por frío (Figura 6). Esto coincide con Navarro et al. (2012), quienes encontraron que los tomates refrigerados a 4 °C fueron más ácidos que los refrigerados a 10 °C, y esto fueron más ácidos que los no refrigerados.

**Figura 6. Efecto de los factores tipo de agua de riego, tipo de sustrato del cultivo y temperatura de almacenamiento en la acidez titulable (% de ácido cítrico) de frutos de tomate almacenados durante 30 días**



*N=112. Medias con la misma letra por factor son estadísticamente iguales (Tukey  $\alpha=0.05$ ).*

### Conclusiones

El sustrato inerte de cultivo (hidropónico) contribuyó a producir frutos con mayor firmeza, mayor contenido de SST y menor acidez, sin embargo, también indujo la producción de tomates con mayor hue (tomates menos rojos) que los producidos en suelo. El factor tipo de sustrato de cultivo no im-

factó la pérdida de peso ni el pH del fruto. El uso de aguas residuales para la producción de tomate promovió mayor pérdida peso, incrementó el pH y disminuyó la acidez titulable de los frutos.

La temperatura de almacenamiento del tomate modificó todas las variables de calidad evaluadas. A 20 °C el fruto perdió mayor peso que a 10 °C. El desarrollo del color rojo de los frutos, fue menor a 10 que a 20 °C (los valores de hue se quedaron elevados, lo cual es indeseable). Esto podría interpretarse como una manifestación de daños por frío. La firmeza de los frutos almacenados a 20 °C fue menor que a 10 °C. El contenido de SST de frutos de tomate almacenados a 20° fue mayor que los almacenados a 10 °C. El pH de frutos almacenados a 20 °C fue ligeramente mayor que los frutos almacenados a 10 °C. La AT fue mayor en los frutos almacenados a 10 °C que los almacenados a 20 °C, lo cual también se podría interpretar como una manifestación de daño por frío.

## **Literatura citada**

Anónimo. 2002. Estudio Complementario del Caso Mezquital, Estado de Hidalgo, Proyecto Regional. Sistemas Integrados de Tratamiento y Uso de Aguas Residuales en América Latina: Realidad y Potencial. Convenio IDRC – OPS/HEP/CEPIS. México. 52 p.

AOAC. 1990. Official Methods of Analysis of the AOAC, 15th edition. Association of Official Analytical Chemists, Washington, D. C. 1015 p.

Cantwell, M.; Stoddard, S.; Lestrangle, M.; Mickler, J.; Mullen, R.; Nie, X.; Gutierrez, E.; Ermen, H.; Argueta, G. 2006. Report to the California tomato commission. Tomato Variety Trials: Postharvest Evaluations for 2005. UCCE Fresh.

Cuadra, M. J. 1981. Agricultural Land Irrigation with Wastewater in the Mezquital Valley, pp. 217-248. In: Municipal Wastewater in Agriculture. D'ITRI, F. M. (ed.). Academic Press. New York, USA.

Cuenca-Adame, E.; Riestra-Diaz, D.; Pérez-Mangas, J. M.; Echegaray-Aleman, A. 2001. Uso de aguas residuales y control de organismos patógenos en la producción de cebolla. *Agrociencia* 35: 255-265.

Flores, P.; Navarro, J. M.; Carvajal, M.; Cerdá, A.; Martínez, V. 2003. Tomato yield and quality as affected by nitrogen source and salinity. *Agronomie* 23: 249-256.

Grierson, D.; Kader, A. A. 1986. Fruit ripening and quality. In: Atherton, J.G., Rudich, J. (Eds.). *The Tomato Crop. A Scientific Base for Improvement*. Chapman & Hall. London. pp. 241-280.

Heeb, A.; Lundegardh, B.; Ericsson, T.; Savage, G. P. 2005. Nitrogen form affects yield and taste of tomatoes. *Journal of the Science of Food and Agriculture* 85: 1405-1414.

Hernández H., L. 1988. Evaluación de las características de los suelos del Distrito de Riego 03, Tula, por el uso de agua residual en el riego agrícola. Tesis profesional. Instituto Politécnico Nacional. 112 p.

Jiménez C., B.; Siebe G., C.; Cifuentes G., E. 2005. El Reúso Intencional y No Intencional del Agua en el Valle de Tula. In: El agua en México vista desde la academia. B. Jiménez y L. Marín (eds.). Ed. Digital Academia Mexicana de Ciencias. México, D. F. pp. 33-55.

Jiménez, B.; Chávez, A. 2004. Quality assessment of an aquifer recharged with wastewater for its potential use as drinking source: "El Mezquital Valley" case. *Water Science and Technology* 50(2): 269-276.

Lurie, S.; Klein, J. D. 1991. Acquisition of low-temperature tolerance in tomatoes by exposure to high-temperature stress. *J. Amer. Soc. Hort. Sci.* 116: 1007-1012.

Mcguire, R. G. 1992. Reporting of objective color measurements. *HortScience* 27(12): 1254-1255.

Mizrahi, Y. 1982. Effect of salinity on tomato fruit ripening. *Plant Physiol.* 69:966-970.

Navarro-López E. R.; Nieto-Ángel R.; Corrales-García J. J.; García-Mateos M. Del R.; Ramírez-Arias A.. 2012. Calidad postcosecha en frutos de tomate hidropónico producidos con agua residual y de pozo. *Rev. Chapingo, Serie Horticultura* (en proceso de publicación).

Passam, H. C.; Karapanos, I. C.; Bebeli, P. J.; Savvas, D. 2007. A review of recent research on tomato nutrition, breeding and post-harvest technology with reference to fruit quality. *The European Journal of Plant Science and Biotechnology* 1: 1-21.

Potter, N.; Hotchkiss, J. 1995. *Ciencia de los alimentos*. Ed. ACRIBIA. España. 667 p.

Taylor, M. D.; Locascio, S. J.; Alligood, M. R. 2002. Incidence of blossom-end rot and fruit firmness of tomato affected by irrigation quantity and calcium source. *Proc. Fla. State Hort. Soc.* 115: 211-214.

Traka-Mavrona, Ek.; Maloupa, E.; Papadopoulos, F.; Papadopoulos, A. 1998. Response of greenhouse tomatoes to wastewater fertigation in soilless cultivation. *Acta Hort. (ISHS)* 458: 411-416.

Tzortzakis, N. G.; Economakis, C. D. 2008. Impacts of the substrate medium on tomato yield and fruit quality in soilless cultivation. *Hort. Sci.* 35 (2): 83-89.

USDA (United States Department Of Agriculture). 1991. United States Standards for Grades of Fresh Tomatoes. Agricultural Marketing Service. Fruit and Vegetable Division. Fresh Products Branch. United States Department of Agriculture (USDA). U. S. A. 14 p.

Vázquez-Alarcón, A.; Cajustre, L. J.; Carrillo-González, R.; Zamudio-González, B.; Álvarez-Sánchez, E.; Castellanos-Ramos, J. Z. 2005. Límites permisibles de acumulación de cadmio, níquel y plomo en suelos del valle del Mezquital, Hidalgo. *Terra* 23(4): 447-455.

Wang, C.Y. 1994. Chilling injury of tropical horticultural commodities. *HortScience* 29:986-988.

Willis, R. H. H.; Lee, T. H.; Mcglasson, W. B.; Hall, E. G.; Graham, D. 1999. *Introducción a la fisiología y manipulación de frutas, hortalizas y plantas ornamentales*. 2ª Edit. Acribia. Zaragoza, España. 240 p.

Octavio Dublán García<sup>1</sup>; Andrea Rosas Vargas<sup>1</sup>; Mildred Arzate Reséndiz<sup>1</sup>;  
Leticia Xochitl López Martínez<sup>1</sup> y Leobardo Manuel Gómez Oliván<sup>1</sup>

# EFECTO DE LA INULINA SOBRE LAS CARACTERÍSTICAS TEXTURALES DE UN SISTEMA ALIMENTICIO A BASE DE CARPA (*Cyprinus carpio*) Y LISA (*Mugil cephalus*) ADICIONADO CON ANTIOXIDANTES EXTRAÍDOS DE LA CHÍA NEGRA (*Salvia hispanica* L.)

## Introducción

La tendencia actual en la producción y consumo de alimentos funcionales está siendo dada por los beneficios fisiológicos y fisicoquímicos que traen consigo; entre los ingredientes que se pueden añadir a un alimento para que éste sea funcional, se encuentran la fibra, los omegas 3 y 6 y los antioxidantes (Sangronis *et al.*, 2007). Dentro de la industria alimenticia, uno de los ingredientes ampliamente utilizado es la inulina (carbohidrato no digerible presente en vegetales, frutas y cereales), ya que cumple con ambas vertientes de funcionalidad: como fibra soluble dietaria (prebiótico) y como: espesante, emulsificante, gelificante, humectante, sustituto de azúcares y como depresor del punto de congelación (Sarmiento 2008).

Por otro lado, los omegas 3 y 6, la alta calidad de proteínas fácilmente digeribles y bajo aporte calórico (alrededor de 5g de grasa por cada 100g de músculo), han enaltecido la funcionalidad fisiológica de los productos acuícolas en los últimos años; provocando que la industria del surimi aproveche especies poco empleadas (Calderón, 2008; Grajales, 2002), entre las cuales, se encuentra la carpa común (*Cyprinus carpio*) y la lisa (*Mugil cephalus*), especies que aunque son abundantes y con buenas características nutricionales, su consumo se ve limitado únicamente a las formas de preparación (empapelada o asada), vendiéndose sólo como productos de consumo directo en vez de aprovechar su potencial (FAO, 2009), pero dada la alta actividad enzimática que se presenta en el músculo de este tipo de especies, sus propiedades texturales se ven afectadas, tales como la capacidad de gelificación y capacidad de emulsificación entre otros (Oliveira, 2001), por lo que no se ha utilizado ampliamente en la elaboración de productos cárnicos.

<sup>1</sup>Facultad de Química, Departamento de Alimentos y Biotecnología, Universidad Autónoma del Estado de México. Paseo Colón y Paseo Toluca S/N, Toluca México. C.P. 50120

Por otro lado, los antioxidantes, de igual manera presentan bipolaridad funcional, atribuida a su poder de neutralizar moléculas reactivas responsables de procesos oxidativos (radicales libres), pudiendo ser incorporados a un alimento con fines de conservación del mismo (funcionalidad fisicoquímica) y como aporte de antioxidantes a la dieta (funcionalidad fisiológica). Aunado a esto, la importancia de la textura varía dependiendo del tipo de alimento (si es crujiente, suave, viscoso, elástico, etc.), resultando un criterio de calidad importante para que sea aceptado por el consumidor, además de participar activamente en el desarrollo de alimentos (comparación de ingredientes nuevos con respecto a los ya existentes, reducción de costos, competitividad en base a la comparación de textura con otros productos similares, ayuda en la mejora del sabor de un producto por variación de su textura, etc.), por lo que la textura, es una determinante sensorial y económica de un alimento (Corpas *et al.*, 2007).

Por lo que el objetivo del presente trabajo, fue evaluar el efecto que tiene la inulina sobre las características texturales de un sistema alimenticio a base de dos especies acuícolas subaprovechadas, carpa y lisa, adicionado con antioxidantes de la chía negra, como una alternativa de consumo de estas especies de importancia económica en México, asimismo, ofrecer un alimento con características de tipo funcional.

## **Materiales y Métodos**

### **Obtención de la materia prima**

La carpa y la lisa fueron adquiridas en el mercado regional de Metepec; ambos pescados fueron lavados, deshuesados y cortados en trozos pequeños, y después llevados a refrigeración a  $-4^{\circ}\text{C}$  para su posterior utilización. La inulina fue proporcionada por la empresa DVA Health & Nutrition GMBH, se almacenó a temperatura ambiente para su posterior utilización. La chía negra (*Salvia hispánica* L.) se obtuvo en la Central de Abasto de Toluca, Estado de México

### **Evaluación de parámetros de calidad de la materia prima**

**-pH** Se llevó a cabo por el método reportado en la Norma Mexicana NMX-F-317-S-1978.

### **Medición de la capacidad de retención de agua (CRA)**

Se realizó mediante el método reportado en Pearson (1995).

### **Medición de la capacidad de emulsión (CE)**

Se llevó a cabo por el método reportado por Fennema (2000). Se añadió aceite a 25 g de proteína, esta mezcla se fue agitando y homogenizando a una velocidad constante con el apoyo de un Vortex marca Thermo Scientific, modelo 465-42, 0462-13. La CE máxima se detectó cuando la emulsión se rompió.

### **Medición de la capacidad de gelificación**

El extracto miofibrilar se vertió en frascos de vidrio de 25 mm de diámetro interno y 30 mm de alto. Los frascos se sumergieron en baño de agua calentándose gradualmente de  $1^{\circ}\text{C}/\text{min}$  desde la

temperatura ambiental hasta 70 °C para inducir la gelificación. Al llegar a 70°C se detuvo el calentamiento y se dejaron madurar a 4°C durante 24 horas. Los geles formados se colocaron en una base y se penetraron desde la superficie del gel con un vástago de metal a una velocidad de 50 mm/s en un Texturómetro marca E.Z. Test Shimadzu (Japón) con el software RheoMeter para determinar la dureza del gel. La elección del tipo de tubo para contener los geles y el diámetro del vástago estuvo de acuerdo al principio de “geometría semiinfinita” (Klettner, 1995). El valor obtenido fue el trabajo total o área bajo la curva expresada en N/s, se obtuvieron del perfil de textura del gel.

### **Extracción de proteínas de la carpa y lisa**

La extracción de proteínas miofibrilares se llevó a cabo mediante la técnica reportada por Ngapo et al. (1992), con adecuaciones. Se homogenizó 500 g de carne con 500 mL de disolución buffer de fosfatos (0.025 M-pH 7-0.9% de NaCl) a 4°C, en licuadora Osterizer® Blender, hasta homogenización total. Se añadió un volumen de agua en concentración 1:1 al extracto y se mantuvo con agitación durante 15 min, se filtró para retirar el tejido conectivo. El homogenizado se centrifugó a 3200 rpm 20 min/4°C en centrífuga Eppendorf Centrifuge, el precipitado obtenido se decantó y se obtuvo el extracto proteico de proteínas miofibrilares. Para la determinación de proteínas se siguió el método de Biuret reportado en Miller (2001).

### **Elaboración de mezclas de carpa-inulina y lisa-inulina**

Una concentración de inulina de 0-8% del peso total fue adicionada al extracto proteico. Después de hacer las formulaciones fueron vertidas en frascos de 25 mm de diámetro interno y 30 mm de altura para después llevar a cabo la gelificación. Todos los frascos se colocaron en un baño de agua con agitación y se llevó a cabo la técnica previamente señalada de medición de capacidad de gelificación.

### **Elaboración del sistema alimenticio mixto: carpa-lisa-inulina y selección del mejor gel**

Se llevó a cabo realizando 4 diferentes mezclas: T1= (100% lisa+ 4.5 inulina); T2= (25%carpa+75% lisa+ 4.5 inulina); T3= (50%carpa+50% lisa+ 4.5 inulina); T4= (100%carpa+ 4.5 inulina).

### **Cuantificación de antioxidantes en la semilla de la chía negra**

Se molieron las semillas en licuadora, se desengrasó la chía en prensa hidráulica tipo botella modelo PHT-20; se terminó de desengrasar la semilla por método Soxhlet (Cruz, 2008), con hexano a reflujo (6 L/kg de chía) durante 13 h a 55 °C. Se recuperó la semilla desengrasada libre de hexano se almacenó en refrigeración a 4°C en un frasco de vidrio en oscuridad.

### **Extracción etanólica de compuestos fenólicos**

En matraz Erlenmeyer se mezclaron 10 g de chía desengrasada con 100 mL de etanol 96% v/v, a temperatura ambiente durante 48 h bajo agitación mecánica. Transcurrido el tiempo, se centrifugó a 3200 rpm 15 min. El sobrenadante se evaporó a 45° C en rotavapor. Se redisolvió el residuo del matraz en 15 mL de etanol agitando suavemente y se guardó en frascos de vidrio protegidos de la oscuridad en refrigeración a 4°C, hasta su utilización (Beltrán *et al.*, 2010). La Cuantificación de polifenoles totales por el método de Folin-Ciocalteu reportado por Cruz (2008). Los resultados se



expresaron en mg de equivalentes de ácido gálico (GAE)/mL, previamente se realizó la curva tipo bajo las mismas condiciones.

### **Incorporación de antioxidantes en el sistema alimenticio enriquecido con inulina**

Se incorporaron los antioxidantes al sistema alimenticio mixto tanto en forma de extracto puro obtenido de la chía como en harina de chía desengrasada. Los tratamientos que se hicieron fueron:

**T1:** Extracto de antioxidantes se añadió en la mezcla de proteína miofibrilar-inulina y posteriormente se gelificó. El gel obtenido se dejó reposar 24 horas antes de cuantificar los polifenoles totales.

**T2:** El extracto de antioxidantes se añadió en la mezcla de proteína miofibrilar-inulina y posteriormente se gelificó. Una vez obtenido el gel, este se bañó del extracto de antioxidantes y se dejó reposar 24 h antes de cuantificar los antioxidantes.

**T3:** El extracto de antioxidantes se añadió en la mezcla proteína miofibrilar-inulina y posteriormente se gelificó. En este tratamiento se hizo una variación, la cual consistió en que la extracción de proteína miofibrilar se hiciera con un buffer de pH=4 para que los antioxidantes tuvieran una mayor estabilidad frente a la acidez del medio. El gel obtenido se dejó reposar 24 h antes de cuantificar los polifenoles totales.

**T4:** Se añadió 2% de chía molida en la mezcla proteína miofibrilar-inulina y posteriormente se gelificó. El gel obtenido se dejó reposar 24 h antes de cuantificar los polifenoles totales.

### **Comparación del perfil de textura del sistema alimenticio prototipo con productos comerciales**

Se realizó una comparación del perfil de textura (dureza, adhesividad y gomosidad) del gel mixto (carpa-lisa-inulina) y el gel prototipo (carpa-lisa-inulina-antioxidantes), contra productos comerciales: jamón, paté, salchicha y surimi.

## **Análisis y discusión de resultados**

### **Evaluación de parámetros de calidad de la materia prima**

#### **pH**

El pH de la carne es una variable muy importante cuando se desea procesarla, ya que éste afecta factores de calidad como color y textura. Los valores obtenidos por la medición del pH en el músculo de carpa y lisa fueron  $6.741 \pm 0.06$  y  $6.761 \pm 0.11$  respectivamente, éstos resultados comprueban la frescura de la carne empleada, ya que no presentaron valores fuera del intervalo establecido por la literatura (Huss, 1999; Arenas, 1997).

#### **Capacidad emulgente**

Este parámetro es importante porque de él depende en gran medida la formación de emulsión cárnica. Existen diversos factores que afectan a la capacidad emulgente, entre las cuales destacan el pH, ya que si éste es cercano al punto isoeléctrico (PI) de las principales proteínas que intervienen en la emulsificación (miosina y actina), se favorece la unión proteína-proteína porque carecen de fuerzas repulsivas electrostáticas, precipitándose y siendo incapaces de asociarse al aceite. Por otra parte,

éste parámetro pone de manifiesto indirectamente la frescura de la carne, pues entre más degradada esté la proteína, menos capacidad emulgente tiene, ya que su capacidad de formar la red tridimensional para mantener en suspensión las partículas de grasa disminuye (Fennema, 2000). Se puede observar, que la carpa posee mayor capacidad emulgente en comparación con la lisa 75 y 38 respectivamente, esto podría deberse al tipo de proteínas de cada especie.

### **Capacidad de retención de agua (CRA)**

Muchas de las propiedades físicas de la carne, tales como color, textura, firmeza, así como jugosidad, palatabilidad y dureza de los productos procesados, dependen en gran parte de esta propiedad. Los resultados obtenidos muestran que la lisa presentó una mayor CRA que la carpa (80.8% y 67.5% respectivamente), especies presentan un pH y concentración proteica aceptable para la retención de agua.

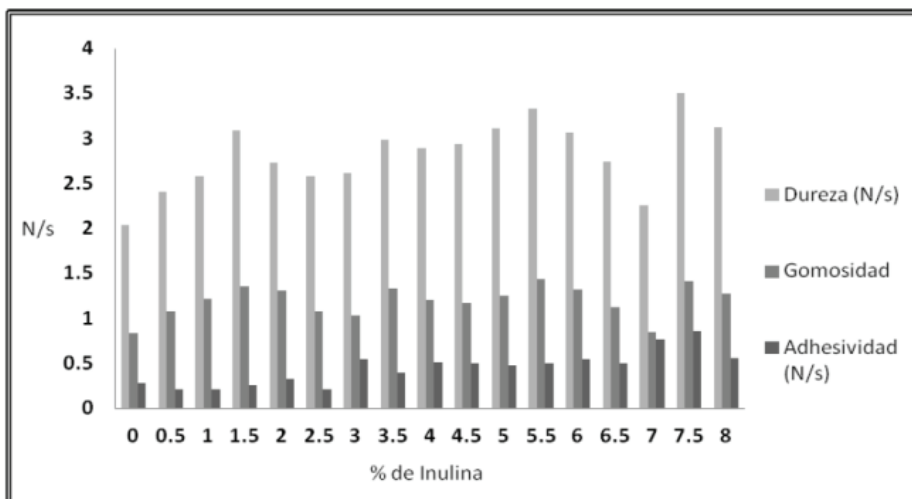
### **Capacidad de gelificación**

Determinar el poder de gelificación de las proteínas miofibrilares es un parámetro muy útil en la industria de alimentos, ya que así se puede establecer la funcionalidad y propiedades de textura atribuidos a estas proteínas y que pueden ser muy útiles al desarrollar nuevas formulaciones. Hubo diferencia significativa ( $p < 0.05$ ) en la capacidad de gelificación siendo la lisa quien fue mayor en comparación con la carpa común (2.74 y 2.03 respectivamente), esto podría ser atribuido a que las proteínas (miosina) de la lisa podrían llevar a cabo un mejor entrecruzamiento entre sí, teniendo de esta manera una mejor afinidad entre los enlaces proteína-proteína de esta especie, teniendo un papel fundamental en la textura y formación de geles inducidos por calor. Es importante que ésta proteína en particular no sufra degradación para que sus propiedades funcionales no se vean demeritadas. Sin embargo, se sabe que debido a la acción enzimática casi inmediata que sufren estas especies una vez que mueren, la fuerza de gelificación es mucho menor que un gel a base de especies de origen terrestre (Oliveira, 1998).

### **Gelificación de la mezcla de proteínas miofibrilares de carpa común e inulina**

La gelificación de las proteínas miofibrilares es una de las propiedades funcionales más importantes que se debe considerar en el proceso de alimentos reestructurados porque es responsable de la textura, viscoelasticidad, jugosidad y estabilidad de la emulsión de grasa en productos procesados; siendo esta etapa crítica, en la formación de la textura deseada en algunos alimentos cárnicos reestructurados, como lo es el surimi. En estos alimentos es característico que la gelificación produzca varios niveles de dureza, gomosidad, adhesividad, entre otros (Totosaus, 2006), dependiendo en gran parte de la integridad de la proteína (miosina) (Dublán, 2006); por lo que resulta necesario la incorporación de agentes gelificantes, como la inulina, a la matriz alimentaria a fin de mejorar las propiedades texturales, ya que se ha observado que la inulina tiene diferentes funcionalidades, como por ejemplo sustituto de grasa, prebiótico, entre otras, sin embargo, no se tienen suficientes estudios de su función como gelificante. Se observó el efecto que tiene la inulina a diferentes concentraciones sobre las propiedades texturales de los geles obtenidos con proteína de carpa, dicho comportamiento referente a la dureza, adhesividad y gomosidad se observa en la Figura 1; la mayor dureza se obtuvo a la concentración de 7.5% de inulina y la menor en el gel sin inulina.

**Figura 1. Propiedades texturales de los geles de carpa común a diferentes concentraciones inulina**



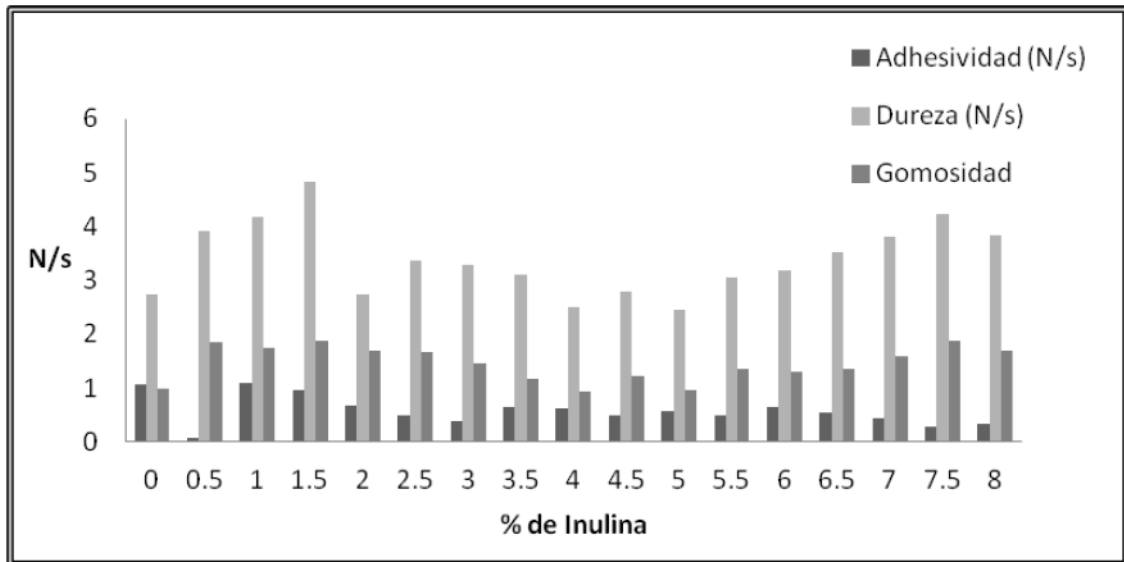
Se observó que la inulina no tiene efecto significativo sobre la dureza y gomosidad del gel, por lo tanto se podría decir que se puede utilizar cualquier concentración de inulina sin que se vean afectados estos dos parámetros; contrario a esto, en la adhesividad si existe diferencia significativa ( $p < 0.05$ ), si se tuviera un producto con una elevada adhesividad, como es en el caso de las bajas y altas concentraciones de inulina, la percepción sería un producto poco agradable. Se puede observar que se mantuvo constante en el intervalo de 4 a 6.5 % de inulina. Por lo cual se eligió 4.5 % de inulina como la mejor concentración que favorece criterios sensoriales, tecnológicos y económicos e incluso nutricionales, asimismo, ésta concentración se consideró ya que la literatura ha reportado que con 4.5 % se tiene un buen efecto prebiótico, así ésta concentración de inulina de acuerdo a la American Dietetic Association y la NOM 051, representa un buen aporte de fibra a la dieta, pues si se utiliza una concentración de inulina por debajo de lo recomendado, no sería un producto funcional, por el contrario si se utiliza una concentración elevada de inulina los costos aumentan, convirtiéndolo en un producto poco rentable. Vera (2010), reportó que la adición de 4 % de inulina en mezclas de proteínas de calamar gigante (*Dosidicus gigas*) y trucha arcoíris (*Oncorhynchus mykiss*) fue la concentración que favoreció las propiedades texturales de un gel tipo surimi.

### **Gelificación de la mezcla de proteínas miofibrilares de lisa e inulina**

En el caso de los geles de proteína de lisa con inulina (Figura 2) se observó diferencia significativa ( $p < 0.05$ ) en dureza, adhesividad y gomosidad y al realizar una comparación de medias se determinó que en los extremos de las concentraciones evaluadas de inulina (1.5 % y 7.5 %) se obtuvo la mayor dureza y gomosidad. A la concentración de 1.5 % de inulina, se obtuvo un gel con suficiente dureza y convenientemente económico; empero a esto, la gomosidad a la misma concentración no es apropiada para este tipo de productos puesto que la consistencia sería desagradable. A la concentración

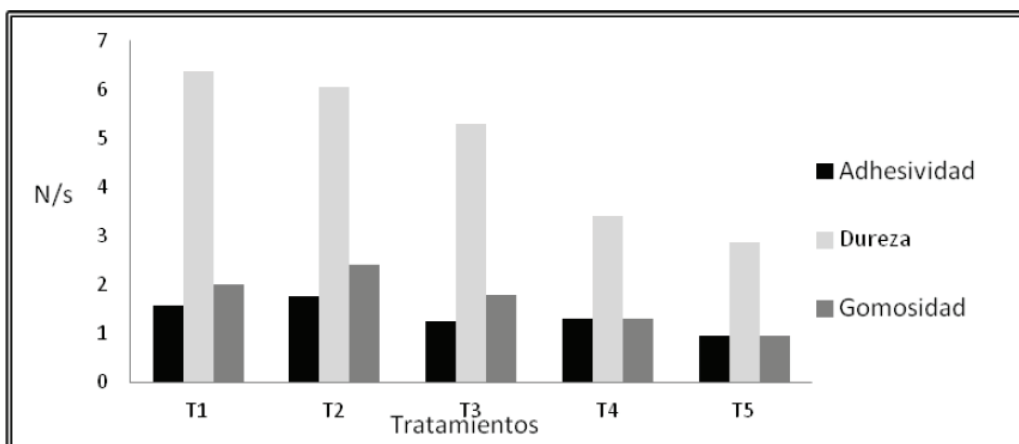
de 7.5 % se obtendría el mismo inconveniente acompañado por un costo elevado. Por otro lado, a la concentración de 1.5 % se presenta alta adhesividad, mientras que a 7.5 % ocurre lo contrario, por lo que ninguna de las dos concentraciones es idónea para la elaboración de un gel con buenas características, ya que presentaría alta “chiclosidad”; por todo lo anterior se considera que a 4.5 % de inulina es la concentración más conveniente en cuanto a criterios sensoriales, tecnológicos, económicos y nutricionales.

**Figura 2. Propiedades texturales de los gels de lisa a diferentes concentraciones de inulina**  
Elaboración del sistema alimenticio mixto: carpa-lisa-inulina



Una vez determinada la concentración ideal de inulina (4.5 %), se llevó a cabo la mezcla entre las proteínas miofibrilares de carpa y lisa para la obtención del mejor sistema alimenticio. Con las diferentes mezclas de ambas especies (T1= (100 % lisa+ 4.5 inulina); T2= (25 % carpa + 75 % lisa+ 4.5 inulina); T3= (50 % carpa + 50 % lisa + 4.5 inulina); T4= (75 % carpa + 25 % lisa + 4.5 % inulina) T5 =100 % carpa + 4.5 inulina) no hubo diferencia significativa en cuanto a la adhesividad para todas las combinaciones, encontrando que no importa la proporción de cada especie en la mezcla, ya que no existirá variación en cuanto a la adhesividad. En cuanto a los parámetros de dureza y gomosidad, se observó diferencia significativa ( $p < 0.05$ ) entre las diferentes mezclas, observándose que a mayor concentración de lisa existe una mayor dureza del gel obtenido (Figura 3).

**Figura 3. Propiedades texturales los gels de la mezcla carpa/lisa con 4.5 % de inulina**



Como se puede observar en la Tabla 1, el gel obtenido con el 100% de lisa y 25% C-75L % no existe diferencia significativa, por lo cual podría resultar más conveniente éste último tratamiento, ya que al haber mezcla entre estas dos especies se puede obtener un producto con características den cuanto a sabor y textura diferentes; asimismo, para la gomosidad, el tratamiento 1 y el 3 no tuvieron diferencia significativa, lo que indica que ambos productos tienen la misma gomosidad, no siendo así para el tratamiento 2 (25C-75L), el cual si tuvo diferencia significativa con respecto a estos.

**Tabla 1. Perfil de textura de las mezclas de proteína con inulina**

Tratamiento	Dureza*	Gomosidad	Adhesividad
100L	6.38 <sup>c</sup>	2.01 <sup>b</sup>	1.56 <sup>a</sup>
25C75L	6.05 <sup>c</sup>	2.41 <sup>c</sup>	1.76 <sup>a</sup>
50C50L	5.35 <sup>ab</sup>	1.77 <sup>b</sup>	1.24 <sup>a</sup>
75C25L	3.40 <sup>a</sup>	1.28 <sup>a</sup>	1.30 <sup>a</sup>
100C	2.85 <sup>a</sup>	0.95 <sup>a</sup>	0.96 <sup>a</sup>

*\*Letras iguales en la misma columna no presentan diferencia significativa*

### **Cuantificación de antioxidantes en la semilla de la chíá negra**

#### **Extracción de los polifenoles del subproducto de la extracción de aceite de la chíá negra**

Para la extracción de los polifenoles se trabajó con chíá desengrasada, ya que ésta forma parte del desecho originado de algunas industrias dedicadas a la extracción de aceite; con el fin de disminuir y aprovechar los desechos de la industria alimentaria, tomando en cuenta que existen estudios previos que demuestran que la chíá, una vez desengrasada, posee un elevado contenido de polifenoles de naturaleza polar comparados con los antioxidantes apolares que son acarreados con la fase oleosa.

Para dicha extracción se empleó etanol al 96 %, además de que con este tratamiento se conserva la estructura glucosilada de los polifenoles garantizando la supervivencia y la calidad de los antioxidantes. En la tabla 2 se observa el contenido de polifenoles de la chía, comparado con lo reportado en la literatura.

**Tabla 2. Contenido de polifenoles en chía**

Muestra	Polifenoles totales (mg ácido gálico $\text{gmL}^{-1}$ chía desengrasada o extracto)
Muestra	0.4227
*Referencia 2	0.71
*Referencia 3	0.27
*Referencia 4	0.15

*\*Fuente: Cruz, 2008.*

Se puede observar que se obtuvo una cantidad de polifenoles en la chía negra dentro del intervalo que reporta Cruz (2008). La variación que presentan los resultados, puede deberse a que la región de procedencia de cada una de las muestras en estudio fue diferente, como se sabe, existen muchos factores que pudieran alterar los resultados como es el caso de las condiciones climatológicas de la región, que son determinantes en el contenido de antioxidantes presentes en las muestras, entre otros.

Incorporación de antioxidantes en el sistema alimenticio a base de proteínas acuícolas enriquecido con inulina

En la Tabla 3 se muestra la cantidad de polifenoles que se retuvieron en los diferentes tratamientos que se realizaron para la incorporación del extracto de polifenólico.

**Tabla 3. Cuantificación de polifenoles en gel prototipo**

Tratamiento	Cantidad de polifenoles presentes en el extracto o chía molida añadido (mg EAG $\text{mL}^{-1}$ )	Polifenoles totales en el gel (mg EAG $\text{mL}^{-1}$ )	Polifenoles totales en el sobrenadante del gel (mg EAG $\text{mL}^{-1}$ )
Tratamiento 1	0.41	0.024	0.173
Tratamiento 2	0.41	0.009	0.232
Tratamiento 3	0.41	0.048	0.167
Tratamiento 4	0.41	0.176	No hay sobrenadante

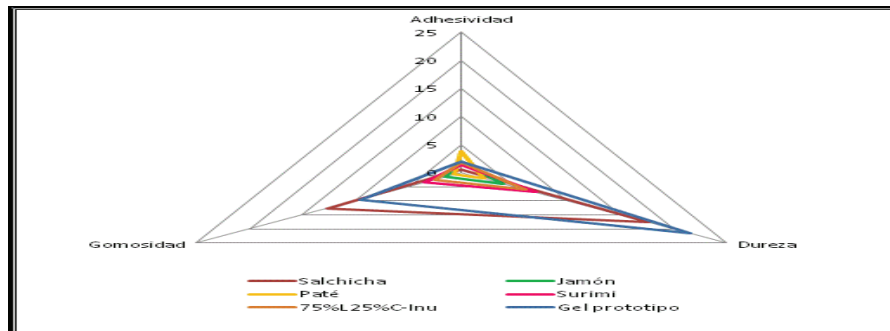
Como se puede observar, en los tratamientos 1-3, los antioxidantes no se lograron incorporar en su totalidad en este sistema alimenticio, esto podría ser debido a la polaridad del sistema, los antioxidantes migraron al exudado, lo cual significó un gran inconveniente para la aplicación de los mismos en este sistema alimenticio.

Para el tratamiento 4, se añadió directamente 2.0% de harina de chía, observándose que de ésta manera se retuvo más del 300 % con respecto a los tratamientos en donde se adicionó el extracto puro, sin embargo, respecto a lo que se adicionó inicialmente, se retuvo un 42.5 %, de contenido polifenólico en el sistema alimenticio. Por lo que se podría decir que la mejor manera de adicionar éstos compuestos a éste sistema alimenticio es utilizando como vehículo su misma matriz (semillas de chía), esto podría ser debido a la propiedad que la fibra de la chía presenta, es decir su capacidad de retener el agua en la matriz del sistema alimenticio, con lo cual existe más agua que es capaz de retener los antioxidantes en el gel. Con esto se podría decir que el sistema alimenticio, además de presentar buenas características texturales, podría presentar características antioxidantes.

#### Comparación del perfil de textura del sistema alimenticio prototipo con productos comerciales

El gel mixto con inulina (75 %-C25 % L-Inulina) y el gel prototipo (75% L-25% C-Inulina-Antioxidantes) fueron comparados con productos comerciales, tales como: jamón, paté, salchicha y surimi, a fin de comparar las características de los diferentes productos cárnicos comerciales y determinar si existe similitud entre éstos (Figura 4).

Figura 4. QDA del gel prototipo contra productos comerciales



Se observa que para la adhesividad, el gel mixto y el gel prototipo no presentaron diferencia significativa entre sí, ni con respecto al surimi y al jamón (Tabla 4).

Tabla 4. Comparación del perfil de textura de geles comerciales y gel prototipo

Producto	Dureza	Gomosidad	Adhesividad
Salchicha	17.57b	12.63d	0.61a
Surimi	6.93a	3.45b	1.33ab
75%L25%C-Inu	6.05a	2.41ab	1.76b
Gel prototipo	21.43b	9.55c	1.93b
Jamón	3.90a	1.54ab	1.95b
Paté	2.03a	0.67a	3.82c

\* Letras iguales en la misma columna no presentan diferencia significativa

Referente a dureza, el gel mixto no presentó diferencia significativa con respecto al surimi y al jamón; pero sí existe diferencia significativa ( $p < 0.05$ ) con el gel prototipo el cual fue más duro, debido a la fibra presente en la harina de chíá adicionada en éste último, sin embargo, no presenta diferencia significativa con respecto a la salchicha. A pesar de que los embutidos comerciales presentan sustitutos en la formulación (almidones), los cuales tienden atrapar moléculas de agua, formando una red tridimensional más estable y por ende, mayor dureza, el gel prototipo presentó la mayor dureza, sugiriendo que la fibra presente en el prototipo formó una red más estable. En cuanto a la gomosidad, el gel prototipo presentó diferencia significativa ( $p < 0.05$ ) con respecto a todos los productos comerciales y al gel mixto, es decir, fue más gomoso que el surimi y menos que la salchicha; por otro lado el gel mixto presentó similitud al paté, jamón y surimi.

### **Comparación bromatológica del producto final contra un producto comercial**

En la tabla 5 se muestra el análisis bromatológico del gel prototipo y un producto comercial, donde se observa que el mayor contenido de proteína lo presentó el gel prototipo con respecto al producto comercial, asimismo, se podría decir que el gel prototipo presenta una mejor calidad debido a que en éste hay una mayor disponibilidad proteica para el consumidor. Por otro lado, el gel prototipo contiene fibra dietética, esto debido a la presencia de la inulina, no siendo así para un surimi comercial el cual no contiene ésta.

**Tabla 5. Composición química del gel prototipo y un surimi comercial**

<b>Análisis</b>	<b>Gel prototipo</b>	<b>Surimi comercial*</b>
Proteína (%)	11.30	5.06
Fibra dietética (%)	1.27	-
Extracto etéreo (%)	1.37	10.85
Humedad (%)	80	69.58
Cenizas (%)	3.85	1.93
Carbohidratos (%)	2.21	6
Energía Kcal/100g	66.37	141.89

El gel prototipo presentó mayor humedad que el producto comercial, lo cual se puede deber a la harina de chíá adicionada, pues su estructura es capaz de retener agua. La grasa es el nutriente que mayor cantidad de energía aporta por unidad de peso y tiene una gran influencia sobre el perfil sensorial y textural de un alimento. El análisis bromatológico reportó en el gel prototipo un 12.6 % de grasa con respecto al producto comercial, esto puede ser debido a que una de las funciones que presenta la inulina es como sustituto de grasa, asimismo, como agente gelificante, lo cual representa otra ventaja respecto al aporte nutrimental, lo cual ayuda a que el aporte energético disminuya hasta un 53.2 %.



## Conclusiones

Se encontró que: el gel mixto presentó mayor similitud al surimi comercial; mientras que el gel prototipo presenta mayor similitud a una salchicha, siendo determinante la adición de inulina y harina de chía en el sistema alimenticio en la textura obtenida. Por todo lo anterior, se podría decir que los productos obtenidos (gel mixto y gel prototipo) pueden ser una alternativa de consumo de las dos especies en estudio, ya que la mezcla de ambas especies, generan geles con características similares a los productos comerciales. Cabe señalar que si se deseara tener un perfil similar al de un producto determinado, esto podría ser posible con la adición de una mayor o menor cantidad de harina de chía, pero para lograr mantener una cantidad adecuada de compuestos antioxidantes, se puede incluir dentro de éste modelo un agente cuya polaridad favorezca la permanencia de éstos compuestos y así asegurar la presencia de los antioxidantes. Con esto se puede decir que se obtuvo un alimento tipo funcional con características texturales similares a los productos comerciales.

## Literatura citada

Arenas H, A. 1997. Sistema de análisis de riesgos y puntos críticos de control. Enfermedades transmitidas por alimentos. 1ª edición. Colombia.

Beltrán, M. C.; González, F.E. y Vargas, M.G. 2010. “Evaluación de la capacidad antioxidante y determinación de fenoles totales presente en la semilla y aceite de chía (*Salvia hispánica* L.). En revisión. [En línea]. Disponible en: <http://ijas.pagepress.org/index.php/ijas/article/viewArticle/ijas.2010.e10/1255>. (Accesado el 05 de agosto de 2012).

Calderón, N. 2009. Elaboración y caracterización de un jamón de pescado a partir de lisa (*Mugil cephalus*). Tesis de Licenciatura. México. Universidad Autónoma de Tamaulipas.

Corpas, F. J., Del Río, L. A. y Palma, J. M. 2007. “Antioxidantes vegetales y su influencia en la dieta” en Guía de las Mejores Frutas y Hortalizas (Ediciones de Horticultura, S.L.). [En línea]. No. 203. Diciembre. España. Disponible en: [http://www.horticom.com/revistasonline/horticultura/rh203/70\\_75.pdf](http://www.horticom.com/revistasonline/horticultura/rh203/70_75.pdf). (Accesado el 08 de septiembre de 2012).

Cruz, N. 2008. Compuestos polifenólicos de la chía: efecto del método de extracción y temperatura sobre la estabilidad antioxidante. Tesis de licenciatura. México. Facultad de Química, Universidad Nacional Autónoma de México. pp. 6-33.

Dublán, O. 2006. Evaluación de los cambios estructurales y fisicoquímicos del manto de calamar gigante (*Dosidicus gigas*) durante el almacenamiento en refrigeración o congelación. Tesis doctoral. México. División de ciencias biológicas y de la salud departamento de biotecnología, Universidad Autónoma Metropolitana.

Fennema, O. 2000. Química de los alimentos. 2ª edición. España. Acribia. pp. 412-504.

Grajales, A. 2002. “Uso de la proteínas miofibrilares del pez lisa blanca (*Mugil curema*) para la elaboración de

nuevos productos y como coadyuvantes de textura en productos cárnicos”. Proyecto de Investigación. Resumen ejecutivo. Universidad Autónoma de San Luis Potosí.

Food and Agriculture Organization (FAO). 2009. Cultured Aquatic Species Information Programme Mugil cephalus. Cultured Aquatic Species Fact Sheets. Texto de Saleh, M.A. En: Departamento de Pesca y Acuicultura de la FAO [en línea]. Roma. Disponible en: [http://www.fao.org/fishery/culturedspecies/Mugil\\_cephalus/es](http://www.fao.org/fishery/culturedspecies/Mugil_cephalus/es). (Accesado el 29 de Marzo de 2011).

Klettner, P.G. (1995) Meat and meat products measuring texture and consistency with testing machines. *Fleischwirtschaft* 74(8), pp. 842–844.

Miller, D. 2001 *Química de los alimentos: Manual de Laboratorio*. Editorial Limuse Wiley. pp. 36-38.

Ngapo, T.; Wtlkinson, B.; Chong, R. and Haisman, D. 1992. Gelation of ovine myofibrillar protein induced by 1,5-gluconolactone. *Proceedings of the 38th ICOMST, Clermont-Ferrand, France*. pp. 1095-1098.

NMX-F-317-S-1978 Determinación de pH en alimentos.

Oliveira, C. 1998. Guía didáctica. Deterioro del pescado. Facultad de Veterinaria. Universidad de la República. Instituto de investigaciones pesqueras.

Pearson A. M. and Dutson T. R. 1995. *Quality attributes and measurement in meat, poultry and fish products*, Editorial Springer, 1a. Edición, pp. 125-148.

Sangronis, E., Madrigal, L., 2007. “La inulina y derivados como ingredientes clave en alimentos funcionales” en *Archivos Latinoamericanos de Nutrición*. Vol. 57. N° 4. pp. 387–395.

Sarmiento, L., 2008. “Investigación de propiedades prebióticas de alimentos o componentes alimenticios” en *Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal*. Vol. 12, N° 2, diciembre-sin mes 2008. pp. 182-193

Totosaus, A. 2006. Funcionalidad de proteínas musculares, *Cuaderno de Tecnología*. Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec. pp. 47

Vera, O., 2010. Efecto de la concentración de inulina de un producto tipo surimi elaborado a base de trucha arcoíris (*Oncorhynchus mykiss*), calamar gigante (*Dosicus gigas*) y proteína de soya. Tesis de Licenciatura. México. Facultad de Química. Universidad Autónoma del estado de México. Pp. 23-26, 37-41.

*María Carmen Ybarra Moncada*<sup>1</sup>; *Aimme Magdalena Morales Nicanor*<sup>1</sup>;  
*Olga Trinidad Mejía*<sup>1</sup>; *Gabriel Leyva Ruelas*<sup>1</sup>; *Cecilia Beatriz Peña Valdivia*<sup>2</sup>  
y *José Rodolfo García Nava*<sup>2</sup>

## **AJO (*Allium sativum* L.) ENVASADO EN ATMÓSFERA MODIFICADA CON ADITIVOS**

### **Introducción**

México es uno de los principales países productores y exportadores de ajo en el mundo. En el 2007 ocupó el décimo noveno lugar con una producción de 56,999 t y el séptimo lugar en exportaciones con 11,185 t (FAO, 2009). En 2008 los estados de Zacatecas, Guanajuato y Aguascalientes generaron 71% del total de la producción de esta hortaliza a nivel nacional (SIAP, 2009). El ajo es utilizado principalmente como condimento, particularmente en los platillos de la cocina asiática, latinoamericana, en algunos países de Europa y últimamente en los Estados Unidos. Las presentaciones requeridas por los consumidores son diversas: como bulbo fresco o seco; en conserva; hojuelas y/o polvo deshidratado.

En México se tiene un consumo per cápita de 560 g, de los cuales una cifra cercana al 82 % se consume fresco y 18 % en diferentes productos derivados de procesos agroindustriales como aceite, medicamentos, extractos, hojuelas, polvo, etcétera (Espinosa, 2003). Dada la exigencia de las normas de calidad para la comercialización de cabezas de ajo fresco, la agroindustria empacadora rechaza cabezas de ajo que no satisfacen las especificaciones de la norma. Esto implica pérdidas económicas y genera desperdicio de producto, pues durante el acondicionamiento se detectan cabezas que contienen solamente algunos dientes de ajo con daño mecánico, biológico y/o fisiológico ocasionados durante la cosecha, almacenamiento, y/o transporte del campo a la agroindustria. El objetivo en la presente investigación fue generar una alternativa de conservación para los dientes de ajo sanos de las cabezas rechazadas durante el empaque; mediante su envasado en envases flexibles en atmósfera modificada (AM) y/o con un aditivo. Se espera conservar cualidades organolépticas del ajo así como reducir pérdidas económicas en la agroindustria empacadora.

<sup>1</sup>Departamento de Ingeniería Agroindustrial, Universidad Autónoma Chapingo. Km 38.5 Carretera México-  
Texcoco. Chapingo, México. C.P. 56230. ycydrive@gmail.com <sup>2</sup>Postgrado en Botánica, Colegio de Postgraduados,  
Campus Montecillo. Km 35.5 Carretera México-Texcoco.

## Materiales y Métodos

La investigación se desarrolló en las instalaciones del Departamento de Ingeniería Agroindustrial. En la primera fase se ensayaron 16 tratamientos (Tabla 1) y se realizaron las mediciones correspondientes a las variables respuesta: color, firmeza, pH, pérdida de biomasa y concentración de gases. En función a los resultados de la primera fase, en la segunda fase se realizó un análisis microbiológico y sensorial sólo a los tratamientos que conservaron adecuadamente los atributos de calidad de los dientes de ajo.

El material experimental estuvo conformado por dientes de ajo del cultivar perla, sin cascarilla provenientes del estado de Zacatecas, del ciclo agrícola otoño-invierno, cosechados en agosto de 2009. La unidad experimental consistió en 80 g de ajo, los cuales incluyeron de 13 a 17 dientes. Se realizaron cuatro repeticiones por tratamiento bajo un diseño experimental completamente al azar y se aplicó la prueba de comparaciones múltiples de Tukey con  $\alpha=0.05$ . Los análisis estadísticos se realizaron con la ayuda del paquete estadístico SAS System for Windows 9.0®

Se utilizó una máquina de campana (C200, marca Multivac®) para la inyección de gases y envasado de los tratamientos. El material empleado fue una bolsa de mediana barrera. Los gases utilizados para el envasado en atmósfera modificada fueron  $N_2$  y la mezcla de gases:  $O_2$ ,  $CO_2$  y  $N_2$ .

En los tratamientos con alto vacío el nivel fue de 25 mbar. Mientras que para el envasado en atmósfera modificada, los parámetros tanto de vacío como de inyección de gas fueron 100 mbar y 385 mbar, respectivamente.

Para el análisis microbiológico se realizaron pruebas para identificar hongos, recuento de mesófilos aerobios y determinación de *Staphylococcus aureus*, Salmonella, bacterias coliformes totales y fecales (*Escherichia coli*) (AOAC, 1994). La determinación de bacterias coliformes mediante la técnica del número más probable.

**Tabla 1. Tratamientos ensayados para conservación poscosecha de dientes de ajo**

Tratamiento	Significado
T1	Atmósfera modificada (AM) con alto vacío y ácido cítrico al 2.5%
T2	AM con nitrógeno ( $N_2$ ) y ácido cítrico al 2.5%
T3	AM con mezcla de gases: oxígeno ( $O_2$ ), dióxido de carbono ( $CO_2$ ) y nitrógeno ( $N_2$ ) (5%, 5% y 90% respectivamente) y ácido cítrico al 2.5%
T4	AM con alto vacío y ácido cítrico al 5%
T5	AM con nitrógeno ( $N_2$ ) y ácido cítrico al 5%
T6	AM con mezcla de gases: oxígeno ( $O_2$ ), dióxido de carbono ( $CO_2$ ) y nitrógeno ( $N_2$ ) (5%, 5% y 90% respectivamente) y ácido cítrico al 5%
T7	AM con alto vacío y metabisulfito de sodio al 0.015%
T8	AM con nitrógeno ( $N_2$ ) y metabisulfito de sodio al 0.015%

T9	AM con mezcla de gases: oxígeno (O <sub>2</sub> ), dióxido de carbono (CO <sub>2</sub> ) y nitrógeno (N <sub>2</sub> ) (5%, 5% y 90% respectivamente) y metabisulfito de sodio al 0.015%
T10	AM con alto vacío y metabisulfito de sodio al 0.020%
T11	AM con nitrógeno (N <sub>2</sub> ) y metabisulfito de sodio al 0.020%
T12	AM con mezcla de gases: oxígeno (O <sub>2</sub> ), dióxido de carbono (CO <sub>2</sub> ) y nitrógeno (N <sub>2</sub> ) (5%, 5% y 90% respectivamente) y metabisulfito de sodio al 0.020%
T13	AM con alto vacío
T14	AM con nitrógeno (N <sub>2</sub> )
T15	AM con mezcla de gases: oxígeno (O <sub>2</sub> ), dióxido de carbono (CO <sub>2</sub> ) y nitrógeno (N <sub>2</sub> ) (5%, 5% y 90% respectivamente)
T16	Testigo (ajo desgranado, sin cascarilla, sin AM y almacenado a la misma temperatura de refrigeración que el resto de los tratamientos,)

## Análisis y discusión de los resultados

Las variables respuesta evaluadas fueron: pH, luminosidad, saturación del color, ángulo de tono y firmeza. El nivel de significancia observado (*P*), el coeficiente de determinación (*R*<sup>2</sup>) y el coeficiente de variación (*CV*) se muestran en el Tabla 2.

**Tabla 2. Estadísticas de las variables respuesta evaluadas en dientes de ajo**

VARIABLE		SEMANA 1	SEMANA 2	SEMANA 3	SEMANA 4
pH	<i>R</i> <sup>2</sup>	0.849	0.846	0.990	0.958
	<i>CV</i>	0.143	0.183	0.181	<b>0.746</b>
	<i>P</i>	< 0.0001	< 0.0001	< 0.0001	< 0.0001
Luminosidad	<i>R</i> <sup>2</sup>	0.869	0.809	0.889	0.823
	<i>CV</i>	1.373	1.042	0.858	1.373
	<i>P</i>	<0.0001	<0.0001	<0.0001	<0.0001
Saturación del color	<i>R</i> <sup>2</sup>	0.508	0.803	0.894	0.823
	<i>CV</i>	3.093	1.368	1.223	1.373
	<i>P</i>	<0.0008	<0.0001	<0.0001	<0.0001
Ángulo de tono	<i>R</i> <sup>2</sup>	0.836	0.697	0.375	0.302
	<i>CV</i>	0.465	0.554	0.944	1.106
	<i>P</i>	<0.0001	<0.0001	0.044	0.192
Firmeza	<i>R</i> <sup>2</sup>	0.521	0.490	0.597	0.831
	<i>CV</i>	1.985	9.242	9.393	8.634
	<i>P</i>	0.0005	0.0016	< 0.0001	< 0.0001

*R*<sup>2</sup>: coeficiente de determinación; *CV*: coeficiente de variación; *P*: nivel de significancia observado.

pH. El análisis de varianza mostró que el efecto de los tratamientos fue estadísticamente significativo ( $P < 0.0001$ ) en la expresión del pH (Cuadro 2). El resultado anterior fue obtenido en las cuatro semanas evaluadas. De las semanas evaluadas, los tratamientos que mostraron un efecto positivo en el pH corresponden al T3, T13 y T14, los cuales resultaron estadísticamente iguales (6.3). Los valores fueron similares al del ajo fresco, según la Dairy & Food Inspection Division (2009) y al valor inicial registrado. Lo que permitió considerarlos como los tratamientos con mejor contribución a la estabilidad del pH de ajo almacenado y mínimamente procesado.

Color. Los valores iniciales de las variables luminosidad, saturación del color, ángulo de tono fueron 65.24%, 20.28%, y 88.42°, respectivamente, los cuales fueron los puntos comparativos para el análisis del color durante el periodo de almacenamiento del ajo.

El análisis de varianza para luminosidad, saturación del color y ángulo de tono mostró que el efecto de los tratamientos fue significativo (Cuadro 2). Este resultado se obtuvo en todas las semanas evaluadas, excepto en la cuarta en el ángulo de tono.

Luminosidad. La AM con  $N_2$  y ácido cítrico al 2.5% (T2) mostraron un efecto positivo en la luminosidad, pues alcanzaron valores promedio de 69 % al término de las cuatro semanas. Parry (1993) afirmó que el  $N_2$  se utiliza fundamentalmente para retrasar la oxidación debida a la supresión del  $O_2$ . No obstante, con los resultados obtenidos se observó que es necesaria la acción de un aditivo, en este caso ácido cítrico, para que junto con el gas actúen favorablemente mejorando la brillantez del producto. En contraste, el T14 (AM con  $N_2$  sin aditivo) no evitó la pérdida de luminosidad, pues en las últimas tres semanas presentó los valores menores (alrededor de 64%) comparados con los demás tratamientos (Cuadro 2).

Saturación del color. Los tratamientos con mayor pureza de color a lo largo de las cuatro semanas fueron T14, T12, T11 Y T8; sin embargo en la cuarta semana los tratamientos T14 y T12 (estadísticamente iguales; Cuadro 2) presentaron la mayor pureza (20.98% y 21.52%, respectivamente).

Ángulo de tono. Los valores obtenidos oscilaron entre 88° y 90°, lo cual indica un color amarillo cremoso con una ligera tendencia al verde, estos valores presentaron un aumento gradual durante las cuatro semanas.

Firmeza. Barrios (2005) reporta que la firmeza del ajo cultivar tacázcuario (tipo Taiwán), es de 2033.5 gf (gramos fuerza). Mientras que, en la presente investigación la firmeza inicial del ajo cultivar perla fue de 4041.5 gf. Para la elección de los tratamientos que mostraron un efecto positivo en la firmeza durante las cuatro semanas de almacenamiento se consideró lo siguiente: los tratamientos con metabisulfito mostraron los valores de medias más altos, sin embargo se observó que estos favorecieron el crecimiento de raíz, lo que demerita la calidad comercial del ajo. Por otro lado al emplear dicho aditivo, ocurre lo mismo que al adicionar el ácido cítrico, es decir, es necesario considerar una fase de secado. Por lo anterior los tratamientos apropiados para la preservación de la firmeza fueron T13 (3775.50 gf), T14 (3644.30 gf) y T15 (3670.90 gf), los cuales son estadísticamente iguales (Cuadro 2).

Concentración de gases. Debido a restricciones en disponibilidad de material para atmósferas modificadas, la concentración de gases y la biomasa inicial fueron registradas en una sola unidad experimental a través del tiempo y no se contó con repeticiones para realizar un análisis estadístico.

El tratamiento T10 fue el único que conservó el vacío inicial a través del tiempo de experimentación. En los otros tratamientos, la entrada de aire ocurrió probablemente por la fricción que hubo entre las bolsas durante la estiba y el traslado a la cámara de almacenamiento, por deficiencias en el sellado, permeabilidad alta del material del envase, o una combinación de estos factores. De acuerdo con Day (1988) las atmósferas modificadas deben minimizar la intensidad de la respiración sin peligro de daño fisiológico para el producto. Concentraciones de gases de 2 a 5% de O<sub>2</sub> y de 3 a 8% de CO<sub>2</sub> han mostrado eficacia para ampliar la vida útil de una gama de frutas y hortalizas.

Al término de las cuatro semanas se observó que el tratamiento T14 (4.7% de O<sub>2</sub> y 3.73% de CO<sub>2</sub>), así como los tratamientos T2 (4.07% de O<sub>2</sub> y 1.29% de CO<sub>2</sub>) y T5 (5.01% de O<sub>2</sub> y 6.29% de CO<sub>2</sub>) se encontraron dentro del intervalo mencionado por Day (1988).

Pérdida de masa. Shafiur (2002) señaló que el marchitamiento es inaceptable cuando se pierde 5% de la biomasa inicial del producto, al momento de la recolección. La mayoría de las frutas y hortalizas, cuando han perdido de 5 a 10% del contenido de humedad presentan signos claros de marchitamiento como resultado de la plasmólisis celular. En el presente estudio, los tratamientos que perdieron menos biomasa durante las cuatro semanas fueron: T7 (7.5%), T8 (9.9%), T10 (9.6%) y T14 (9.2%). El análisis de la composición de estos tratamientos mostró que hay una disminución del O<sub>2</sub> dentro de ambas atmósferas, considerado como el principal factor de deterioro de los alimentos, pues es utilizado tanto por los microorganismos aerobios que provocan la descomposición, como por los tejidos vegetales, y participa en algunas reacciones enzimáticas en los alimentos (Parry, 1993).

De manera general, se observó que el nitrógeno en conjunto con la acción del ácido cítrico (T2) favoreció el retraso en la pérdida de tono por lo que representa una posibilidad para conservar de manera estable las características de color del ajo fresco. Sin embargo, al agregar el aditivo, éste debe prepararse en solución, lo cual requeriría incluir una fase de secado, ya que la humedad residual favorece la aparición de hongos, incrementando costos de producción.

## **Conclusiones**

La AM generada con nitrógeno para alimentos (T14) representa una alternativa de conservación para los dientes de ajo sanos de las cabezas rechazadas durante el proceso de selección industrial, ya que confiere estabilidad en la textura y pH de los dientes de ajo y reduce la pérdida de biomasa. La AM con nitrógeno y la AM con alto vacío mantienen la calidad microbiológica de los dientes de ajo, por lo que permiten que el producto cumpla satisfactoriamente con la norma mexicana NMX-F-250-S-1980 (SECOFI, 1980) para ajo deshidratado. La AM con nitrógeno y la AM con alto vacío mantienen la calidad de los dientes de ajo y las evaluaciones sensoriales demuestran que no hay cambio de aroma,

color y firmeza. Entre los aditivos, el metabisulfito de sodio es inadecuado para la conservación de los dientes de ajo, ya que favorece el crecimiento de la raíz. El uso de ácido cítrico resulta favorable en la conservación de los atributos, como la firmeza, color y pH del ajo sin cascarilla.

## **Literatura citada**

AOAC.1994. American Association of Cereal Chemistry (AACC). Ed. 'Official Methods of Analysis of AACC'.

Barrios, D. J. M. 2005. Rendimiento y calidad de ajo con diferente manejo del riego por goteo. Revista Chapingo Serie Horticultura 11(2): 233-239.

DAIRY & FOOD INSPECCION DIVISION. 2009. Fact sheet for certain home processed and home canned food. Ed. Minnesota Department of Agriculture, USA. pp.17

DAY, B. P. F. 1988. Optimization of parameter for modified atmosphere packaging of fresh fruit and vegetables, CAP'88. Ed. Schotland Business Research Inc..Princeton, New Jersey,USA, pp. 147-170.

Espinosa P., M. 2003. Plan estratégico de investigación y transferencia de tecnología. Cadena agroalimentaria de ajo. Fundación PRODUCE Querétaro. Ed. Tecnológico de Monterrey. pp. 2-6.

FAO 2009. FAOSTAT. Estadísticas mundiales. Disponible en <http://faostat.fao.org/default.aspx>. Consultado el 7 de septiembre de 2009.

Parry, T. R. 1993. Envasado de los alimentos en atmósfera modificada. Madrid Vicente. Madrid, España. pp.15

SECOFI. 1980. Secretaria De Comercio Y Fomento Industrial (F). NMX-F-250-S-1980. Ajo deshidratado. Normas mexicanas. Dirección General de Normas.

Shafiur, M. R. (2002). Manual de conservación de alimentos. Ed. Acribia, S.A. Zaragoza, España. pp. 22-35 y 469-486.

SIAP.2009. Sistema De Información Agroalimentaria Y Pesquera. Producción Agrícola. Ajo. Disponible en: <http://www.siap.gob.mx>. Consultado el 7 de septiembre de 2009.



*Aldo De la Cruz Benítez\*<sup>1</sup>; Benito Reyes Trejo<sup>1</sup>; Diana Guerra Ramírez<sup>1</sup>;  
Holber Zuleta Prada y Mario García Barrios<sup>1</sup>*

## **COMPOSICIÓN DE LOS ESTERES METÁLICOS DEL BIODIESEL OBTENIDO A PARTIR DE ACEITE DE SEMILLA DE MELÓN (*CUCUMIS MELO*)**

### **Introducción**

El biodiesel es un combustible producido a partir de materias renovables como los aceites vegetales, que están compuestos por triglicéridos, que son triésteres de glicerina y ácidos grasos, se produce por una reacción química llamado transesterificación, en donde los aceites orgánicos son combinados con alcohol y alterados químicamente para formar un éster etílico o metílico, el cual recibe finalmente el nombre de biodiesel (Sharma *et al.*; 2008). El biodiesel se encuentra registrado como combustible y como aditivo para combustibles en la Agencia de Protección del Medio Ambiente (Environment Protection Agency – EPA –EEUU) (Ugolini, 2000). Puede usarse como una base de mezcla para el diesel de petróleo en varias proporciones por ejemplo 95:5 (B95), 90:10 (B10) y 70:30 (B70) entre otras, o en proporción muy bajas como aditivo del 1 al 5 %. De esta forma el biodiesel se complementa, no compite con el petróleo.

El biodiesel se dice, es un tipo de energía verde que tiene la significación estratégica del desarrollo sostenible y sustentable. Siendo el biocombustible el mejor sustituto del diesel derivado del petróleo, ya que este por ser de origen vegetal, tiene un menor impacto ambiental, desarrollo económico en la agricultura, entre otros (Demirbas Ayhan, 2008). El melón (*Cucumis melo*) tiene una amplia distribución en México, se tiene registrado áreas de cultivo de esta especie para los estados de Baja California, Baja California Sur, Campeche, Coahuila, Colima, Chiapas, Chihuahua, Durango, Guanajuato, Guerrero, Jalisco, México, Michoacán, Morelos, Nayarit, Nuevo León, Oaxaca, Quintana Roo, Sinaloa, Sonora, Tabasco, Tamaulipas, Veracruz y Yucatán. Según datos de la Secretaria de Agricultura, Gana-

Laboratorio de Productos Naturales, AP 74 Oficina de Correos Chapingo, Universidad Autónoma Chapingo. Km. 38.5 Carretera México-Texcoco. Texcoco, Estado de México, 56230. \*aldodlcb@hotmail.com

dería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación (SAGARPA), en México, en el año 2011 se sembraron 21,697.05 Ha con una producción de 564,365.80 Ton y un rendimiento de 26.66Ton/Ha generado un valor de producción de 1'829,384.76 miles pesos. (SAGARPA, 2012). Primordialmente el cultivo de esta especie es de manejo intensivo en todo el país, habiendo cuatro importantes zonas en cuanto a la producción de melón: La Laguna (Coahuila y Durango), Colima, Altamirano (Guerrero) y Oaxaca.

En México, el cultivo es esencialmente anual y por temporadas, por lo que el lapso de cosecha y siembra es de aproximadamente 5-7 meses, teniendo el terreno una temporada de reposo, aunque se reporta reposo hasta de 4 temporadas en un mismo terreno. El melón, cuya parte comestible es un fruto maduro, tiene mucha demanda en todo el mundo, fundamentalmente en la época calurosa, debido a sus cualidades refrescantes. Dentro de la familia de las cucurbitáceas, ocupa el tercer lugar en importancia por la superficie sembrada que ocupa. También cobra gran importancia debido a la gran demanda de mano de obra. Otros usos que se le atribuyen son propiedades medicinales como diurético, alimenticio, demulcente, vomitivo y purgante (raíz). Se ha reportado que cada fruto contienen en promedio 400 semillas, que presentan un tamaño de 0.7-1.2 cm largo, 0.4-0.7 cm ancho y presentan forma ovado-elípticas (CONABIO, 2012)

En este proyecto se utilizó la semilla y pepita de melón (*Cucumis melo*) como material vegetal considerado desperdicio, como fuente de aceite para ser transformado en biocombustible. Estas semillas fueron recolectadas en el comedor central de la Universidad Autónoma Chapingo. Con lo cual se busca obtener beneficios de los residuos que las personas generamos todos los días.

## **Materiales y métodos**

Material vegetal, Extracción y caracterización del aceite. Se recolectaron 3.8 kg de semillas de melón del comedor central de la Universidad Autónoma Chapingo en el mes de Marzo del 2011. Posteriormente se lavaron y se dejaron dos semanas al aire libre para su secado. A 500 g de semilla se les retiro la testa. Para la extracción del aceite se molió la semilla en una licuadora, posteriormente se colocó el polvo en un matraz de bola y se le adicionaron 280 ml de hexano por cada 100 g de semilla, se dejó en maceración por dos días, después se decantó y filtró el hexano conteniendo el aceite, por último se hizo la extracción del aceite con un rotavapor al vacío.

**Determinación de la densidad.** Al aceite extraído se le determinó la densidad utilizando un picnómetro de 10 mL integrado por un termómetro de acuerdo con el método general de análisis MGA 0251D descrito en la Farmacopea de los Estados Unidos Mexicanos (FEUM).

**Determinación del grado de acidez libre.** La acidez correspondiente a la presencia de los ácidos grasos libres en cada aceite se determinó por titulación de una muestra de 0.5 g de aceite, se le agregó 1 mL de etanol y 0.05 mL de fenolftaleína, se mantuvo en agitación vigorosa a 50 °C y se tituló con una solución valorada de KOH 0.0097 N. La prueba se realizó por triplicado y se determinó la cantidad de mg de KOH que neutraliza a 0.5 g de aceite.

**Producción del biocombustible.** Una muestra de 20 mL de aceite se mezcló con solución de KOH 0.14 g, en 5 mL de MeOH y se mantuvo en reflujo durante 1:45 h. el punto final de esta reacción se determinó mediante una placa cromatográfica. Posteriormente el producto de reacción se transfirió a un embudo de separación y se mantuvo en reposo durante toda la noche. Se decantó la parte inferior que contenía glicerina y la fase superior del biocombustible se lavó con una disolución de ácido cítrico al 0.1 % (tres veces) con 10 mL y después con agua caliente (60 °C, 3 x) con 10 mL, finalmente se secó con Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> anhidro y se filtró para medir su volumen en un probeta.

### Características del biodiesel

**Composición química de los esteres metílicos.** Se realizó por cromatografía de gases utilizando equipo Agilent 6890 integrado con una columna ATSilar de 30 m x 0.25 mm x 0.25 mm, las temperaturas del horno de 170 °C con una rampa de aumento de 10 °C cada min hasta llegar a una temperatura final de 240 °C. El gas portador fue hidrógeno con un flujo constante de 1.8 mL por min, el tiempo de adquisición de datos fue de 8 min. La técnica estandarizada en el equipo para controlar el sistema fue el de Esteres mesilar, se calculó la proporción de esteres metílicos en % de área.

## Análisis y discusión de resultados

### Extracción y caracterización del aceite

Las semillas de melón presentaron peso promedio de 0.0397 g; y dimensiones de 1.0973 x 0.4523 x 0.15 cm de largo, ancho y grosor; se obtuvo 9.17 % m/v de aceite extraído con  $d=0.9126 \text{ g mL}^{-1}$ . Para la pepita de melón el peso promedio fue 0.02334 g, se extrajo 20.97 % m/v de aceite con una  $d=0.8407 \text{ g mL}^{-1}$ .

### Acidez de los aceites y producción de biocombustible

La Tabla 1 muestra el índice de acidez del aceite extraído, así como el porcentaje de biodiesel obtenido después de someterlo a transesterificación. La obtención de los biocombustibles de aceites de oleaginosas se debe realizar a las muestras que arrojen valores de acidez pequeños menores a 2 % (Tiwari et al., 2007), se realizó la reacción a todas las muestras, ya que su acidez en promedio fue de menor de 2. Se obtuvo un buen porcentaje de rendimiento de transesterificación del aceite a biodiesel de 85 % promedio, ya que mayor de 50 % es aceptable (Sharma *et al.*, 2008).

**Tabla 1. Índice de acidez de los aceites extraídos y rendimiento de producción de biodiesel**

Muestra	Índice de acidez (g)	Volumen de aceite a transesterificar (mL)	Volumen de biodiesel (mL)	% de biodiesel en v/v
Semilla 1	0.86	20	17.1	85.5
Semilla 2	0.91	20	17.4	87.0
Semilla 3	0.96	20	16.6	83.0
Pepita 1	0.48	20	12.1	60.1
Pepita 2	0.43	20	11.9	59.9
Pepita 3	0.54	20	12.0	60.0

El aceite de semilla de melón presenta un índice de acidez promedio de 0.9157 con un 60 % de rendimiento en la transesterificación. El aceite de pepita de melón presenta un índice de acidez promedio de 0.4848 con un 85 % de rendimiento en la transesterificación 0.48480.

### Composición química del biodiesel

La determinación de los ésteres metílicos contenidos en el biocombustible obtenido por transesterificación con metanol se muestran en la Tabla 2.

**Tabla 2. Composición química del biodiesel obtenido de aceite de semilla de *Cucumis melo***

Ester metílico	Formula	Semilla completa (%)	Pepita (%)	Semilla completa reportada (%) <sup>1</sup>	Semilla completa reportada (%) <sup>2</sup>
Caprilato		2.5	2.1	-	-
Caprato		4.4	0.6	-	-
Miristato			0.5	-	-
Palmitato	16:0	25.9	17.4	8.5	4.9
Estearato	18:0	14.8	10.0	6.1	9.5
Oleato	18:1 <sup>Δ9</sup>	26.3	21.5	31	19.4
Linoleato	18:2 <sup>Δ9,12</sup>	7.8	36.7	51	64.1
Araquidato	C20:4 <sup>Δ5,8,11,14</sup>	1.3	0.7	-	-
Saturados		64.8	41.1	17.3	15.6
Insaturado		35.2	58.9	82.7	84.4

<sup>1</sup> De Mello et al.; 2001

<sup>2</sup> De Mello et al.; 2000

La calidad del biocombustible obtenido es bueno, ya que se obtuvo biodiesel del aceite de semilla con un 60.0% de rendimiento en la transesterificación y un contenido de esteres de palmitato (25.98%), estearato (3.815%), oleato (26.15%), linoleato (7.79%), araquidato (1.334%), dos no determinados con 16.313% y 0.669% con un tiempo de retención de 2.698 y 4.295, respectivamente. El contenido de ácidos grasos insaturados en el aceite de melón es equivalente al 35.2%, datos diferentes a los obtenidos por Demello *et al.*; 2001 y Demello *et al.*; 2000, que reportan 82.7% de ácidos grasos insaturados obtenidos de *Cucumis melo* hybrid AF-522 y 84.4% a partir de *Cucumis melo* Var. saccharinus respectivamente, con lo que se confirma la variabilidad del porcentaje de ácidos grasos insaturados contenido contenidos en semilla de melón de acuerdo a su variedad biológica. Para el aceite de pepita se presentó 85% de rendimiento en la transesterificación y un de esteres de palmi-

tato (17.41%), estereato (10.04 %), oleato (21.471%), linoleato (36.768%), araquidato (0.696%), tres no determinados con 0.92, 1.995 y 1.022% con un tiempo de retención de 1.680, 1.769 y 4.011 respectivamente. El contenido de ácidos grasos insaturados es equivalente al 58.9%, esta propiedad confiere al biodiesel un mejor desempeño a bajas temperatura. El aceite de semilla y pepita de melón se transformó a biodiesel produciendo una fuente de energía alterna a partir de desechos vegetales, esta propiedad confiere al biodiesel un mejor desempeño a bajas temperaturas (Sharma *et al.*, 2008).

## Conclusiones

Se obtuvo biodiesel del aceite de semilla de melón con un 60% de rendimiento en la transesterificación y un contenido de esteres de palmitato (25.98%), estearato (3.815%), oleato (26.15%), linoleato (7.79%), araquidato (1.334%), dos no determinados con 16.313% y 0.669% con un tiempo de retención de 2.698 y 4.295, respectivamente. El contenido de ácidos grasos insaturados es equivalente al 35.2%. Para el aceite de pepita de melón se presentó 85% de rendimiento en la transesterificación y un contenido de esteres de palmitato (17.41%), estereato (10.04%), oleato (21.471%), linoleato (36.768%), araquidato (0.696%), tres no determinados con 0.92, 1.995 y 1.022% con un tiempo de retención de 1.680, 1.769 y 4.011, respectivamente. El contenido de ácidos grasos insaturados es equivalente al 58.9%, esta propiedad confiere al biodiesel un mejor desempeño a bajas temperatura. El aceite de semilla y pepita de melón se transformó a biodiesel produciendo una fuente de energía alterna a partir de desechos vegetales

## Literatura citada

CONABIO. 2012. Sistema de Información de Organismos Vivos Modificados (SIOVM). Proyecto GEF-CIBIOGEM de Bioseguridad. CONABIO EN: [http://www.conabio.gob.mx/conocimiento/bioseguridad/pdf/20912\\_sg7.pdf](http://www.conabio.gob.mx/conocimiento/bioseguridad/pdf/20912_sg7.pdf) Consultado 25 Septiembre 2012.

De Mello María L.S; Bora P.S. y Narain N. 2001. Fatty and Amino Acids Composition of Melon (*Cucumis melo* Var. *saccharinus*) Seeds. *Journal of Food Composition and Analysis*. Vol 14:1: 69-74.

De Mello Maria L.S; Narain N. y Bora P.S. 2000. Characterization of some nutritional constituents of melon (*Cucumis melo* hybrid AF-522) seeds. *Food Chemistry* Vol 14:1: 69-74.

Demirbas Ayhan. 2008 Biofuels sources, biofuel policy, biofuel economy and global biofuel projections. *Energy Conversion and Management*, 49(8):2106-211.

SAGARPA. 2012. Servicio de Información Agroalimentaria y Pesquera. Disponible en: [http://www.siap.gob.mx/index.php?option=com\\_wrapper&view=wrapper&Itemid=351](http://www.siap.gob.mx/index.php?option=com_wrapper&view=wrapper&Itemid=351). Consultado 25 Julio 2012.

Sharma Y.C.A.; Singh B.; Upadhyay S.N. 2008. Advancements in development and characterization of biodiesel: A review. *Fuel*: 2355–2373.

Tiwari, A.K.; Kumar, A.; Reaman, H. (2007). Biodiesel production from Jatropha oil (*Jatropha curcas*) with high free fatty acids: An optimized process. *Biomass and Bioenergy*, 31:569-575.

Toscano, L.; Montero, G.; Margarita Stoytcheva, M.; Campbell, H.; Lambert, A. (2011) Preliminary assessment of biodiesel generation from meat industry residues in Baja California, México. *Biomass and Bioenergy*. 35, 26-31.

Ugolini, Jorge. Estudio para determinar la factibilidad técnica y económica del desarrollo del biodiesel. Pp. 3-11.en:  
<http://www.biodiesel-uruguay.com/articulos/biodiesel.pdf>. Consultado 26 de Junio de 2011.

Vázquez-Yanes, C.; Batis Muñoz, A. I.; Alcocer Silva, M. I.; Gual Díaz, M y Sánchez Dirzo, C., 1999. Árboles mexicanos potencialmente valiosos para la restauración ecológica y la reforestación. Universidad Nacional Autónoma de México Instituto de Ecología. Informe final SNIB-CONABIO proyecto No. J084. México D. F



Edición a cargo de Francisco Pérez Soto

*Aportaciones en Matemáticas y Química*

Esta publicación estuvo a cargo de la DICEA

Se imprimieron 200 ejemplares

en junio de 2014

En los talleres de Editorial Studio Litográfico

Abasolo No. 60 Col. El Carmen, Texcoco Centro

Tel: 595 95 599 72

E-mail: [studiolitografico@yahoo.com.mx](mailto:studiolitografico@yahoo.com.mx)

[studiotexcoco@hotmail.com](mailto:studiotexcoco@hotmail.com)