

UNIVERSIDAD AUTONOMA DEL ESTADO DE MEXICO

CENTRO UNIVERSITARIO UAEM TEXCOCO

**CUADERNO DE EJERCICIOS  
MATEMATICAS FINANCIERAS**

TERCER SEMESTRE

LICENCIATURA EN ADMINISTRACION

**M en C. JUAN MANUEL MUÑOZ ARAUJO**

SEPTIEMBRE DE 2015

## INTRODUCCION

El conocimiento de las técnicas y procedimientos que le permiten al alumno conocer el comportamiento del valor del dinero en el tiempo, es la base de este cuadernillo de ejercicios, permitiéndole ejercitar sus habilidades, destrezas y competencias.

Se pretende que los estudiantes conozcan y sobre todo utilicen las herramientas que le brindan la unidad de aprendizaje de Matemáticas Financieras, que apoyadas en las tecnologías, el empleo de métodos de investigación y a través del trabajo colaborativo sea capaz de generar estrategias dirigidas a la toma de decisiones óptimas en su campo personal como profesional.

Esta guía de ejercicios, le permite al usuario del mismo, comprender con mayor facilidad a través de la práctica, los temas tratados en clase y sobre todo darse cuenta que puede aplicar el conocimiento adquirido.

Esta propuesta está integrada: de Conceptos Básicos, Progresiones Aritméticas y Geométricas, Interés Simple, Interés Compuesto y de los tipos de Anualidades.

## INDICE

### CONCEPTOS BASICOS

- LEYES DE LOS EXPONENTES
- LOGARITMOS

### PROGRESIONES

- ARITMETICAS
- GEOMETRICAS

### INTERES SIMPLE

### INTERES COMPUESTO

### ANUALIDADES



## LOGARITMOS.

Se define como la base (b) de un número (N) donde el logaritmo es el exponente de la base (b).

$$b^l = N \quad l = \log_b N$$

### TIPOS DE LOGARITMOS.

A)  $\log_e = 2.73 \quad 2.7183$

B)  $\log$  de base 10

Un logaritmo se integra por dos partes: la característica y la mantisa.

$$\begin{aligned} \log_{10} = \text{Características y Mantisa} \quad & 10 - 100 = 1 \\ & 100 - 1000 = 2 \\ & 1000 - 10000 = 3 \end{aligned}$$

Se obtiene buscando en tabla de valor

Ejemplo:  $354 = 2.54$   
 $354 = .54$  Tabla

### PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS DE BASE 10

1.  $\log(A \times B) = \log A + \log B$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \log(154 \times 620) &= \log 154 + \log 620 \\ &= 2.187520721 + 2.792391689 \\ \text{Antilogaritmo} &= 4.97991241 \\ &= \underline{95480} \end{aligned}$$

Comprobación

$$620 \times 154 = 95480$$

2.  $\log(A/B) = \log A - \log B$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \log(45/180) &= \log 45 - \log 180 \\ &= 1.653212514 - 2.255272505 \\ \text{Antilogaritmo} &= - .602059991 \\ &= .25 \end{aligned}$$

Comprobación

$$45 / 180 = .25$$

3.  $\log A^n = n \log A$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}
 \text{Log } 2 &= 3 \log 2 \\
 &= 3 (.301029995) \\
 \text{Antilogaritmo} &= .903089987 \\
 &= 8 \\
 \text{Comprobación:} &2^3 = 2.2.2 = 8
 \end{aligned}$$

Ejercicio:

Obtener los siguientes logaritmos.

$$\begin{aligned}
 1) \log (2 \times 10^4) &= \log 2 + \log 10^4 \\
 &= .301029995 + 4 \log 10 \\
 &= .301029995 + 4 (1) \\
 &= .301029995 + 4 \\
 \text{Antilogaritmo} &= 4.301029995 \\
 &= 20.000
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Comprobación:} & \\
 &\log (2 \times 10^4) \\
 &= 2 (10.10.10.10) \\
 &= 2 (10,000) \\
 &= 20,000
 \end{aligned}$$

$$2) \frac{8575 \times 15742}{12356} = \log (8575 \times 15742) - \log 12356$$

$$\begin{aligned}
 &= \log 8575 + \log 15742 - \log 12356 \\
 &= 3.933234129 + 4.197059908 - 4.0918779 \\
 \text{Antilogaritmo.} &= 4.038416137 \\
 &= 10\ 924.86646
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Comprobación:} & \\
 &\frac{8575 \times 15742}{12356} = 10924.86646
 \end{aligned}$$

## Progresión Aritméticas

Es una sucesión finita de números llamados términos en la que cualquiera de ellos difiere del anterior en una cantidad fija  $d$ , denominada incremento o diferencia.

Serie: es una suma de infinitos términos ligados por alguna ley de formación, una serie aritmética es aquella en que cada término difiere del anterior en una cantidad.

Las progresiones aritméticas se construyen considerando dos números consecutivos cualesquiera, separados por una diferencia fija también conocida como diferencia común ( $d$ ).

El conjunto 29, 33, 37, 41, 43, 49, 53, 57 es una progresión, si observas con atención los elementos del conjunto, te darás cuenta de que existe una regla para conocer el elemento siguiente. Analiza como aplica esta regla, si el primer elemento (29) le sumas 4 unidades entonces el segundo elemento ( $29+4=33$ ), para conocer el tercer elemento suma el segundo 4 unidades ( $33+4=37$ ), y así sucesivamente.

La sucesión aritmética 50, 47, 44, 41, 38, 35, 32... cuya regla indica que después del primer término, el precedente se obtiene restando 3 unidades al antecedente, por lo tanto, la diferencia común es de 3 unidades.

$$a_1 = a_{n-1} + d$$

Formula de la progresión aritmética:

$$U = a + (n-1)d$$

La suma de una progresión aritmética se realiza sumando los términos y se simboliza con  $S_n$ , en donde  $n$  es el número de términos de la sucesión, la formula sea:

$$S_n = n/2 (a_1 + a_n)$$

El cálculo de una progresión Aritmética permite obtener:

A) El termino último.

B) La suma de esos términos

A)  $u = t + (n-1) d$

B)  $S = n/2 (t + u)$

A. Obtener el 10 término y la suma de la progresión.

3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39 decimo término

En forma manual I -- (términos pequeños)

La diferencia es  $d = 4$

El ultimo termino de la progresión es = 39

La suma de la secuencia es = 210

-- Aplicando formula --

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & u = t + (n-1)d \\ & = 3 + (10-1) 4 \\ & = 3 + (9) 4 \\ & = 3 + 36 \\ & = 39 \\ \text{b)} & S = 10/2 (3 + 39) \\ & = 5 (42) \\ & = 210 \end{array}$$

B. Determine el último término y la suma de la progresión: 48,45, 42... si cuenta con 15 términos

$$\begin{array}{l} n = 15 \\ t = 48 \\ d = -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & u = t + (n-1) d \\ & = 48 + (15-1) -3 \\ & = 48 + (14) -3 \\ & = 48 - 42 \\ & = 6 \\ \text{b)} & S = n/2 (t + u) \\ & = 15/2 (48 + 6) \\ & = 7.5 (54) \\ & = 405 \end{array}$$

15º termino de la progresión es = 6

C. Conociendo el  $t = -2$   $u=48$   $s =253$   
Determinar  $n$ ,  $d$

Para determinar el valor de (n) se aplica la formula número 2 que es:

$$\begin{array}{ll} S & = n/2 (t +u) & u = t + (n-1)d \\ 253 & = n/2 (-2+48) & 48 = -2 + (11-1)d \\ 253 & = n/2 (46) & 48 = -2 + (10)d \\ (253) (2) & = n(46) & 48+2 = -2+2+(10)d \\ 506 & = n (46) & 50 = (10)d \\ 506/46 = n & & 50/10 = (10)d \\ 11 & = n & 5 = d \end{array}$$

D. Conocidos  $t = 27$   $t = 35$   
Determinar  $t$  y  $s$ ,  $d$ ,  $r$

$$\begin{array}{ll} t = t +4d =27 & t = t +2d = 8 \\ t = t +6d =35 & t_n = t +7d = 9 \\ \\ (t +4d) - (t +6d) =27-35 & t +2d-t -7d =8-9 \\ t +4d-t 6d =-8 & 5d =-1 \\ -2d =-8 & d = -1/5 \\ d =-8/-2 & \\ d = 4 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} t +6d =35 & S = n/2 (t +u) \\ t +6 (4)=35 & = 7/2 (11+35) \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 t + 24 &= 35 && = 3.5 \text{ (46)} \\
 t &= 35 - 24 && = 161 \\
 t &= 11
 \end{aligned}$$

11, 15, 19, 23, 27, 31, 35

E. Se recibe un préstamo bancario de \$ 12.000 el cual se acuerda pagar mediante 12 pagos mensuales de \$1000 más los intereses sobre saldo insoluto a razón del 5% mensual.

¿Qué cantidad de intereses se paga en total?

$$\begin{aligned}
 C &= \$ 12.000 \\
 n &= 12 \text{ pagos} = \$1000 \\
 i &= 5\% \text{ mensual}
 \end{aligned}$$

$t = 600$	$t = 12000 (5\%) = 600$
$s =$	$11000 (5\%) = 550 \quad d = -50$
$n = 12$	$10000 (5\%) = 500$
$u = 12000$	$9000 (5\%) = 450$
$d = -50$	$8000 (5\%) = 400$
$7000 (5\%) = 350$	

$$\begin{aligned}
 s &= \frac{n}{2} [2t + (n-1)d] \\
 s &= \frac{12}{2} [2(600) + (12-1) \cdot (-50)] \\
 s &= 6 [1200 + (11) \cdot (-50)] \\
 s &= 6 (1200 - 550) \\
 S &= 3900 \quad \text{Pago total de intereses.}
 \end{aligned}$$

Ejercicios.

1. Calcular el 15 término y la suma de los primeros 15 términos de la progresión aritmética: 2, 5, 8, 11, 14.

Solución:  $a=2, d=3, n=15$ ; por lo cual,

$U = a + (n-1)d$	$S = \frac{n}{2}(a + u)$
$U = 2 + (15-1)3$	$S = \frac{15}{2}(2+44)$
$U = 44$	$S = 345$

2. Calcular la suma de los primeros 20 términos de la progresión aritmética. 48, 40, 32, 24, 16

Formula:  $S = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d)$

$a = 48, d = -8, n = 20$



$$S = n/2 (2a + (n-1)d)$$

$$S = 20/2 (2(48) + (20-1) \cdot 8)$$

$$S = -560$$

3. Encontrar el término número 9 y la suma de los primeros nueve términos de la progresión aritmética: 2, 6, 10, 14:

$$a=2, d=4, n=9$$

$$U = a + (n-1)d$$

$$S = n/2 (a + u)$$

$$U = 2 + (9-1)4$$

$$S = 9/2 (2 + 34)$$

$$U = 34$$

$$S = 162$$

4. Encontrar el término 11 de la sucesión y la suma de los mismos: 5, 8, 11, 14, 17...

$$a=5, d=3, n=11$$

$$U = a + (n-1)d$$

$$S = n/2 (a+u)$$

$$U = 5 + (11-1)3$$

$$S = 11/2 (5+35)$$

$$U = 35$$

$$S = 220$$

5. Calcular el término número 12 de la progresión 5, 8, 11,... y obtener la suma de los 12 primeros términos de la progresión:

$$a=5, n=12, d=3$$

$$U = a + (n-1)d$$

$$S = n/2 (a+u)$$

$$U = 5 + (12-1)3$$

$$S = 12/2 (5+38)$$

$$U = 38$$

$$S = 258$$

6. Encontrar el término número 12 y la suma de los doce primeros términos de la progresión aritmética: 4, 9, 14, 19

$$a=4, d=5, n=12$$

$$U = a + (n-1)d$$

$$S = n/2 (a+u)$$

$$U = 4 + (12-1)5$$

$$S = 12/2 (4+59)$$

$$U = 59$$

$$S = 378$$

7. Encontrar el término número 23 y la suma de los primeros veintitrés primeros términos de la progresión aritmética: 6, 12, 18, 24, 30,..

$$a=6, d=6, n=23$$

$$U = a + (n-1)d$$

$$S = n/2 (a+u)$$

$$U = 6 + (23-1)6$$

$$S = 23/2 (6+138)$$

$$U=138$$

$$S=1656$$

8. Encuentra la diferencia común de la siguiente sucesión: 2, 5, 8, 11, 14

$$d = 3$$

$$5-2 = 3$$

$$8-5 = 3$$

$$11-8 = 3$$

$$14-11 = 3$$

9. Dada la sucesión 1, 5, 9, 13,... calcule el decimo quinto termino

$$a=1, d=4, n= 15$$

$$U = a + (n-1)d$$

$$U = 1 + (15-1)4$$

$$U = 57$$

10. Encuentre el término 76 de la sucesión 0.20, 0.25, 0.30.....

$$a=0.20, d=0.05, n=76$$

$$U = a + (n-1)d$$

$$U = 0.20 + (76-1) 0.05$$

$$U = 3.95$$

11. Determina 10° término y la suma de la siguiente progresión aritmética 3, 7,11...

$$d = 4 \quad n = 10 \quad u = t_1 + (n - 1) d \quad s = n/2 (t_1 + u)$$

$$t = 3 \quad u = 3 + (10 - 1) 4 \quad s = 10/2 (39 + 3)$$

$$u = 3 + 36 \quad s = 5 (42)$$

$$u = 39 \quad s = 210$$

12. Determine el último término y la suma de la progresión aritmética 48, 45, 42.... Si cuentas con 15 términos

$$T_1=48 \quad u = t_1 + (n - 1) d \quad s = n/2 (t_1 + u)$$

$$N= 15 \quad u = 48 + (15 -1) (-3) \quad s =15/2 (48 + 6)$$

$$D= -3 \quad u = 48+ (14) (-3) \quad s = 7.5 (54)$$

$$u = 48 - 42 \quad s = 405$$

$$u = 6$$

13. El primer término de una progresión aritmética es:  $t_1 = 2$  y el último término es  $u = 48$ ,  $S = 253$ . Determine  $n$  y  $d$

$$S = n/2 (t_1 + u) \quad u = t_1 + (n - 1) d$$

$$253 = n/2 (-2 + 48) \quad 48 = -2 + (n- 1) d$$

$$506 = n (46) \quad 50 = 10d$$

$$n = 506/46 = 11 \quad d = 50/10 = 5$$

$$d = 5$$

14. Encuentra el término 15 y la suma de los primeros 15 términos de la progresión 1, 6, 11, 16, 21 .....

$$T_1 = 1 \quad u = t_1 + (n -1) d \quad s = n/2 (t_1 + u)$$

$$d = 5 \quad t_{15} = 1+ (15 - 1) (5) \quad s = 15/2 (1 + 71)$$

$$n = 15 \quad t_{15} = 1 + (14) (5) \quad s = 7.5 (72)$$

$$t_{15} = 1 + 70 = 71 \quad s = 540$$

15. Encuentre el término 18 y la suma de los primeros 18 términos de la progresión

5, 8, 11, 14, ....

$$T_1 = 5 \quad u = t_1 + (n - 1) d \quad s = n/2 (t_1 + U)$$

$$D = 3 \quad u = 5 + (18 - 1) (3) \quad s = 18/2 (5 + 56)$$

$$N = 18 \quad u = 5 + (17) (3) \quad s = 9 (61)$$

$$u = 5 + 51 = 56 \quad s = 549$$

16. Encuentre el último término de la suma de la progresión: 51, 48, 45, 42.... Si cuenta con 11 términos

$$T_1 = 51 \quad u = t_1 + (n - 1) d \quad s = n/2 (t_1 + u)$$

$$D = -3 \quad u = 51 + (11-1) (-3) \quad s = 11/2 (51 + 21)$$

$$N = 11 \quad u = 51 + (10)(-3) \quad s = 5.5(72)$$

$$u = 51 - 30 = 21 \quad s = 396$$

17. Encuentre la suma de los 20 primeros términos de la progresión 58, 54, 50...

$$T_i = 58 \quad s = n/2 [2t_1 + (n - 1)d]$$

$$D = 4 \quad s = 20/2 [(2)(58) + (20 - 1)(-4)]$$

$$N = 20 \quad s = 10 [116 + (19)(-4)]$$

$$s = 10 (116 - 76) = (10)(40) = 400$$

18. El primer término de una progresión es -2, el último es 48 y su suma es de 253, encuentra n y d

$$T_1 = -2 \quad s = n/2 (t_1 + u) \quad u = t_1 + (n - 1)d$$

$$U = 48 \quad 253 = n/2 (-2 + 48) \quad 48 = -2 + (n - 1)d$$

$$S = 253 \quad 506 = n(46) \quad 48 = -2 + 10d$$

$$n = (506)/(46) \quad 50 = 10d$$

$$n = 11 \quad d = 5$$

19. El término 5 y el término 7 de una progresión son de 27 y 35 respectivamente ; encuentre el primer término y la suma de los primeros 7 términos

$$T_5 = 27 \quad u = t_1 + (n - 1)d \quad s = n/2 (t_1 + u)$$

$$T_7 = 35 \quad d = (t_7 - t_5)/(7 - 5) \quad s = 7/2 (11 + 35)$$

$$d = (35 - 27) / 2 = 4 \quad s = (3.5)(46)$$

$$u = t_1 + (7 - 1)(4) \quad s = 161$$

$$35 = t_1 + (6)(4)$$

$$35 = t_1 + 24$$

$$t_1 = 35 - 24 = 11$$

20. \$10 de tal suerte que el boleto más caro será de mil, cuyo costo será de 500 \$ ¿Cuánto espera ganar Ricardo en esta rifa?

$$T_i = 0.50 \quad S = (n/2) (t_1 + 5)$$

$$D = \frac{1}{2} (.5) \quad S = 1000/2 (0.5 + 500)$$

$$U = 500 \quad (500)(500.5)$$

$$N = 1000 \quad S = 250$$

21. ¿Cuáles son los primeros tres términos de la progresión aritmética si el cuarto es  $a_4=13$  y el octavo  $a_8=27$ ?

Solución

La diferencia entre los términos cuarto y octavo es igual a 4 veces la diferencia común.

Por lo tanto

$$a_8 = a_4 + 4d \text{ o, } 27 = 13 + 4d \text{ (por sustitución)}$$

$$27 - 13 = 4d$$

$$4d = 14, \quad d = 14/4, \quad d = 7/2 \text{ o } d = 3.5$$

Los términos anteriores al cuarto, es decir los tres primeros se obtienen restando sucesivamente la diferencia.

$$a_3 = a_4 - d = 13 - 3.5 = 9.5$$

$$a_2 = a_3 - d = 9.5 - 3.5 = 6 \text{ y}$$

$$a_1 = a_2 - d = 6 - 3.5 = 2.5$$

*Teorema 2*

*El enésimo término de la progresión aritmética con  $a_1$  como primer término y  $d$  la diferencia común es:*

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

22. término de la progresión aritmética.

Encuentre el vigesimocuarto término de la progresión aritmética 10, 4,....

Solución

Puesto que  $a_2 = a_1 + d$ , la diferencia es  $d = a_2 - a_1$ , es decir  $d = 4 - 10$  o  $d = -6$ . El vigesimocuarto término es entonces.

$$a_{24} = 10 + (24 - 1)(-6)$$

$$a_{24} = -128$$

23. valor de un término

Obtenga el valor de  $x$  en la progresión aritmética -3,  $x$ , 15,....

La diferencia entre el primero y el tercero es igual a 2 veces la diferencia común  $d$ , es decir:

$$2d = 15 - (-3), 2d = 18$$

Donde  $d = 18/2$  o  $d = 9$

Por tanto,  $x$  es igual al primero más la diferencia

$$X = -3 + 9 \quad \text{o} \quad x = 6$$

Suma de los primeros términos

Tan útil como el  $n$ -ésimo término de las progresiones aritméticas es la suma de sus primeros términos. Esta suma recibe el nombre de serie y puede ser finita o infinita, aunque ahora se tratan las que son finitas.

Puesto que cada término es igual al anterior más una constante  $d$ , también es cierto que cada uno es igual al que le sigue menos  $d$ , por eso la suma se expresa como:

$$S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \dots + (a_n - 2d) + (a_n - d) + a_n \quad \text{o Como}$$

$$S_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + \dots + (a_1 + 2d) + (a_1 + d) + a_1$$

Si se invierte el orden de los términos.

Al sumar las dos ecuaciones, en el miembro izquierdo se tiene  $2S_n$  y en el derecho se obtienen  $n$  veces  $a_1$  y  $n$  veces  $a_n$  puesto que se cancelan todos los términos  $d$ .

Teorema 3

La suma desde el primer término  $a_1$  hasta el  $n$ -ésimo  $a_n$  en una serie aritmética con diferencia común  $d$  es:

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d) \quad \text{o} \quad S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

24. suma de términos de una serie aritmética

Se desea encontrar la suma de los primeros 20 términos de la serie aritmética:

$$(-8) + (-4) + \dots$$

Solución:

La diferencia común es  $d = a_2 - a_1 = (-4) - (-8) = 4$ , el primer término es  $a_1 = -8$  y  $n = 20$ , entonces la suma es:

$$S_{20} = \frac{20}{2} (2(-8) + (20-1)4)$$

$$S_{20} = 10(-16 + 76)$$

$$= 600$$

25. los primeros 10 términos de una serie aritmética suman 75 y el primero es -15. Se desea obtener el décimo.

Solución

En la primera ecuación se reemplaza  $a_1$  por -15,  $n$  por 10 y  $S_n$  por 75.

Después se despeja  $a_{10}$ .

$$75 = (10/2) (-15 + a_{10})$$

$$75 = 5(-15 + a_{10})$$

$$15 = -15 + a_{10}$$

$$15 + 15 = a_{10} \text{ por lo tanto el decimo termino es } a_{10} = 30$$

26. obtenga el décimo termino de 1, -3,... de la sig. progresión aritmética

Puesto que  $a_2 = a_1 + d$ , la diferencia es  $d = a_2 - a_1$ , es decir  $d = -3 - 1$  o  $d = -4$ . El décimo termino es entonces.

$$a_{10} = 1 + (10 - 1) (-4)$$

$$a_{10} = 1 + (9) (-4)$$

$$a_{10} = 1 - 36 \quad \text{o} \quad a_{10} = -35$$

27. Obtenga la suma de la progresión aritmética hasta el octavo término. -10, -5,....

La diferencia común es  $d = a_2 - a_1 = (-5) - (-10) = 5$ , el primer término es  $a_1 = -10$  y  $n = 8$ , entonces la suma es:

$$S_8 = (8/2) (2(-10) + (8-1)5)$$

$$S_8 = 4(-20 + 35) \quad S_8 = 4 * 15 \quad \text{o} \quad S_8 = 60$$

28. Calcule el primer término de la sucesión aritmética donde el quinto es 20 y el undécimo es 23

La diferencia entre el quinto y el undécimo es igual a 6 veces la diferencia común  $d$ , es decir.

$$6d = 23 - (20) \quad 6d = 3 \quad \text{o} \quad d = 3/6 \quad \text{o} \quad d = 0.5$$

Por tanto despejaremos  $a_1$ , sustituyendo valores de  $a_5$

$$20 = a_1 + (5-1) (1/2) \quad 20 = a_1 + 2 \quad \text{o} \quad a_1 = 20 - 2 \quad a_1 = 18$$

29. ¿Cuál es el primer término de la progresión aritmética donde el octavo es -3 y es igual al tercero más 10?

$$a_8 = -3 \quad a_8 = a_3 + 10 \quad \text{por tanto} \quad a_3 = -3 - 10 \quad a_3 = -13$$

$$5d = (-3) - (-13) \quad 5d = -3 + 13 \quad \text{o} \quad 5d = 10 \quad d = 2$$

Por lo tanto despejaremos  $a_1$ , sustituyendo valores de  $a_8$

$$-3 = a_1 + (8-1) (2)$$

$$-3 = a_1 + 14 \quad a_1 = -3 - 14 \quad a_1 = -17$$

30. Obtenga la suma hasta el vigésimo término de la siguiente progresión aritmética 4, 1,...

$$a_1=4 \quad a_2=1 \quad d=-3$$

$$S_{20} = \frac{(20)}{2} (2(4) + (20-1)(-3)) \quad S_{20} = 10(8-57) = 10 \cdot (-49) \quad S_{20} = -490$$

Ejercicios para resolver.

1. De la progresión 19, 31, 43, ..., determinar el noveno término y la suma de los diez primeros términos.
2. De la progresión:  $1/3, 1/12, -1/6, \dots$ , calcular el octavo término y la suma de los diez primeros términos.
3. De la progresión: 9.2, 8, 6.8, ..., calcular el decimo término y la suma de quince términos
4. Teniendo en cuenta los siguientes datos,  $a_1=3, a_n=9, n=7$ , calcular  $d$  y  $a_{10}$
5. Con bases a la siguiente información donde  $a_4=12, a_8=-4$ , calcular  $a_1$  y  $d$
6. Dados  $a_n=-11, d=-4, n=7$ , obtener el valor de  $a_1$  y  $S_n$
7. Dados  $a_1 = 13, d=-3, S_n=20$ , calcular  $n$  y  $a_n$
8. Hallar el 15 termino y la suma de los 15 primeros términos de las siguientes progresiones: (a) 2, 8, 14, 20... y b) 3, 8, 13, 18...
9. Encontrar el 9 termino y la suma de los nueve primeros términos de las siguientes progresiones: a) 3, 6, 12, 24 y b) 243, 81, ...
10. Cuál es el término número 50 de una sucesión aritmética, cuyo primer término es 0 y la diferencia común es 5

Repuestas:

1. 55, 115, 730
  2.  $-5/12, -17/12, -95/12$
  3. 5.6, -1.6, 12
  4.  $a=1, 12$
  5.  $a= 24, -4$
  6.  $a= 13, S= 7$
  7.  $n=8, a_n= -8$
  8. a) 86; 660 y b) 73; 570
  9. a) 768, 1533; y b)  $1/27, 364^{13/27}$
  10.  $a_{50}=245$
- 1) Encontrar el número 40 y la suma de esos 40 términos en la progresión 80, 65, 50, 35 ....
  - 2) ¿Cuál es la suma de los primeros 2,000 términos en la progresión 300, 310, 320, 340 ...
  - 3) ¿Qué porcentaje debe aumentar diariamente el dólar para que en un año tenga un tipo de cambio de \$9.60 por dólar, si hoy el tipo de cambio es de \$7.75?
  - 4) La Sra. Hernández deposito al final de cada mes durante un año \$800 cobrando por concepto de interés mensual \$24 ¿Cuánto tendrá al final del año en su cuenta?
  - 5) Una máquina cuyo valor es de \$25,000 pierde un valor de \$500 cada mes ¿Cuánto se podrá vender al cabo de 2 años?
  - 6) Érica desea saber en cuanto tiempo bajara de 85 kg que pesa actualmente a 53 kg que es su peso ideal, si en una tienda naturista le informa que tomando una tableta de Bromectina ella reducirá 45 gramos diarios
  - 7) Calcule la suma de los números enteros, múltiplos de 5 que hay entre uno y 255
  - 8) Una secretaria escribe el primer día 50 palabras por minuto, número que incrementa en 4



palabras por minuto cada día ¿Cuántas palabras por minuto escribe el decimo día?

- 9) ¿Cuántas palabras escribirá el trigésimo día?
- 10) ¿Qué día estará escribiendo 82 palabras por minuto?

- 1)  $L=505$   $S=8,500$
- 2)  $S=57980,000$
- 3)  $D=508\%$
- 4)  $S=11,184$
- 5)  $L=13,000$
- 6)  $N=712.11$
- 7) La suma es de 6,375
- 8) 86 palabras
- 9) 166 palabras
- 10) 82 palabras

#### Ejercicios

1. Obtenga el noveno término de la sig. progresión aritmética 100,80,...
2. Obtenga la suma hasta el trigésimo término de la siguiente progresión aritmética 4, 7, ...
- 3.Cuál es el cuarto término de la progresión aritmética si el cuadragésimonoveno es 25 y el Quincuagésimo es 21?
4. Obtenga el valor de  $x$  en la progresión aritmética -5, 7,  $x$ , ...
5. En una serie aritmética, la suma desde el primero hasta el decimosegundo es 25, siendo este igual a  $1/6$ , ¿Cuál es el primer término y su distancia?
6. Obtenga los primeros 3 términos de la serie aritmética si suman 60 y la diferencia entre el primero y el tercero es 16.
7. Encuentre el primer término de la serie aritmética si el cuarto es -4 y la suma de los primeros cuatro es 18.
8. Los primeros 10 términos en una serie aritmética suman 35 y el primero es -5. Determine el decimo
9. Determine la suma de los primeros 45 términos de la sucesión aritmética 3, -1...
10. Encuentre la suma de los 20 primeros términos de la sucesión aritmética 3,  $x$ , -5,...

#### RESPUESTAS

- 1) Resultado:  $a_9=-60$
- 2)  $a_{30}=91$
- 3)  $a_4=205$
- 4)  $X=19$
- 5) :  $a_1=4$   $d=-23/66$
- 6)  $a_1=12$ ,  $a_2=20$ ,  $a_3=28$
- 7)  $a_1=13$
- 8)  $a_{10}=12$
- 9)  $S_{45}=-3825$
- 10)  $S_{20}=-700$

#### Bibliografía

Matemáticas financieras teoría y práctica, Abraham Hernández Hernández Editorial: ECAFSA

Matemáticas Financieras, Alfredo Días Mata Víctor M. Aguilera Gomes

Editorial: MC GRAW HILL tercera edición

## PROGRESIONES GEOMETRICAS.

Es una secuencia en la que el elemento se obtiene multiplicando el elemento anterior por una constante denominada *razón* o *factor* de la progresión. Por lo tanto una sucesión de números, llamados *términos*, tal que dos números consecutivos cualesquiera en la sucesión estén en una *razón común* fija.

2, 2x, 2x<sup>2</sup>, 2x<sup>3</sup>,... es una progresión geométrica con razón común x

8, -4, 2, -1,... es una progresión geométrica con razón común -1/2

La progresión geométrica cuyo primer término es "t<sub>1</sub>" y cuya razón común es "r", es:

$$t_1, t_1r, t_1r^2, t_1r^3, \dots$$

El n - ésimo término de la progresión es:

$$T_n = t_1 (r^{n-1})$$

Sea "S<sub>n</sub>" la suma de los términos primeros "n" de la progresión:

$$S_n = t_1 + t_1r + t_1r^2 + t_1r^3 + \dots + t_1r^{n-2} + t_1r^{n-1}$$

$$\text{Entonces: } rS_n = t_1r + t_1r^2 + t_1r^3 + t_1r^4 + \dots + t_1r^{n-1} + t_1r^n$$

Se toma la diferencia S<sub>n</sub> - rS<sub>n</sub>, término por término, y se obtiene:

$$S_n = t_1 \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

Conviene usar la primera igualdad de la ecuación cuando |r| < 1, y la segunda cuando |r| > 1.

## PROGRESIONES GEOMETRICAS

- A. Encontrar el sexto término de la progresión -2, 8, -32, 128, -512, 2048  
Razón = -4

La sumatoria de los términos

a)  $S = t \frac{(1-r)}{1-r}$  r < 1  
menor

El ultimo termino

b)  $u = t r$

$S = t \frac{(r-1)}{r-1}$  r > 1  
mayor

- B. Genere una progresión de 5 términos

t = 3

r = 4

3, 12, 48, 192, 768 Progresión Geométrica Creciente

Nota:

Una progresión geométrica será decreciente si la razón común será positiva cuando  $r$  es menor que 1

$$t = 8$$

$$r = 1/4, 8, 2, .5, .125, .03125 \quad \text{Progresión geométrica decreciente}$$

C. Encuentre el 10 término y la suma de los 10 primeros términos de la progresión

$$1, 2, 4, 8$$

Formula 2

$$t = 1$$

$$r = 2$$

$$S = \frac{t(r-1)}{r-1}$$

Formula 1

$$= 1 \frac{(2^t - 1)}{2 - 1}$$

$$u = t r$$

$$= 1 \frac{(1024 - 1)}{1}$$

$$= 1 (2)$$

$$= 1 (2)$$

$$= 1 (512)$$

$$= 512$$

$$= 1 \frac{(1023)}{1}$$

$$= 1 (1023)$$

$$= 1023$$

D. Una progresión geométrica tiene como primer término  $t = 80$  y su ultimo T.tn =  $1 \frac{1}{4}$   
 $r = 1/2$  determine  $n$  y  $s$

$$t = 80$$

$$tn = 1 \frac{1}{4} = 5/4$$

$$u = t r$$

$$1/64 = (1/2)$$

$$r = 1/2$$

$$n = ?$$

$$5/4 = 80 (1/2)^n \quad (1/2)^n = (1/2)^6$$

$$s = ?$$

$$1 \frac{1}{4} = 5/4$$

$$\frac{5}{4} = (1/2)^6$$

$$6 = n - 1$$

$$\frac{4}{4}$$

$$6 + 1 = n$$

$$\frac{80}{1}$$

$$7 = n$$

$$\text{Simplificar } 5/320 = (1/2)^6$$

$$s = t \frac{(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$= 80 \frac{(1 - (1/2)^7)}{1 - 1/2}$$

$$= 80 \frac{(1 - 1/128)}{.5}$$

$$= 80 \frac{(1 - .0078125)}{.5}$$

$$= 80 \frac{(.9921875)}{.5}$$

$$= 80 (1.987375)$$

$$S = 158.75$$

## PROGRESIONES GEOMETRICAS INFINITAS

Dada la siguiente progresión geométrica

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$$

$$s = 1.875$$

$$r = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1-r}{1-r} \\ &= \frac{1-(1/2)}{1-1/2} \\ &= \frac{30}{16} \\ S_n &= 1.875 \end{aligned}$$

1. Determinar el 10° término y la suma de los primeros 10 términos de la progresión geométrica: 1, 3, 9, 27,...

En este caso:  $t_1 = 1$ ,  $r = 3$ , y  $n = 10$ , entonces:

$$\begin{aligned} T_{10} &= t_1(r^9) \\ &= 1(3^9) = 19683 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{10} &= t_1(r^{10}-1/r-1) \\ &= 1(3^{10}-1/3-1) = 29524 \end{aligned}$$

2. Determinar el 10° término y la suma de los primeros 10 términos de la progresión geométrica:  $(1.05)^{-1}$ ,  $(1.05)^{-2}$ ,  $(1.05)^{-3}$ ,  $(1.05)^{-4}$ ,...

En este:  $t_1 = (1.05)^{-1}$ ,  $r = (1.05)^{-1}$ ,  $n = 10$

$$\begin{aligned} T_{10} &= t_1(r^9) \\ &= (1.05)^{-1}[(1.05)^{-1}]^9 \\ &= (1.05)^{-10} = 0.61391325 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{10} &= t_1(r^{10}-1/r-1) \\ &= (1.05)^{-1}[1-(1.05)^{-10}/1-(1.05)^{-1}] \\ &= (1.05)^{-1}[1-(1.05)^{-10}/1-(1.05)^{-1}] \times 1.05/1.05 \\ &= 1-(1.05)^{-10}/1.05-1 \\ &= 1-(1.05)^{-10}/0.05 \\ &= 7.721734929 \end{aligned}$$

3. Una progresión geométrica tiene  $t_1 = 12$ ,  $r = 1/2$ , y  $t_n = 3/8$  calcular  $n$  y  $S_n$

$$\begin{aligned} 3/8 &= 12(1/2)^{n-1} \\ (1/2)^5 &= (1/2)^{n-1} \\ n-1 &= 5 \\ n &= 6 \end{aligned}$$

Entonces:

$$\begin{aligned} S_6 &= 12[1-(1/2)^6/(1/2)] \\ &= 23.625 \end{aligned}$$

4. Una progresión geométrica tiene  $t_2 = 7/4$ , y  $t_5 = 14$  calcular  $t_{10}$  y  $S_{10}$

$$T_2 = t_1(r) = 7/4, \quad T_5 = t_1(r)^4 = 14$$

En la primera ecuación se obtiene  $t_1=7/4r$ , y sustituyendo por  $t_1$  en la segunda ecuación, al despejar "r" se obtiene  $r=2$ . Entonces:

$$\begin{aligned} t_1 &= 7/8 \\ t_{10} &= 7/8(2)^9 \\ &= 448 \\ S_{10} &= [7/8(2^{10}-1/2-1)] \\ &= 894.125 \end{aligned}$$

5. Genere una progresión geométrica de los primeros 5 términos si  $t_1=3$  y  $r=4$ ..

$$\begin{aligned} T_n &= t_1(r^{n-1}) \\ T_2 &= 3(4^{2-1})=12 \\ T_3 &= 3(4^{3-1})=48 \\ T_4 &= 3(4^{4-1})=192 \\ T_5 &= 3(4^{5-1})=768 \end{aligned}$$

6. Genere una progresión geométrica de los primeros 5 términos si  $t_1=5$  y  $r=12$ ..

$$\begin{aligned} T_n &= t_1(r^{n-1}) \\ T_2 &= 5(12^{2-1}) = 60 \\ T_3 &= 5(12^{3-1}) = 720 \\ T_4 &= 5(12^{4-1}) = 8640 \\ T_5 &= 5(12^{5-1}) = 103,680 \end{aligned}$$

7. Encuentre el 10° término y  $S_{10}$  de la progresión geométrica 1,2,4,8, si  $r=2$

$$\begin{aligned} T_n &= t_1(r^{n-1}) \\ T_{10} &= 1(2^{10-1}) = 512 \\ S_{10} &= t_1(r^{10}-1/r-1) = 1(2^{10}-1/2-1) = 1023 \end{aligned}$$

8. El valor de cierta máquina, al final de cada año, es 80% de su valor al principio de año. Si la máquina originalmente costó \$10 000, calcular su valor al final de 10 años.

Si  $t_1=10\ 000$ ,  $r=0.80$ , y  $n=11$ , el cálculo entonces es:

$$\begin{aligned} T_{11} &= 10\ 000(0.80)^{10} \\ &= \$1\ 073.74 \end{aligned}$$

9. Una bomba de vacío extrae 5% del aire que queda en un recipiente por cada embolada ¿Qué fracción decimal del aire original queda después de 40 extracciones?

Si  $t_1=0.95$ ,  $r=0.95$ , y  $n=40$ , el cálculo entonces es:

$$\begin{aligned} T_{40} &= (0.95)^{40} \\ &= 0.128512157=12.85\% \end{aligned}$$

10. Encontrar el 8° término y la suma de los 8 primeros términos de la progresión geométrica: 1,3,9,27 ...

$$\begin{aligned} T_1 &= 1, r=3, n=8: \text{ por lo tanto} \\ t_n &= t_1(r^{n-1}) \\ t_8 &= 1(3^{8-1}) \\ t_8 &= 2187 \\ S_8 &= t_1(r^8-1/r-1) = 1(3^8-1/3-1) = 3280. \end{aligned}$$

11. El 2º término de una progresión geométrica es 6, y el 5º es 48. Escribir la progresión.

$$a_2 = 6; \quad a_5 = 48;$$

$$\begin{aligned} a_5 &= a_2 \cdot r^{5-2} \\ 48 &= 6 \cdot r^{5-2}; & r^3 &= 8; & r &= 2. \\ a_1 &= a_2 / r; \\ a_1 &= 6/2 \\ &= 3 \end{aligned}$$

Solución 3, 6, 12, 24, 48...

12. La suma de los infinitos términos de una progresión geométrica es 4 y el primer término es 2. Calcula la razón.

Solución:

$$S = \frac{a_1}{1-r} \Rightarrow 4 = \frac{2}{1-r} \Rightarrow 1-r = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow r = 1 - \frac{1}{2} \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

13. El tercer término de una progresión geométrica es 27/8 y la razón 3/2. Calcula la suma de los diez primeros términos.

Solución:

$$a_{10} = a_3 \cdot r^7 = \frac{27}{8} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^7 = \frac{59049}{1024}$$

$$S_{10} = \frac{a_{10} \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{\frac{59049}{1024} \cdot \frac{3}{2} - \frac{3}{2}}{\frac{3}{2} - 1} = \frac{\frac{177147 - 3072}{2048}}{\frac{1}{2}} = \frac{174075}{1024}$$

14. En una progresión geométrica, el quinto término es 32 y el segundo 4. Hallar la suma de los diez primeros términos.

Solución:

$$a_5 = a_2 \cdot r^3 \Rightarrow 32 = 4 \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$$

$$a_1 = \frac{a_2}{r} = \frac{4}{2} = 2$$

$$a_{10} = a_1 \cdot r^9 = 2 \cdot 2^9 = 1024$$

$$S_{10} = \frac{a_{10} \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{1024 \cdot 2 - 2}{2 - 1} = 2046$$

15. En una progresión geométrica el primer término es 2 y la razón 1/2. Halla la suma de los 6 primeros términos.

Solución:

$$a_6 = 2 \left( \frac{1}{2} \right)^5 = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$$

$$S_6 = \frac{\frac{1}{32} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{\frac{1 - 128}{64}}{-\frac{1}{2}} = \frac{-127}{-128} = \frac{127}{128}$$

16. En una progresión geométrica el primer término vale 4 y el cuarto 1/2. ¿Cuánto vale la razón?

Solución:

$$a_4 = a_1 \cdot r^3 \Rightarrow \frac{1}{2} = 4 \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

17. Hallar el término general de una progresión geométrica sabiendo que el sexto término es 486 y el tercero 18.

Solución:

$$a_6 = a_3 \cdot r^3 \Rightarrow 486 = 18 \cdot r^3 \Rightarrow 27 = r^3 \Rightarrow r = 3$$

$$a_3 = a_1 \cdot r^2 \Rightarrow 18 = a_1 \cdot 9 \Rightarrow a_1 = 2$$

$$a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

18. Halla término general de una progresión geométrica sabiendo que el quinto término es 16 y el segundo -2.

Solución:

$$a_5 = a_2 \cdot r^3 \Rightarrow 16 = (-2) \cdot r^3 \Rightarrow -8 = r^3 \Rightarrow r = -2$$

$$a_1 = 1 \Rightarrow a_n = 1 \cdot (-2)^{n-1} \Rightarrow a_n = (-2)^{n-1}$$

Los primeros seis términos de la progresión geométrica con  $a_1=4$ , el primer término, y  $r=1/2$ , la razón de común son:

$$a_1 = 4 \qquad a_2 = 4(1/2) = 2$$

$$a_3 = 2(1/2) = 1 \qquad a_4 = 1(1/2) = 1/2$$

$$a_5 = (1/2)(1/2) = 1/4 \qquad a_6 = (1/4)(1/2) = 1/8$$

Donde cada uno se obtuvo al multiplicar el anterior por la razón  $r = 1/2$ .

Cálculo del valor de un término de una sucesión geométrica

19. Encontrar el cuarto y el décimo término de la sucesión geométrica -3, 2, ...

SOLUCION

La razón es  $r = a_2/a_1 = 2/-3$  o  $r = -2/3$

El cuarto término es igual al tercero multiplicado por la razón, y este es igual al segundo por la razón, es decir

$$a_4 = a_3(r)$$

$$= (a_2r)r$$

$$a_4 = a_2(r)^2$$

$$a_4 = 2(-2/3)^2$$

$$= 8/9 \quad \text{porque } a_2=2$$

Para llegar al décimo, el cuarto se multiplica 6 veces por la razón.

$$a_{10} = a_4(r)^6$$

$$= (8/9)(-2/3)^6$$

$$= 0.078036885, \text{ aproximadamente}$$

Ya que es las progresiones aritméticas puede encontrarse cualquier término sin tener el inmediato anterior, se propone el siguiente teorema para hacerlo en las progresiones geométricas.

**Teorema 2.3** El enésimo término de la progresión geométrica cuyo primer término es  $a_1$  y la razón es  $r$ , está definido por  $a_n = a_1(r^{n-1})$



Aplicando sucesivamente la definición de progresión geométrica se comprueba esta fórmula

$$a_2 = a_1 r$$

$$\begin{array}{lcl} a_3 = a_2 r = (a_1 r) r & \text{o} & a_3 = a_1 r^2 \\ a_4 = a_3 r = (a_1 r^2) r & \text{o} & a_4 = a_1 r^3 \\ a_5 = a_4 r = (a_1 r^3) r & \text{o} & a_5 = a_1 r^4 \text{ etc.} \end{array}$$

Se observa que el exponente de  $r$ , en cada término, es uno menos que el subíndice de  $a$ , es decir

$$a_n = a_1 (r^{n-1})$$

Calculo del valor de un término de una progresión geométrica

20. Hallar el vigésimo término de la progresión geométrica.  $1.02, (1.02)^3, \dots$

SOLUCION

La razón es  $r = (1.02)^3 / 1.02$  o  $r = (1.02)^2$ , el primer término es  $a_1 = 1.02$ ,  $n = 20$ , porque se pregunta el vigésimo, entonces

$$a_{20} = (1.02) ((1.02)^2)^{20-1}$$

$$a_{20} = (1.02) (1.02)^{38}$$

$$a_{20} = (1.02)^{39} \text{ o } a_{20} = 2.164744768, \text{ aproximadamente}$$

Suma de términos de una progresión geométrica

21. Se desea obtener la suma de los primeros 25 términos de la progresión geométrica si el decimoquinto y el decimoctavo son respectivamente 2 y 16.

Solución

El decimoquinto término es  $a_{15} = 2$ , para llegar al decimoctavo se multiplica este 3 veces por la razón, esto es

$$a_{18} = 2 (r) (r) (r) \text{ o } 16 = 2r^3$$

Por lo que al dividir entre 2 y sacar la raíz cúbica, esto queda como

$$r^3 = 8, r = \sqrt[3]{8} \text{ o } r = 2$$

Se reemplazan en el teorema 2.3:  $a_{15} = 2$ ,  $n = 15$  y  $r = 2$ , para hallar  $a_1$ .

$$2 = a_1 (2)^{14}$$

$$a_1 = 2 / 2^{14} = 1 / 2^{13}$$

La suma de los primeros 25 es por tanto,

$$S_{25} = (1/2)^{13} \left( \frac{1 - 2^{-25}}{1 - 2} \right)$$

$$= 0.00012207(33'554,431)$$

$$S_{25}=4.096(\text{redondeado})$$

Cálculo del valor de un término y la suma de términos determinados

22. Se pretende obtener el decimosexto término y la suma de los primeros 16 de la progresión, donde cada término es 5% mayor que el anterior y el primero es 80.

SOLUCION

- a) El segundo, puesto que el primero es  $a_1 = 80$ , es 5% se expresa 0.05

$$a_2 = a_1 + 0.05a_1$$

$$a_2 = a_1(1 + 0.05) \text{ o}$$

$$a_2 = a_1(1.05)$$

El tercero es

$$A_3 = a_2 + 0.05a_2$$

$$A_3 = a_2(1.05) \text{ o}$$

$$A_3 = (a_1(1.05))(1.05) = a_1(1.05)^2$$

Y el decimosexto, puesto que la razón es  $r = 1.05$ , será

$$a_{16} = a_1(1.05)^{15}$$

$$a_{16} = 80(1.05)^{15}$$

$$a_{16} = 166.3142543$$

La suma de los primeros 16 es

$$S_{16} = 80 \frac{1 - (1.05)^{16}}{1 - 1.05} + \dots$$

$$= 80(23.65749176)$$

$$S_n = 1,892.599341$$

Si el último término de una progresión es 8748, la razón 3 y el número de términos es 8.

¿Cuál es el primer término?

$$U = a \cdot r^{n-1}$$

$$a = 8748/3^7$$

$$a = 8748/2187$$

$$a = 4$$

23. Calcular la suma de los primeros 6 términos de una progresión geométrica, cuyo primer término es 3 y la razón 3

$$S = a_1(r^n - 1)/r - 1$$

$$S = 3(3^6 - 1)/3 - 1$$

$$S = 3(728)/2$$

$$S = 2184/2$$

$$S = 1092$$

## EJERCICIOS

### PROGRECIONES GEOMETRICAS

1. Encontrar el 10° termino y la suma de los 10 primeros términos de la progresión geométrica:  
1, -1/2, 1/4 ...
2. Encontrar el 10° termino y la suma de los 10 primeros términos de la progresión geométrica:  
625, 125, 25 ...
3. Encontrar el 10° termino y la suma de los 10 primeros términos de la progresión geométrica:  
1, 1.08, (1.08)<sup>2</sup>, ...
4. Si a una persona se le ofreciera trabajo durante un mes, con un sueldo de 1 centavo el primer día, 2 centavos el segundo día, 4 centavos el tercer día, y así sucesivamente, cada día el doble de sueldo que el anterior...
5. ¿Cuánto recibirá en 30° día?
6. ¿Cuánto recibirá en los 30 días de trabajo?
7. ¿Cuánto recibirá por cada uno de los tres periodos consecutivos de 10 días?
8. Una persona inicia una cadena de cartas, con 4 amigos, quienes a su vez la pasan a otros 4 amigos, y así sucesivamente. Si no hay amigos duplicados, ¿Cuántas personas abran sido contactadas en total?
9. Calcule la cantidad total de ancestros que una persona tiene en 8 generaciones que le antecedieron, suponiendo que no hay parientes duplicados.
10. Cierta activo cuesta \$12 000, y la depreciación al final de cualquier año se estima en 25% del valor al principiar el año. ¿cuál es el valor estimado del activo después de 5 años de uso?
11. Una pelota de hule es arrojada al suelo desde 50 metros de altura. Siempre rebota la mitad de la altura de la que cae; calcular hasta donde subirá en el 8° rebote; la distancia total que ha recorrido cando golpea el piso por 10<sup>a</sup> vez.

### RESPUESTAS

- 1) -1/512, 0.666015625
- 2) 0.00032, 781.24992
- 3) (1.08)<sup>9</sup>, 14.48656247
- 4) \$5 368 709.20
- 5) \$10 737 418
- 6) \$10.23, \$10 475.52, \$10 726 932.25
- 7) 1 398 100
- 8) 510
- 9) \$2 847.66
- 10) 0.1953125 m , 149.8046875

## INTERES SIMPLE

*Interés.* Es la cantidad que se cobra o se paga por el uso del dinero.

Es el interés o beneficio que se obtiene de una inversión financiera o de capital cuando los intereses producidos durante cada periodo de tiempo que dura la inversión se deben únicamente al capital inicial, ya que los beneficios o intereses se retiran al vencimiento de cada uno de los periodos. Los periodos de tiempo pueden ser años, trimestres, meses, semanas, días, o cualquier duración o sea el interés se aplica a la cantidad inicial, los intereses no se agregan al capital

Cuando únicamente el capital gana intereses por todo el tiempo que dura la transacción, al interés vencido al final del plazo se le conoce como interés simple.

El interés simple se emplea casi siempre sobre préstamos de dinero a corto plazo (de un año o menos) y se calcula sobre el importe que se debe (capital inicial o valor actual del préstamo) durante cierto periodo y aplicando una tasa de interés.

Cuando las personas realizan depósitos bancarios se familiarizan con el interés simple mediante tres tipos de cuentas:

- 1.- Cuentas de inversión inmediata
- 2.-Cuentas a plazo
- 3.-Certificados de depósito

El interés simple se calcula como:

$$(I) \text{ Interés simple} = M \text{ (monto del capital)} - C \text{ (capital)}$$

$$I = M - C \quad M = C (1 + i t)$$

$$I = C i t \quad C = M / (1 + (t) (i))$$

$$M = C + I$$

$$i = I / C$$

### Nomenclatura

(I) El interés, pago por el uso de dinero ajeno y la diferencia entre S y C.

(C) Capital, cantidad de dinero prestado o invertido y se representa con la letra, comúnmente se le llama principal (Valor Presente)

(M o S) Monto del capital: operación financiera que con el tiempo se incrementa a un valor, conocido como valor futuro

(t) El plazo o tiempo es el número de días, meses o años que transcurren en un intervalo dado entre la fecha inicial y la fecha final de una operación financiera.

(i) Representa la tasa de interés o tanto por ciento que se paga cada unidad monetaria y siempre se da anualmente, salvo que se diga lo contrario.

FORMULAS

$S = C + I$       Formula que sirve para calcular el monto cuando se conoce el capital y el interés

$$C + I = S$$

$$C = S - I$$

$$I = S - C$$

$$I = Cit$$

$$Cit =$$

$$C = I/it$$

$$I = I/Ct$$

$$t = I/Ci$$

$S = C(1+it)$       Formula que sirve para calcular el capital final

$C = S/(1+it)$       Formula que sirve para calcular el valor de una deuda que ya vence

$i = S/C - 1/t$       Formula que sirve para conocer la t. de interés, cuando ya se tiene t

$t = S/C - 1/i$       Formula que se aplica para saber el tiempo de una transacción.

Ejercicios

1. Alejandro le prestó a Pepe \$1'500,000 por un tiempo de dos años y con una tasa de interés simple del 72%:

A) ¿Cuánto recibió?

B) ¿Cuánto ganó de intereses?

A)		$C = 1,500,000$
$S = C(1+it)$	$= 1'500,000$	$[1 + (.72)(2)]$
$i: 72\% \cdot 1'500,000$		$(2.44)$
	<u><math>S = \\$3'660,000</math></u>	

B)  $I = S - C$

$I = 3'660,000 - 1'500,000$	<u><math>I = \\$2'160,000</math></u>
-----------------------------	--------------------------------------

2. ¿Cuál fue la tasa de interés que cobro el Sr. Hernández, si presto \$3'000,000 y acabo de 4 años le devolvieron \$4'4000,000 con interés simple?

$$i = \frac{\frac{S}{C} - 1}{t}$$

$$S=4'400,000$$

$$C=3'000,000$$

$$t=4 \text{ años}$$

$$i = \frac{\frac{4'400,000}{3'000,000} - 1}{4} = \frac{1.4667 - 1}{4} = .1167$$

$i=11.67\%$  tasa de interés que cobro

3. Marco le debe a Pedro \$5'000,000, cantidad que deberá pagar dentro de 4 años, si Marco decidiera pagar la deuda y suponiendo que la tasa de interés es del 70% ¿Cuánto pagaría el día de hoy?

$$S=\$5'000,000 \quad t=4 \quad i=70\%$$

$$c = \frac{S}{1 + it}$$

$$c = \frac{5'000,000}{1+(.70)(4)} = \frac{5'000,000}{3.80} = \underline{\$1'315,789.50}$$

El resultado significa que \$1'315,789.50, es equivalente a tener \$5'000,000 dentro de 4 años con una tasa de interés del 70%

4. ¿Cuánto tiempo debe de transcurrir para que un capital se triplique si la tasa de interés es del 60%?

$$C=1 \quad S=3 \quad i=60\%$$

Supongamos que el capital inicial es 1.00 (C=1); para que este se triplique, el capital final debe de ser 3.00 (S=3)

$$t = \frac{\frac{S}{C} - 1}{i}$$

$$t = \frac{\frac{3}{1} - 1}{.60} = \frac{2}{.60} = \underline{3.33 \text{ años}}$$

5. El Sr. Pérez prestó \$2'000,000 a 2 años con una tasa del 80% a un interés simple, ¿Cuánto cobró de intereses?

$$C=\$2'000,000 \quad i=80\% \quad t=2 \text{ años}$$

$$I=Cit=(2'000,000)(.80)(2) \quad I=\underline{\$3'200,000}$$

Cantidad que representa los intereses ya cobrados durante dos años, 1'200,000.

6. Según estudios realizados por el comité de estudiantes de cierta facultad de dinero que requiere un estudiante mensualmente para realizar sus estudios ascienden a 4'000,000 anuales, con base en el estudio anterior, un padre de familia le promete a su hijo que una vez terminada la prepa, depositara en el banco una cantidad de tal magnitud, cuyos intereses anuales servirían para costear sus estudios.

Si al hijo le faltan 6 años para terminar la preparatoria y suponiendo una tasa de interés del 80% a interés simple, ¿Qué cantidad necesita depositar el día de hoy para poder cumplir su promesa?

1ª.-Se necesita saber qué cantidad debe de invertir para que cada año produzca \$4'000,000 de interés.

$$I = Cit \quad C = I/it$$

$$t=1 \quad i=.80 \quad I=4'000,000$$

$$C = \frac{4'000,000}{(.80)(1)} = \underline{\$5'000,000}$$

2º.-Esto quiere decir que el padre debe de buscar una cantidad que invertida el día de hoy se convierta en 5'000,000. Sin embargo, hay que tener en cuenta que al hijo se le dará la primera cantidad de 4'000,000 dentro de 6 años, por tal motivo los \$5'000,000 tienen 5 años para formarse.

$$C = \frac{S}{1+it} = \frac{5'000,000}{1+(.80)(5)} = \underline{\$1'000,000}$$

El padre debe depositar 1'000,000 el día de hoy y en 5 años se convertirá en 5'000,000, cantidad que invertirá y le dará 4'000,000 anuales.

7. Un comerciante adquiere un lote de mercancía con valor de \$3,500 que acuerda liquidar haciendo un pago de inmediato por \$1500 y un pago final 4 meses después, acepta pagar el 60% de intereses anual simple sobre su saldo. ¿Cuánto deberá pagar dentro de 4 meses?

$$C = \$3,500 - 1,500 = 2,000 \quad i=0.60 \quad t=4/12=1/3$$

$$M = 2,000[1 + (.60)(1/3)] = 2,000(1.2) = \underline{\$2400}$$

Pagará \$2,400, de los cuales 2000 son de capital y 400 de interés generados por los 4 meses.

8. Una persona deposita \$150,000 en un fondo de inversiones bursátiles que garantiza un rendimiento de 2.8% mensual. Si la persona retira su depósito 24 días después ¿Cuánto recibe?

$$C = 150,000 \quad i=2.8\% \quad t=24/30$$

$$M = 150,000[1 + (.028)(24/30)] = 150,000(1.0224) = \underline{\$153,360}$$

9. Una persona participa en una tanda y le toca el decimotercero mes para cobrar, si dentro de 18 meses recibirá \$30,000, ¿Cuál es el valor actual de su tanda, con un interés simple de 20% anual?

$$M = \$30,000 \quad t=18/12=1.5 \quad i=20\%$$

$$C = \frac{M}{(1+it)} = \frac{30,000}{[1 + (.2)(1.5)]} = \frac{30,000}{1.30} = \$23,076.92$$

10. Si alguien deposita \$75,000 en una cuenta bancaria que ofrece pagar 2.35% mensual simple, ¿Cuánto recibiría mensualmente de intereses?

$$\begin{aligned} C &= \$75,00 & i &= 0.0235 \\ I &= 75,000(0.0235)(1) \\ &= \underline{\$1762.50 \text{ mensuales}} \end{aligned}$$

11. La señora Gómez solicitó un préstamo al ISSSTE de \$6500 a 9% de interés anual durante un año. Calcular el interés simple a pagar.

Datos:	Solución:
$C = \$6500$	$I = C t i$
$t = 1 \text{ año}$	$I = 6500 (1) (0.09)$
$i = 9\% \text{ anual}$	$I = \underline{\$ 585}$

12. El señor Godínez compra un automóvil para su negocio y pacta pagarlo en dos años, con una tasa de interés de 36%. El automóvil cuesta \$98 500. Determinar el interés simple que pagará.

Datos:	Solución:
$C = \$ 98 500$	$I = C t i$
$i = 36\% \text{ anual}$	$I = \$ 98 500 (2) (0.36)$
$t = 2 \text{ años}$	$I = \underline{\$ 70 920}$

13. El señor Pérez le prestó a su cuñado \$ 10 500 a una tasa de interés simple de 3.5% mensual. Por cada 21 días, ¿Cuánto recibirá de intereses?

Datos:	Solución:
$C = \$ 10 500$	$I = C (i / 100) (t/30)$
$i = 3.5 \% \text{ mensual}$	$I = \$ 10 500 (0.035) (21 \text{ días} / 30)$
$t = 21 \text{ días}$	$I = \underline{\$ 257.25}$

14. ¿Qué interés simple produce un capital de \$ 15 000, que debe pagarse dentro de 13 semanas, con una tasa de interés de 28% anual?

Datos:	Solución:
$C = \$ 15 000$	$I = C (i / 100) (t / 52)$
$i = 28\% \text{ anual}$	$I = \$ 15 000 (0.28) (13 \text{ semanas} / 52 \text{ semanas})$
$t = 13 \text{ semanas}$	$I = \underline{\$ 1 050}$



## Ejercicios de interés simple

15. Calcular el monto de un préstamo de \$ 13 000 con 26% de interés simple, durante dos años.

Datos:	Solución:
$C = \$13\,000$	$M = C (1 + (t) (i))$
$i = 26\% \text{ anual}$	$M = \$ 13\,000 [1 + (0.26) (2 \text{ años})]$
$t = 2 \text{ años}$	$M = \$ 13\,000 [1.52]$
	$M = \$ \underline{19\,760}$

16. ¿Qué monto hay que pagar al ISSTE por un crédito a corto plazo de \$ 8500 con 9 % anual, después de un año y 6 meses?

Datos:	Solución:
$C = \$ 8\,500$	$M = C (1 + (t) (i))$
$i = 9\% \text{ anual}$	$M = 8\,500 [1 + 0.09/ 12 \text{ meses} (18 \text{ meses})]$
$t = 18 \text{ meses}$	$M = 8\,500 [1 + (0.0075) (18 \text{ meses})]$
	$M = 8\,500 (1.135)$
	$M = \$ \underline{9\,647.50}$

17. Esmeralda recibe un préstamo de Sofía para adquirir calzado con valor de \$25 600. Acuerda pagar la deuda cuatro meses después con una tasa de interés de 32% anual. ¿Cuánto deberá pagar Esmeralda después de cuatro meses?

Datos:	Solución:
$C = \$25\,600$	$M = C (1 + (t) (i))$
$i = 32\% \text{ anual} = 0.32$	$M = 25\,600 [1 + (0.32) 4/ 12 \text{ anual}]$
$t = 4 \text{ meses} = 4/ 12$	$M = 25\,600 [1 + (0.1066)]$
	$M = 25\,600 [1.10666]$
	$M = \$ 28\,330.66$

18. La licenciada Aguilera consigue un préstamo de \$28 000 a dos años, para comprar una computadora, la tasa de interés simple es de 4% bimestral ¿Cuánto pagará dentro de dos años?

Datos:	Solución:
C=\$28 000	$M=C (1+ (i) (t))$
i = 4% bimestral = 0.04 bimestral	$M=28\ 000[1 + (0.04 \text{ bimestral}) (12 \text{ bimestres})$
t= 2 años= 12 bimestres	$M=28\ 000[1 + (0.48)]$
	$M=\$ \underline{41\ 440}$

19. ¿Cuánto debe de invertir la licenciada Brito el día de hoy, con una tasa de 4.75% simple trimestral para disponer de \$3 500 000 dentro de cuatro años?

Datos:	Solución:
M=\$3 500 000	$C= M/ (1+ (t) (i))$
i = 4.75% trimestral	$C= 3\ 500\ 000 / (1+ (16) (0.0475))$
t= 4 años = 16 trimestres	$C= \$ \underline{1\ 988\ 636.364}$

20. Encontrar el interés simple y el monto de \$ 1000 al 4%, durante 15 meses

Datos:	Solución:
C= 1 000	$I= 1\ 000(0.04) (5/4)$
i = 4% = 0.04	$I=1\ 000(0.05)$
t= 15 meses = 15/12 = 5/4	$I=\$ \underline{50} \text{ Y } M=\underline{1050}$

Ejercicios: Pregunta-Respuesta.

- Alejandro prestó al Sr. Ruiz \$1'750,000, con una tasa de interés del 70% a interés simple a 3 años.

A) ¿Cuánto recibió Alejandro a los 3 años?  
 B) ¿Cuánto cobro de intereses?  
 R.A) S=\$5'425,000  
 R.B) I=\$3'675,000
- Pepe le debe al Sr. Jiménez \$10'000,000 cantidad que debe de ser pagada dentro de 4 años. Si el interés simple y la tasa de interés es del 75%, ¿Qué cantidad deberá pagar el día de hoy para liquidar su obligación?  
 R) C=\$2'500,00

3. ¿En qué tiempo un capital de \$3'000,000 se convertirá en \$10'000,000 si la tasa de interés es del 60% a interés simple?

R)  $t=3.89$  años

4. ¿Cuál fue la tasa de interés que cobró Marco si prestó \$2'500,000 y al cabo de 5 años le devolvieron \$12'500,000?

R)  $i=80\%$

5. El Sr. Hernández le prestó \$7'000,000 al Sr. Pérez por 4 años, con una tasa de interés del 72%, ¿Cuánto pago de interés el Sr. Pérez?

R)  $I=\$20'160,000$

6. El Sr. James le prometió a su hija, que cuando ella cumpliera 15 años le daría como regalo \$10'000,00 para su fiesta de cumpleaños, Si en la actualidad ella cuenta con 10 años y suponiendo una tasa de interés del 90%, ¿Qué cantidad deberá depositar el día de hoy para poder cumplir su promesa?

R)  $C=\$1'818'181.80$ .

7. Si a usted le debieran \$20'000,000, dinero que le tendrían que entregar hoy \$7'000,000, bajo el supuesto de que la tasa es de 90% simple, (Diga por qué).  
R) Si se acepta, ya que: Si los 7'000,000 se invierten bajo las mismas condiciones, se convertirán en \$25'900,000.

8. La Sra. Pérez ha recibido 3 ofertas por la venta de su casa, las cuales son: A) \$15'000,000 el día de hoy.

B) \$8'000,000 el día de hoy y 12'000,000 dentro de un año.

C) \$10'000,000 el día de hoy y \$8'000,000 dentro de un año.

Bajo el presupuesto de que la tasa de interés es del 80% determine cual oferta es la más atractiva para la Sra. Pérez.

R) Se acepta la primera oferta ya que:

A) Si los \$15'000,000 se depositan en el banco, se convierten en un año en 27'000,000.

B) Los 8'000,000 iniciales si se depositan se convierten en \$14'400,000 más los \$12'000,000 posteriores tendría \$26'400,000.

C) Los \$10'000,000 son invertidos y en año consigue \$18'000,000, más los \$8'000,000 restantes dan \$26'000,000.

9. El Sr. David firmo un pagaré por \$5'000,000 a 2 años, con una tasa de interés en la transacción del 75%, ¿Cuánto pagó al finalizar el plazo?

R)  $S=\$12'500,000$

10. El Sr. Muñoz firmó un pagaré con un valor de vencimiento de \$15'000,000, 8 meses antes de su vencimiento de tal forma que no pierda, ni gane, si la tasa de interés es del 80%?

R)  $C=1'582,608.69$

Ejercicios de interés simple (practicar)

1.- Encontrar el interés simple y el monto de \$1000 al 6%, durante 8 meses.

2.- ¿Cuál es la tasa de interés (i) por un préstamo de \$15 000 a un año, si se pagaron intereses (I) de \$ 3 000?

3.- Un banco paga 8% anual en sus cuentas de inversión inmediata, los intereses simples, se abonan trimestralmente. ¿Cuánto recibirá de intereses por los primeros 90 días, si el depósito fue de \$3 800?

4.- Si usted compra un automóvil en \$76 600 para pagarse en un año, con una tasa de interés simple de 24%. Calcular el interés correspondiente al primer mes de pago.

5.- Un comerciante deposita \$35 000 en un fondo de inversión, que da un rendimiento de 1.5% mensual. Para comprar más mercancía, decide retirar su depósito 28 días después. ¿Cuánto le entregarán al retirar capital e intereses?

6.- Se otorga un descuento de 4% por pronto pago si una deuda se paga 30 días antes de la fecha de su vencimiento. ¿Cuál es la máxima tasa de interés simple a que se puede pedir prestado para aprovechar la ventaja de pronto pago?

7.- X obtiene de Y un préstamo de \$1,200 a dos años, con interés al 6%. ¿Qué cantidad tendrá que aceptar Y como liquidación del préstamo 15 días después de efectuado suponiendo que desea un rendimiento del 5%?

8.- El Señor Pérez debe \$450 con vencimiento dentro de 4 meses y \$600 con vencimiento dentro de 6 meses. Si desea saldar las deudas mediante un pago inmediato, ¿cuál será el importe de dicho pago único suponiendo que desea un rendimiento del 5%? Utilizar como fecha focal el día de hoy?

9.- Una persona debe \$2,000, para pagar en un año de intereses al 6%. Conviene pagar \$500 al final de 6 meses. ¿Qué cantidad tendrá que pagar al final de 1 año para liquidar el resto de la deuda suponiendo un rendimiento del 6%? Tomar como fecha focal la fecha después de un año.

10.- El Señor Jiménez adquiere un terreno de \$5,000, mediante un pago de contado de \$500. Conviene en pagar el 6% de interés sobre el resto. Si paga \$2,000 tres meses después de la compra y \$1,500 seis meses más tarde. ¿Cuál será el importe del pago que tendrá que hacer 1 año después de liquidar totalmente el saldo? Tomar como fecha focal la fecha al final de 1 año.

RESPUESTAS DE EJERCICIOS DE INTERES SIMPLE

1.-  $I= \$40$  Y  $M= \$1040$

2.-  $i= 0.02$  anual o 20% anual

3.-  $I= \$76$

4.-  $I= \$1 532$

5.-  $M= 35 490$

- 6.- 50%
- 7.- \$1,295.42
- 8.- \$ 1,027.99
- 9.- \$2,444.33
- 10.- \$1,157.50

Bibliografía.

Díaz Mata, A y V. M. Aguilera Gómez. *Matemáticas Financieras*. McGraw-Hill, México, 1987.

Hernández Abraham. *Matemáticas financieras teoría y práctica*. ECAFSA, México, 1991.

Para plantear y resolver situaciones en las que interviene un número relativo grande de cantidades y fechas, se utilizan graficas que se conocen como diagramas de tiempo. En estos consisten en una simple línea recta en la que se anotan los valores, los montos, los capitales, las fechas y los plazos del problema a resolver

- c) Segundo giro a 180 días de \$5450  
 Tercer giro a 270 días de \$5675  
 $i = 0,015$



I:  $n_1 = 180$  días

$M = 5400$   
 $i = 0.05$

$$C = \frac{M}{1 + i * n} = \frac{5450}{1 + 0.015 * 6} = 5000$$

II:  $n_2 = 270$  días

$M = 5675$   
 $i = 0.05$

$$C = \frac{M}{1 + i * n} = \frac{5675}{1 + 0.015 * 9} = 5000$$

III:  $C = C_1 + C_2 = 5000 + 5000 = 10000$

$i = 0.015$      $M = C + C * i * n$

$n_3 = 450$  días     $M = 10000 + 10000 * 0.015 * 15 = 12250$

Ejercicios.

1. ¿Cuál es la tasa de interés simple anual sin con \$2,300 se liquida un préstamo de \$2,000 en un plazo de 6 meses?

$$I = M - C$$

$$I = \$2,300 - \$2,000 = 300$$

$$I = C * i * n \quad (n = 1/2)$$

$$300 = 2000 * i * (1/2)$$

$$300 * (2) = i \quad i = 0.30 \text{ o } 30\% \text{ simple anual.}$$

$$2000$$

2. ¿Cuánto acumula en dos años en su cuenta bancaria el sr. Morales si invierte \$28,000 ganando intereses del 27% simple anual?

$$M=C(1+in) \quad C=\$28000, n=2, i= 0.273$$

$$M=28000 (1+0.273*2)$$

$$M=43286$$

3. ¿Cuánto deberá invertirse al 35.1% simple anual el 15 de febrero, para disponer de \$7,000 el 9 de mayo?

$$M = C (1+in)$$

$$C = M / (1+in)-1$$

$$C = 7000(1+0.351(83/360))-1$$

$$C = 6475.93$$

4. ¿qué capital produce \$3,500 por concepto de intereses en 18 meses al 27% simple anual?

$$M = C(1+in)$$

$$C = M/(1+in)-1$$

$$C = \$3,500(1+0.27(18/24))^{-1}$$

$$C = \$3,500(1.27(1.5))^{-1}$$

$$C = 1837.28$$

5. ¿En cuántos días un capital de \$65,000 produce intereses de \$7000, si se invierte el 28.25% simple anual?

$$I=cin$$

$$I-C/i=n \quad I=M-C=\$58,000$$

$$\$58000-65000*.2825=n$$

$$n=1975.5$$

6. ¿en cuánto tiempo se duplica un capital que se invierte con un tipo de interés del 21.8% simple anual?

$$M=C(1+in) \quad \text{Respuesta 4.59}$$

$$M=10 (1+0.218*4.59)$$

$$M=20.0044$$

7. ¿Cuál es la tasa de interés simple anual, si un capital de \$17,500 genera 750 de interés en 60 días?

$$2333.33\%$$

8. ¿Con cuanto se cancela un préstamo a los 7 meses un préstamo por 8250 si se carga interés del 37.5%?

$$I= Cin \quad (n=7/12)$$

$$8250(0.375*7/12) =1804.6875$$

$$=10054.6875$$

9. ¿Que produce más intereses: invertir al 24.76% simple anual o al 6.19% trimestral)

$$R= Trimestral$$

10. En mayo se deposita \$4250 en un banco que abona el 27.3% simple, ¿Cuánto se acumula para noviembre?

$$I= Cin \quad (n=6/12)$$

$$4250(0.273*6/12)=580.125$$

4830.125

### Ejercicios

1. ¿cuál es el valor nominal de un documento que ampara un préstamo por \$37,500 con interés del 35% simple anual y 7 meses de plazo?
2. Lorena invierte \$3500 en una institución que paga intereses del 38% simple anual ¿Cuánto tendrá 3 meses después de su inversión?
3. Un obrero recibe \$25000 de indemnización, deposita en un banco con un 36.9% simple cuanto recibe cada mes por concepto de intereses.
4. ¿cuál de las siguientes de las siguientes opciones de gratificación conviene más a los intereses de un empleado? Suponiendo que al invertir gana 31.4% de interés simple anual.  
Recibir ahora \$3850  
Recibir \$2000 ahora y otros \$2000 en otros dos meses  
Recibir 3 pagos de \$1400 cada uno a 30, 60, 90 días
5. Una persona invierte \$20,000 su interés es de 19.8% anual de interés simple ¿cuánto tendrá en 2 años?
6. De un préstamo de \$4800 con un interés simple mensual del 5% ¿Cuánto pagara en 6 meses?
7. Se solicita un préstamo de \$10,000 con interés simple trimestral del 2.5% ¿cuánto se pagara en 9 meses?
8. Tenemos un ahorro de \$30000 en el banco con una ganancia de 45% cada 18 meses ¿Cuánto tendremos ahorrado en 3 años?
9. Un préstamo de \$18000 a un plazo de un año con interés simple anual de 15%, si quiero cancelar la deuda a media año ¿Cuánto tendría que pagar?
10. Si compro un teléfono de \$16000 a 1 año con un interés de 8.7% anual ¿Cuánto me valdrá el teléfono?

### RESPUESTAS

1. \$45156.25
2. \$3832.5
3. \$768.75
4. C
5. 28704.008
6. \$6240
7. \$10768.9
8. \$63075
9. \$19350
10. 17392

## TASA Y TIPO DE INTERES.

### Ejemplo 1

Una persona compra un radio que cuesta \$1.500 paga un enganche de \$ 800 y acuerda pagar otro \$ 800 tres meses después.

¿Qué tipo de interés pago?

$$c = \$ 1.500 - \$ 800 = \$ 700$$

$$t = 3 \text{ meses} = 3/12 = 0.25$$

$$M = \$ 800$$

$$M = c + I$$

$$800 = 700 + I$$

$$800 - 700 = I$$

$$100 = I$$

$$I = c t i$$

$$100 = 700 (0.25)i$$

$$100 = (175) i$$

$$100/175 = i$$

$$(100)(0.5714) = i$$

$$i = 57.14\% \quad 12$$

$$= 4.76\% \text{ mensual}$$

### Ejemplo 2

María compro un automóvil el 1º de enero en \$ 9.500 y lo vende 17 meses después en \$ 16,000.

¿Qué tasa de interés simple anual le rindió su inversión?

$$c = \$ 9.500$$

$$t = 17 \text{ meses} = 17/12 = 1.41$$

$$M = \$ 16,000$$

$$i = ?$$

$$M = c + I$$

$$16,000 = 9.500 + I$$

$$16,000 - 9.500 = I$$

$$6.500 = I$$

$$I = c t i$$

$$6.500 = 9.500(1.41)i$$

$$6.500 = (13458.33)i$$

$$\frac{6.500}{13458.33} = i$$

$$0.4829 = i$$

$$(100)(0.4829) = i$$

$$48.29\% = i$$

$$M = c(1+it)$$

$$16,000 = 9.500 (1+i(1.41))$$

$$16,000 = 9.500 (1+1.41i)$$

$$\frac{16,000}{9.500} = 1+1.41i$$

$$1.6842 = 1+1.41i$$

$$1.6842 = 1+1.41i$$

$$1.6842 - 1 = 1.41i$$

$$0.6842 = 1.41i$$

$$\frac{0.6842}{1.41} = i$$

$$0.4852 = i$$



$$(100)(0.4829)=i$$

$$48.29\%=i$$

## CALCULO DEL TIEMPO

### Ejemplo: 1

En cuanto el tiempo se duplica un capital invertido al 49% de interés anual simple.

$$\begin{array}{ll} M= c(1+it) & \text{años} \\ 2= 1(1+(\.49)t) & 2.0408=t \\ 2/1= 1+(\.49)t & (.0408)(365)=14.89 \quad 15 \\ 2= 1+(\.49)t & \\ 2-1=(.49)t & \quad \quad \quad 2 \text{ años } 15 \text{ días} \\ 1=(.49)t & \\ 1/.49 = t & \end{array}$$

### Ejemplo 2

En cuanto tiempo acumularían \$ 5.000 si se depositan hoy \$ 3.000 en un fondo que paga 4% simple mensual

$$\begin{array}{l} M= \$ 5.000 \\ c = \$ 3.000 \\ i = 4\% = 0.04 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} M=c (1+it) \\ 5.000 = 3.000 [1+ (0.04)t] \\ \underline{5.000} = 1+ (0.04) t \\ 3.000 \\ 1.66 = 1 + (0.04) t \\ 1.66 -1 = (0.04) t \\ 0.66 = (0.04) t \\ \underline{0.66} = t \\ 0.04 \\ 16.66 = t \\ (.666)(30)=20 \\ 16 \text{ meses } 20 \text{ días} = t \end{array}$$

TIEMPO REAL Y TIEMPO APROXIMADO  
(Considera los meses sin importar los días)

Ejemplo 1

¿Cuál será el monto el 24 de diciembre de un capital de \$ 10,000 depositado el 15 de mayo del mismo año en una cuenta de ahorros que paga el 4.9% anual simple?

M=?	M	= c (1+it)
c= \$10,000		= 10,000 (1 + (0.049) (223/356))
i= 4.9% = 0.049		= 10,000 (1.0299)
t=223/356		= \$ 10.299.36

Tiempo real (365)

( son todos los días del mes )

Mayo 31	mayo 16	El tiempo que	
15 mayo		junio 30	ha transcurrido
24 diciembre		julio 31	
Agosto 31	183	suma de meses	
sep. 30			
oct. 31	24	diciembre	
nov. 30	223	días	
dic. 31			

Tiempo aproximado (360)

$$M = c (1+it)$$

7 (30) = 210 +9	15 mayo	= 10,000(1+(0.049)(219))
= 219 días	24 dic.	= 10,000 (1+0.029)
días		=10,000 (1.029)
mes		= 10298.08

de mayo a diciembre .son 7 meses

Ejercicio: 2

El 11 de julio se firmo un pagare por \$ 1,700, con el 3.8 de interés. ¿En qué fecha se dan \$ 1,500 los intereses?

c= \$ 1,700
= 3.8 =c.38
= \$ 1,500
t =?
= c 9 t

$$1500 = 1700 (0.38) t$$

$$1500 = (646) t$$

$$1500 = t$$

$$646$$

$$2.32 = t \quad \text{El tiempo es al 12 de agosto}$$

2 años 1 mes 2 días  
 11 julio 2 años      julio 31  
 12 agosto              -11  
 20  
 +12 agosto  
 32

## DESCUENTO

Es una operación de crédito que se lleva a cabo principalmente en instituciones bancarias y consiste en que estas adquieren letras de cambio o pagare de cuyo valor nominal descuentan una suma equivalente a los intereses que devengaría el documento entre la fecha en que se recibe y la fecha de vencimiento.

Existen 2 formas de calcular el descuento:

- A) El descuento real o justo
- B) El descuento comercial

Descuento comercial

Una empresa descontó en un banco un pagare. Recibió \$ 166.666.67 si el tipo de descuento es del 60 y el vencimiento del pagare era 4 meses después de su descuento.

¿Cuál era el valor nominal del documento en la fecha de su vencimiento?

d = tasa de descuento  
 D = descuento

- 1  $D = Mdt$
- 2  $D = cdt$
- 1-dt

$c = \$ 166,666.67$	$D = cdt$
$d = 60 = .6$	$1-dt$
$t = 4 \text{ meses} = 4/12 = 1/3$	
$D = ?$	$= \frac{166.666.67(.6)(1/3)}{1 - (.6)(1/3)}$
El valor del documento en la fecha de vencimiento es	$= \frac{33333.334}{0.}$
$\$166,666.67 + 41666.6675$	$= 41666.6675$ ahorro
$= 208333.33$	Descuento comercial

Descuento real o justo

A diferencia del descuento comercial el descuento justo se calcula sobre el valor real que se anticipa y no sobre el valor nominal.

$$M = c (1+dt)$$

$$= 166,666.67 (1 + (.6)(1/3))$$

$$= 166,666.67 (1+0.2)$$

$$= 166,666.67 (1.2)$$

$$= \$ 200,000$$

$$\$200,000 - 166,666.67 = \$ 33,333.33 \quad \text{Descuento real}$$

## ECUACIONES DE VALORES EQUIVALENTES

Ejemplo 1

En cierta fecha una persona firma un pagare por \$ 4,200 a 90 días al 45%, 30 días después contrae una deuda por \$1,000 pasa pagarla 2 meses después sin intereses. 2 meses después de la primera fecha acuerda con el acreedor pagar \$1,500 en ese momento y para saldar el resto de su deuda realiza un pago final 3 meses después de la última fecha con intereses del 50%

¿Determinar el pago final convenido?

Deuda    Pagos  
a)1. \$ 1,200 a 90 días 45%                          m) 2 meses después de la  
primera fecha \$1,500

b) 2. \$ 1,000 a 30 días                                  n) Por 3 meses después de la  
para pagar 2    última fecha 50%  
meses después

$$a+b = m+n$$

Ec. de valores equivalentes

Para determinar la equivalencia es necesario encontrar el valor de las diferentes operaciones para que sea posible compararlas, ya que las operaciones están planteadas en tiempos distintos por lo que hay que asignar o elegir una fecha para hacer coincidir el valor de las diferentes operaciones a la cual llamaremos fecha focal.

$$M = c(1+it)$$

$$= 1200 ( 1+.45 (3/12))+1,000 = 1,500 (1+.50(3/12))+$$

$$= 1335 + 1,000 = 1687.5 +x$$

Calculo del monto

$$M= 1335 (1+.50 (2/12)) + 1,000 (1+.50(2/12)) = 1687.5+x$$

$$1446.25 + 1083.33 = 1687.5 +x$$

$$2529.58 = 1687.5 +x$$

$$2529.58 - 1687.5 = x$$

\$ 842,08 = x Pago total de la deuda a 5 meses

$$M = c(1+it)$$

$$1200 \cdot 1 + .45(3/12) + 1,000 = 1,500 \cdot 1 + .50(2/12) + x \cdot 1 + .50(1/12)$$

$$1335 + 1,000 = 1625 + x$$

$$1 + .50(1/12)$$

$$1335 + 1,000 = 1625 + x$$

$$1.0416$$

$$1335 \cdot 1 + .50(1/12) + 1,000(1 + .50(1/12)) = 1625 + x$$

$$1.0416$$

$$1390.625 + 1041.67 = 1625 + x$$

$$1.0416$$

$$22432.295 = 1625 + x$$

$$1.0416$$

$$2432.292 - 1625 = x$$

$$1.0416$$

$$807.295 = x$$

$$1.0416$$

$$807.295(1.0416) = x$$

\$840.87 = x Pago total de la deuda a 4 meses.

Las ecuaciones de valores equivalentes a intereses simples las fechas focales producen resultados diferentes.

Ejercicio: 2

Una persona contrajo una deuda hace 8 meses por \$20,000 con 40% de interés simple y que vence dentro de 4 meses además debe pagar otra deuda de \$15,000 contraída hace 2 meses con el 35% del interés simple que vence dentro de 2 meses considerando un inveteres de 42%

¿Qué pago deberá hacer hoy para saldar sus deudas si se compromete a pagar \$ 20,000 dentro de 6 meses?

Deudas		Pagos	
\$ 20,000	al 40%		Hoy (x)
\$ 15,000	al 35%		\$ 20,000

a) Encontrar el monto

(Primera deuda)

$$c = \$ 20,000$$

$$= 40\% = .40$$

$$t = 12/12 = 1$$

$$M = ?$$

$$M = c (1+it)$$

$$= 20,000 (1+.40(1))$$

$$= \$ 28,000$$

$$= c \cdot i \cdot t$$

$$= 20,000 (.40)(1)$$

$$= \$ 8,000$$

(Segunda deuda)

$$c = \$ 15,000$$

$$= 35\% = .35$$

$$t = 4/12$$

$$M = c (1+it)$$

$$= 15,000 (1+.35(4/12))$$

$$= \$ 16,750$$

$$= c \cdot i \cdot t$$

$$= 15,000 (.35)(4/12)$$

$$= \$ 1,750$$

Encontrar el valor presente

(Primera deuda)

$$c = M$$

$$(1+it)$$

$$= 28,000$$

$$(1+.42(4/12))$$

$$= \$ 24,561.40$$

Primer valor que debio

pagar

$$= \$ 15,654.20$$

(Unico pago)

$$c = M$$

$$(1+it)$$

$$= 10,000$$

$$(1+.42(6/12))$$

$$= 10,000$$

$$1.21$$

$$= \$ 8,264.46$$

(Segunda deuda)

$$c = M$$

$$(1+it)$$

$$= 16,750$$

$$(1+.42(2/12))$$

$$= 16,750$$

1.07

$$x = 24,561.40 + 15,654.20 - 8,264.46$$

$$x = \$ 31,951.14$$

Es el pago que esta persona debe realizar

el día de hoy.

Una cuenta de crédito en un almacén sobre la que se paga el 5.8%a tenido los siguientes movimientos en los últimos meses.

1) Saldo al 1 junio \$ 4,000 -

2) Abono el 16 junio \$ 2,000

3) Cargo el 11 julio \$ 2,500

4) Cargo el 31 julio \$ 300

5) Abono el 15 agosto \$ 2,000

¿Calcular el saldo al 15% de septiembre?

1º de junio al 16 de junio      Abono 16 junio      11 julio  
el saldo \$ 4.000      4009.66       $M=c(1+it)$   
2000.00  
2009.66      =2009.66(1+.058(25/2))  
= \$ 2017.75

$M=c(1+it)$       saldo 11 julio \$ 2017.75  
= 4000 (1+.058(15/360))      +cargo 11 julio \$ 2500.00  
= 4009.66      saldo      \$ 4517.75

31 julio  
 $M= c(1+it)$   
= 4517.75 1+.058 (20/360)  
= \$ 4532.30

4532.30  
+300.00  
4832.30 saldo al 31 de julio

15 agosto  
 $M= c(1+it)$   
= 4832.30 1+.058 (15/360)  
= \$ 4843.97 saldo al 15 de agosto

4843.97  
2000.00 Abono  
\$2843.97

$M=c(1+it)$   
=2843.97 (1+.058(1/12))  
=\$ 2857.71

Esto es lo que se debe hasta el día de hoy.

## INTERES COMPUESTO

EL VALOR PRESENTE a la causa  $i$ , por periodo de conversión, de monto  $M$  con vencimiento en  $n$  periodos de conversión es la suma  $C$  tal que invertida ahora a la tasa dada de interés alcanzaría el monto  $M$  después de  $n$  periodos de conversión.

$$M = C(1 + i)^n$$

$$C = M / (1 + i)^n \quad \text{ó} \quad C = M(1 + i)^{-n}$$

Ejercicios resueltos de interés compuesto

1. Cuanto debe depositarse al Banco si se desea tener un Monto de \$2,000 en un plazo de 6 años, suponiendo que la tasa de interés es del 5% Anual convertible semestralmente:

$$M = 2,000$$

$$i = 0.025$$

$$n = 12$$

$$C = 2,000(1.025)^{-12} = 2,000(0.743556) = \$1,487.11$$

2. Debo \$1,250 que debo pagar en 3 años, sin intereses. ¿Qué cantidad debería estar dispuesto a aceptar mi Acreedor en este momento si puede él invertir el dinero 4%, convertible semestralmente?

$$M = 1,250$$

$$i = 0.02$$

$$n = 6$$

$$C = 1,250(0.887971) \\ = \$1,109.96$$

3. En la Compra de una casa, se paga \$10,000 como pago inicial y se acuerda pagar \$7,500 dos años después. Hallar el valor de contado de la casa al 6% convertible semestralmente. *El valor de contado  $C$ , es \$10,000 mas el valor presente de \$7,500 a pagar en 2 años al 6% convertible semestralmente, por tanto:*

$$C = 10,000 + 75,000(1.03)^{-4} \\ = 10,000 + 75,000(0.888487) \\ = \$16,663.65$$

4. Hallar el valor al 15 de febrero de 1965 de \$500 pagaderos el 15 de Mayo de 1970, suponiendo un rendimiento al 4.4% convertible trimestralmente:

$$M = 500$$

$$i = 0.011$$

$$n = 21$$

$$C = 500(1.011)^{-21}$$

$$\text{Log } C = \log 500 - 21 \log 1.011 \\ = 2.698970 - 0.099775 = 2.599195 \\ C = \$397.37$$

5. Suponiendo una tasa de rendimiento efectivo de 4%, hallar el valor de vencimiento de una deuda de \$2,500 contratada con intereses al 6% convertible trimestralmente, a pagar en 8 años.

$$M = 2,500(1.025)^{32} \\ = 2,500(1.610324) \\ = \$4,025.81$$



6. El valor presente de \$4,025, 81 pagaderos en 8 años, al 4% efectivo es:

$$\begin{aligned}C &= 4,025.81 (1.04)^{-8} \\ &= 4,025.81 (0.730690) \\ &= \$2,941.62\end{aligned}$$

7. ¿Cuánto debe depositarse en el Banco si se desea tener un Monto de \$50,000 dentro de 3 años y cuya tasa de interés es el 20% anualmente convertible semestralmente.

$$\begin{aligned}M &= 50,000 \\ I &= 0.10 \\ n &= 6 \\ C &= 50,000 (1.1)^{-6} \\ &= 50,000 (0.564473) \\ &= \$28,223.6965\end{aligned}$$

8. ¿Cuánto dinero debe depositarse en el Banco si se desea acumular un monto de \$250,000 en un plazo de 2 años y cuya tasa de interés es del 33% convertible mensualmente?

$$\begin{aligned}M &= 250,000 \\ I &= 0.0275 \\ n &= 24 \\ C &= 250,000 (1.0275)^{-24} \\ &= 250,000 (0.52147809) \\ &= \$130,309.6227\end{aligned}$$

9. ¿Qué cantidad de dinero recibe la empresa en calidad de préstamo si ha firmado un documento por \$65,000 que incluye capital e intereses al 30% convertible trimestralmente y tiene vencimiento en 18 meses?

$$\begin{aligned}M &= 65,000 \\ I &= 0.075 \\ n &= 6 \\ C &= 65,000 (1.075)^{-6} \\ &= 65,000 (0.647961518) \\ &= 42,117.4987\end{aligned}$$

10. Se depositaron \$500 en un Banco a una tasa de interés del 48% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuál será el monto acumulado en 2 años?

$$500 (1 + 0.4)^{24} = \$1,281.652082$$

11. Suponga por ejemplo que usted deposita N\$100.00 en una cuenta bancaria que le reeditúa el 60% de interés anual, ¿ a cuánto ascenderá el monto acumulado al final de cinco años suponiendo que no retira su inversión?

Al finalizar el primer año (o a iniciar el segundo) el monto del capital será igual a la suma de los 100 nuevos pesos originales y sus respectivos intereses que son el 60% de esta cantidad, es decir:

$$\begin{aligned}M_1 &= 100.00 + (0.60)100.00 \\ &= 100.00 (1+ 0.60) \\ &= 100.00 (1.60) \\ &= \$ 160.00\end{aligned}$$

Esto significa que al finalizar el primer año, la inversión habrá producido \$60.00 por concepto de interés. El monto crece cada vez más rápido que en los anteriores, simplemente porque los intereses a su vez generan intereses.

12. Obtener el monto acumulado en cinco años, por un capital de 500.00 nuevos pesos que se invierte con un tipo de intereses del 40% compuesto bimestralmente.

EL capital o valor presente es  $C = 500.00$

El plazo en años es cinco y por lo tanto  $n = 5$

La frecuencia de conversión es  $p = 6$  porque seis bimestres tiene un año.

El plazo en bimestres es  $np = 30$  y la tasa de interés anual es  $i = 0.40$ , entonces con la ecuación de teorema el monto pedido es:

$$\begin{aligned} M &= 500.00 (1 + 0.40/6)^{30} \\ &= 500.00 (6.932050407) \\ &= \$3,466.03 \end{aligned}$$

13. Un banco paga el 5% anual compuesto trimestralmente. Si se le colocan \$200 en una cuenta de ahorros y de interés trimestral se deja en la cuenta ¿Cuánto habrá en la cuenta después de un año?, ¿Cuál es la tasa efectiva de interés? En este caso, el interés ganado en el primer trimestre (tres meses) es

$$I = (\$200)\left(\frac{1}{4}\right)(0.05) = \$2.50$$

El nuevo capital es  $P + I = 202.50$  y el interés que produce el capital durante el segundo trimestre es

$$I = (202.50)\left(\frac{1}{4}\right)(0.05) = \$2.53$$

El interés sobre el capital de \$205.03 ( $\$202.50 + \$2.53$ ) en el tercer trimestre es:

$$I = (205.03)\left(\frac{1}{4}\right)(0.05) = \$2.56$$

El interés total pagado por el primer periodo de un año sobre el capital de \$200 es de 10.18, o sea,  $\$10.18 = (200)(1)(r)$

14. Si se invierten \$300 a un interés anual del 6% pagadero (a) anualmente, (b) semestralmente, (c) trimestralmente (d) diariamente, ¿cuánto se tiene después de 4 años?

Es este problema,  $P = \$300$  y los valores de  $n$  y  $r$  varían dependiendo de cuánto tiempo se paga el interés.

a) En este problema,  $P = \$300$ ,  $n = 4$ ,  $r = 0.06$ , y queremos calcular  $A_4$ . Obtenemos

$$A^4 = \$300 (1 + 0.06)^4 = (\$300)(1.262477) = 378.74$$

(b) ahora,  $P = \$300$ ,  $n = 8$  (4 pagos semestrales) y  $r = 0.03$  ( $0.06/2$ ). Queremos calcular  $a_8$ . Ahora

$$a_8 = \$300 (1+0.03)^8 = (\$300)(1,26677) = \$380.03$$

© aquí,  $P = \$300$   $n = 16$  (4 pagos trimestrales) y  $r = 0.015$  ( $0.06/4$ ) queremos calcular  $a_{16}$ . Ahora

$$a_{16} = \$300(1 + 0.015)^{16} = (\$300)(1.268986) = \$380.70$$

15. Cuánto dinero se debe invertir al 6% anual de manera que después de 4 años se tengan \$1000 si el interés se compone (a) anualmente, (b) trimestralmente, (c) diariamente? (siempre se debe usar el año exacto en el caso de que el interés se componga diariamente).

Queremos calcular el capital P sabiendo que la cantidad después de 4 años será \$1000; es decir, queremos saber que el valor presente de \$1000

$$N = 4, R = 0.06, A = \$1000$$

$$P = \$1000(1.06)^{-4} = \$1000(0.792094) = \$792.09$$

16. ¿Qué tasa de interés compuesto trimestralmente se debe emplear si se quiere duplicar una inversión en cinco años?

Si llamamos P al capital, tenemos que  $A = 2P$  y  $n = 4 \cdot 5 = 20$  queremos despejar r de la ecuación

$$2P = P(1 + r)^{20}$$

$$2 = (1 + r)^{20}$$

$$1 + r = \sqrt[20]{2}$$

Podemos obtener:

$$R = \sqrt[20]{2} - 1 = 1.035265 - 1 = 0.035265$$

17. ¿En cuánto tiempo se duplicara un capital si se invierte al 8% compuesto trimestralmente?

En este problema denotemos por P al capital. Entonces la cantidad A es igual a 2P. Como  $r = 0.08/4 = 0.02$ , necesitamos dejar n de la ecuación

$$2P = P(1 + 0.02)^n$$

$$2 = (1 + 0.02)^n$$

$$\text{Podemos obtener: } n = \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} 1.02} = 0.3010 / 0.0086 = 35$$

Como los pagos son trimestrales, el capital invertido al 8% compuesto trimestralmente se duplicara en  $n/4 = 8,75$  años.

18. ¿En cuánto tiempo se duplicara un capital que se ha invertido al 16% compuesto trimestralmente?

$$2P = P(1 + 0.04)^n$$

$$2 = (1 + 0.04)^n$$

$$N = \log_{10} 2 / \log_{10} 1.04 = 17.7$$

Entonces se duplicara en  $17.7/4=4.425$  años si se invierte al 16% compuesto trimestralmente

19. Averiguar en qué se convierte un capital de 1.200.000 pesos al cabo de 5 años, y a una tasa de interés compuesto anual del 8 %.

$$C_f = 1.200.000 (1 + 0,08)^5$$

$$C_f = 1.200.000 (1,08)^5$$

$$C_f = 1.200.000 \cdot 1,4693280 = 1.763.194$$

20. Un cierto capital invertido durante 7 años a una tasa de interés compuesto anual del 10 % se ha convertido en 1.583.945 pesos. Calcular el capital inicial, sabiendo que los intereses se han pagado semestralmente.

$$1.583.945 = C(1 + 0,05)^{2 \cdot 7}$$

$$1.583.945 = C(1,05)^{14}$$

$$1.583.945 = C \cdot 1,97993160$$

Despejando C:

$$C = \frac{1.583.945}{1,97993160} = 799.999,9$$

21. ¿Qué capital debe invertirse ahora al 32.7% capitalizable por bimestres para tener \$40,000 en 10 meses?

a)  $np = (10/2) = 5$  bimestres

$$40,000 = C(1 + 0.327/2)^5$$

$$40,000 = C(1.0545)^5$$

$$40,000 = C(1.303865879)$$

$$C = 40,000/1.303865879$$

$$C = \$30,678$$

22. Obtenga el monto que se acumula en dos años si un capital de \$65,000 se invierte al 40% compuesto por semestres

$$M = 65,000(1 + 0.40/2)^4$$

$$M = 65,000(1 + 0.40/2)^4$$

$$M = 65,000(2.0736)$$

$$M = \$134,784$$

23. Calcular el monto y los intereses obtenidos al invertir \$200.- al 5% de interés anual durante 10 años en régimen de capitalización compuesta.

$$\begin{aligned} C &= \$200, & i &= 5\% \text{ anual} & (0,05), & n &= 10 \text{ años.} \\ M & & & & & & = C(1+i)^n \\ M & & & & & & = 200(1+0.05)^{10} = 325,78 \\ I & & & & & & = M-C \\ I & & & & & & = 325,78-200 = 125,75 \end{aligned}$$

24. Determine el monto acumulado de \$50 000 que se depositan en una cuenta de valores que paga 15% anual convertible mensualmente:

a) Al cabo de un año

b) Al cabo de dos años

$$C = \$50\,000.00$$

$$j = 15\%$$

$$m = 12$$

a) Al cabo de un año

$$n = 1(12) = 12 \text{ meses}$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 50,000(1 + 0.0125.)^{12}$$

$$M = 50,000(1.025)^{12}$$

$$M = 50,000(1.160754518)$$

b) Al cabo de dos años

$$n = 2(12) = 24 \text{ meses}$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 50,000(1 + 0.0125.)^{24}$$

$$M = 50,000(1.0125)^{24}$$

$$M = 50,000(1.34735105)$$

$$M = \$67,367.55$$

25. Cuánto dinero debe pagarse a un banco que hizo un préstamo de \$300 000 si se reembolsa al año capital e interés y la tasa aplicada es de 0.24 anual convertible trimestralmente?

$$C = \$300\,000.00$$

$$\text{Tasa nominal anual} = 0.24 = 24\%$$

$$\text{Plazo} = 1 \text{ año}$$

$$\text{Periodo de capitalización} = \text{trimestre}$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 300,000(1+0.06)^4$$

$$M = \$378,743.09$$

$$M = 300,000(1.06)^4$$

$$M = 300,000(1.26247696)$$

26. ¿Qué cantidad de dinero recibe una empresa en calidad de préstamo si ha firmado un documento por \$650 000 que incluye capital e intereses a 18% convertible trimestralmente, y tiene vencimiento en 18 meses?

$$C = ?$$

$$M = \$650\,000$$

$$\text{Plazo} = 18 \text{ meses } C = \$499\,132.23$$

$$j = 18\%$$

$$m = 4$$

$$C = M(1+i)^{-n}$$

$$C = 650\,000(1+0.045)^{-6}$$

$$C = 650\,000(1.045)^{-6}$$

$$C = 650\,000(0.76789574)$$

$$C = 499\,132.229881$$

27. Por la venta de una casa, una compañía inmobiliaria recibe un pagaré por \$140 000 con vencimiento a 5 años que devenga intereses a razón de 10% anual convertible

semestralmente. ¿Qué cantidad recibirá la empresa si al cabo de un año descuenta el documento en su banco y éste le cobra 16% de interés anual?

$$C = \$140\,000$$

Plazo = 5 años

$$j = 10\% \quad M = \$228\,045.25$$

$$m = 2$$

$$M = ?$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 140000(1+0.05)^{10}$$

$$M = 140000(1.628894627)$$

$$M = 228045.2477$$

28. Hallar la cantidad que es necesario colocar en una cuenta que paga el 15% con capitalización trimestral, para disponer de 20.000 al cabo de 10 años.

$i = 0,15$  efectiva trimestral

$n = 10$  años

$M = 20.000$

$C = ?$

$$C = 20.000 (1+0.15)^{-10(4)}$$

$$C = 4.586,75$$

#### INTERÉS COMPUESTO (practica)

1) En el censo de 1970 se estimó que la población de Estados Unidos era de 203 millones. Si esta población creciera a la tasa de 3% anual, ¿Qué población habrá aproximadamente en el año 2000?

2) Calcular el valor acumulado de \$100 durante 5 años a 16% compuesto a) anualmente, b) semestralmente, c) trimestralmente, d) mensualmente, e) semanalmente, f) diariamente, g) continuamente

3) Una persona deposita \$1,000 en una cuenta de ahorros que gana 12.25% de interés compuesto diariamente. ¿Qué interés gana a) durante el primer año? b) durante el segundo año?

4) Un padre coloca \$500 en una cuenta de ahorros al nacer su hijo. Si la cuenta paga el 2 ½ % convertible semestralmente. ¿Cuánto habrá al cumplir 18 años el hijo?

5) Se estima que un terreno boscoso, cuyo valor es de \$75,000, aumentará su valor cada año en 4% sobre el valor del año anterior durante 12 años. ¿Cuál será su valor al final de dicho plazo?

6) Una póliza dotal de \$10,000 cuyo vencimiento fue el 1º de mayo de 1962, fue dejada en la compañía de seguros al 3 ½ % convertible anualmente. ¿Cuál será su valor al final de dicho plazo?

7) Acumular \$2,000 por 6 años al 6.4%, convertible semestralmente.

8) Acumular \$1,500 por 7 ½ años al 5.2% convertible trimestralmente.

9) Hallar la tasa nominal convertible semestralmente a la cual el monto de \$2,500 es \$3,250 en 5 años.

10) La empresa XYZ ha tenido un aumento en sus ventas de 4% anual. Si en 1993 las ventas fueron de \$680,000, ¿Cuáles serían las ventas estimadas para 1998?

#### RESPUESTAS

1) 493 millones

2) a) \$210.03, b) \$215.89, c) \$219.11, d) \$221.38, e) \$222.28, f) \$222.51, g) \$222.55

3) a) \$130.30, b) \$147.27

4) \$781.97

5) \$120,077.42

6) \$13,168.09

7) \$2,918.70

8) \$2,209.90

9) 5,312%

10) \$830,000



## ANUALIDADES

Se refiere a una serie de flujos normalmente de un mismo monto y períodos iguales. Pueden ser abonos o pagos y lo más importante, no necesariamente deben ser de periodicidad anual, sino mensual, quincenal, bimestral etc.

Al tiempo que transcurre entre un pago (o abono) y otro, se refiere al intervalo de pago o intervalo de abono según sea el caso que se desee calcular. Y el tiempo del contrato o convenio, se refiere al plazo de la anualidad, esto es, el rango de tiempo que transcurre entre el primer y último de los pagos o abonos.

De tal forma, podríamos entender a la Anualidad o Renta: como el pago periódico que se realiza en un lapso de tiempo, considerando una tasa de interés y una capitalización en cuyo caso se fija al inicio de la firma del convenio.

Cuando el término de una anualidad es fijo, es decir, las fechas de los pagos primero y último son fijas, la anualidad se llama *anualidad cierta*. Cuando el término de la anualidad depende de algún evento incierto, la anualidad se llama *anualidad contingente*.

Los pagos de interés por bonos forman una anualidad cierta: las primas por seguros de vida forman una anualidad contingente (cesan con la muerte del asegurado). A menos que se especifique otra cosa, la palabra "anualidad" indicará una anualidad cierta.

Cuando se hacen los pagos al final de cada intervalo de pago, la anualidad es una *anualidad ordinaria*.

Cuando los pagos se hacen al principio de los intervalos de pago, la anualidad se llama *anualidad vencida*. Una anualidad diferida es una anualidad cuyo primer pago se vence en alguna fecha posterior.

Cuando el intervalo de pago y el periodo de conversión de interés coinciden, la anualidad se llama *anualidad simple*; en cualquier otro caso es una anualidad general.

Definiremos el valor acumulado de una anualidad como el valor fechado equivalente del conjunto de pagos vencidos al final de término.

De igual manera, el valor descontado de una anualidad se define como el valor fechado equivalente del conjunto de pagos vencidos, al principio del término.

Se usará la siguiente notación:

$R$ = Pago periódico de la anualidad.

$n$ = Cantidad de periodos de conversión de interés durante el término de una anualidad (o, en el caso de una anualidad simple, la cantidad total de pagos).

$i$ = Tasa de interés por periodo de conversión.

$S$ = Valor acumulado, o suma, de una anualidad.

$A$ = Valor descontado, o valor presente, de una anualidad.

Anualidad: Se aplica a problemas financieros en los que existen un conjunto de pagos iguales a intervalos de tiempo regulares.

Aplicaciones típicas:

- Amortización de préstamos en abonos.
- Deducción de la tasa de interés en una operación de pagos en abonos
- Constitución de fondos de amortización

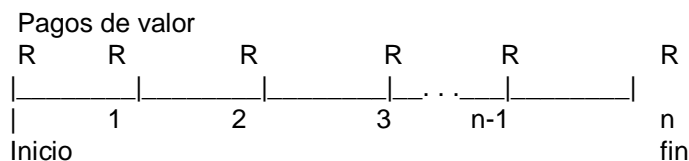
Principales de anualidades

(a) Anualidades ordinarias o vencidas cuando el pago correspondiente a un intervalo se hace al final del mismo, por ejemplo, al final del mes.

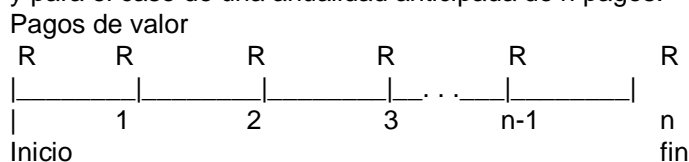
(b) Anualidades adelantadas, cuando el pago se hace al inicio del intervalo, por ejemplo al inicio del mes.

Ambos tipos de anualidades pueden aplicarse en un contexto de certeza, en cuyo caso se les llama anualidades ciertas o en situaciones caracterizadas por la incertidumbre, en cuyo caso se les conoce como anualidades contingentes. .

Para el caso de una anualidad ordinaria de n pagos, el despliegue de los datos en la línea del Tiempo es:



y para el caso de una anualidad anticipada de n pagos:



En estos problemas se supone que el conjunto de pagos es invertido a interés compuesto hasta el fin del plazo de la operación. Esta consideración es fundamental para definir el Valor futuro o monto de una anualidad y el Valor presente de la anualidad.

Valuación de Anualidades Ordinarias

- Valor futuro de una anualidad ordinaria

Responde a la pregunta: ¿Cual es el monto o valor futuro de una suma de pagos iguales distribuidos de manera uniforme a lo largo del tiempo?

(a) El valor futuro de un conjunto de n pagos vencidos de valor R cada uno es:

$$S_n = R \times \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

R = valor del pago regular.

i = tasa de interés para cada uno de los intervalos de tiempo en que se ha dividido el plazo completo.

n = número total de intervalos de la operación.

1. Una persona se ha propuesto depositar \$ 320 mensualmente durante 2 años (24 meses) en una cuenta bancaria que paga el 18 % anual de interés (1.5 % mensual). ¿Cuál será la cantidad acumulada al final de los dos años considerando que el banco capitaliza mensualmente los intereses?

$$S_n = 320 \times \left[ \frac{(1 + 0.015)^{24} - 1}{0.015} \right] = 9,162.73$$

Valor presente de la anualidad.

Responde a la pregunta: ¿Cuánto vale hoy un conjunto de n pagos iguales a realizar a intervalos regulares en el futuro?

La fórmula que responde a la pregunta es:

$$A_n = R \times \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

2. Una empresa tiene en su cartera de activos 10 pagarés de \$ 200 cada uno y con vencimientos mensuales consecutivos. El primero de ellos vence dentro de un mes. La empresa necesita liquidez y planea venderlos a un banco, el cual ha aceptado la transacción considerando una tasa de interés de referencia del 24% anual (2% mensual). ¿Qué cantidad recibirá la empresa si se realiza la operación? En otras palabras, ¿cuál es el valor presente de estos pagarés?

Datos: R = 200, i = 0.02, n = 10

$$A_n = 200 \times \left[ \frac{1 - (1 + 0.02)^{-10}}{0.02} \right] = 1,796.52$$

El cálculo del pago regular (R)

Responde a la pregunta: ¿Cuántos pagos (o abonos) se deben hacer para alcanzar un determinado valor futuro o valor presente, según sea el caso?

Cuando conocemos el valor futuro, el pago regular se calcula como:

$$R = \frac{S_n \times i}{(1 + i)^n - 1}$$

3. Una empresa tiene una deuda de \$ 1,000,000 a pagar en un única exhibición dentro de 10 meses y desea pagar en 10 pagos mensuales iguales a fin de mes. ¿Cuál es el valor del pago mensual si la tasa de interés mensual es del 1% (12% anual)?

Datos: Valor futuro (S) = 1,000,000;  $i = 0.01$ ,  $n = 10$

$$R = \frac{1,000,000 \times (0.01)}{(1 + 0.01)^{10} - 1} = 95,582.08$$

La deuda se paga con 10 documentos iguales mensuales de \$ 95,582.08

Cuando conocemos el valor presente del problema la fórmula para encontrar el valor del pago es:

$$R = \frac{A_n \times i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

4. Una persona que tiene disponible la cantidad de \$ 1,250,000 desea utilizarlos para asegurarse un ingreso fijo mensual durante los próximos tres años. Con tal propósito, deposita esa cantidad en una cuenta bancaria renovable cada 30 días y una tasa de interés mensual del 0.8% (9.6% anual). Suponiendo que se mantuviera constante la tasa de interés, ¿qué cantidad debería retirar todos los meses para que al final de los tres años la cantidad depositada inicialmente se hubiese agotado por completo?

Datos: Valor presente = 1, 250,000, número de meses = 36; tasa de interés mensual = 0.8%.

$$R = \frac{1,250,000 \times 0.008}{1 - (1 + 0.008)^{-36}} = 40,099.64$$

Si retira \$ 40,099.64 cada fin de mes la cuenta bancaria se agota en 3 años.

El número de periodos en un problema de anualidades

Responde a la pregunta siguiente: ¿Cuánto tiempo se necesita para alcanzar cierto valor futuro o para agotar cierto valor presente mediante pagos regulares conocidos, dada la tasa de interés?

$$n = \frac{\ln(1 + i \times S_n / R)}{\ln(1 + i)}$$

5. Un trabajador sabe que en su cuenta de AFORE se le deposita \$ 1,000 cada dos meses. Este trabajador se pregunta cuantos años tendrán que pasar para que en su cuenta se haya acumulado la cantidad de \$ 800,000 considerando una tasa de interés anual del 18 % (3 % e interés bimestral). La AFORE capitaliza intereses cada dos meses.

Datos:  $R = 1,000$ ;  $i = 0.03$ ;  $S = 800,000$

$$n = \frac{\ln(1 + 0.03 \times 800,000 / 1,000)}{\ln(1 + 0.03)} = 108.89$$

Se necesitan aproximadamente 109 bimestres, algo más de 18 años. Cuando conocemos el valor presente de la operación, entonces el número de pagos se calcula de esta manera:

Ejemplo:

$$n = \frac{-\ln(1 - i \times A_n / R)}{\ln(1 + i)}$$

6. Una persona deposita hoy en una cuenta bancaria la suma de \$ 125,000 con una tasa de interés mensual de 0.75% y piensa retirar de la cuenta \$ 4,000 al final de cada mes hasta que la cuenta quede en cero. ¿Durante cuántos meses podrá hacer esos retiros?

Datos:  $R = 4,000$ ;  $i = 0.0075$ ,  $A = 125,000$ ;  $n = ?$

$$n = \frac{-\ln(1 - 0.0075 \times 125,000 / 4,000)}{\ln(1 + 0.0075)} = 35.7417$$

Valuación de anualidades adelantadas

Cuando el pago regular se hace al principio del intervalo, las fórmulas son ligeramente diferentes: El valor futuro de la anualidad adelantada es:

$$S_{a/n} = R \times \left[ \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i} \right]$$

7. Hacer el cálculo del ejemplo, pero suponiendo que los pagos se hacen al principio.

Datos:  $R = 320$ ,  $i = 18\%$  (1.5% mensual),  $n = 24$  (meses),  $S_{a/n} = ?$

$$S_{a/n} = 320 \times \left[ \frac{(1+0.015)^{25} - (1+0.015)}{0.015} \right] = 9,300.17$$

El valor presente de una anualidad adelantada se calcula como:

$$A_{a/n} = R \times \left[ \frac{(1+i) - (1+i)^{-(n-1)}}{i} \right]$$

8. Hacer el cálculo del ejemplo 4.2, pero suponiendo que los pagos se hacen al principio.

Datos:  $R = 200$ ,  $i = 0.02$ ,  $n = 10$

$$A_{a/n} = 200 \times \left[ \frac{(1.02) - (1.02)^{-(9)}}{0.02} \right] = 1,832.45$$

El cálculo del pago de la anualidad se resuelve como:

(a) Cuando conocemos el valor futuro,

$$R = \frac{i \times S_{a/n}}{(1+i)^{n+1} - (1+i)}$$

9. Hacer el cálculo del ejemplo 4.3, pero suponiendo que los pagos se hacen al principio.  
 Datos: Valor futuro = 1,000,000;  $i = 0.01$ ,  $n = 10$

$$R = \frac{0.01 \times 1,000,000}{(1.01)^{11} - (1.01)} = 94,635.72$$

Cuando conocemos el valor presente:

$$R = \frac{A_{a/n} \times \left( \frac{i}{1+i} \right)}{1 - (1+i)^{-n}}$$

10. Hacer el cálculo del ejemplo 4.4, pero suponiendo que los pagos se hacen al principio.  
 Datos: Valor presente = 1,250,000, número de meses = 36; tasa de interés mensual = 0.8%.

ANUALIDADES VENCIDAS

$$R = \frac{1,250,000 \times \left( \frac{0.008}{1.008} \right)}{1 - (1.008)^{-36}} = 39,781.39$$

Fórmulas de Anualidades Vencidas

$$F = A \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] = \text{Valor futuro}$$

$$P = A \left[ \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] = \text{Valor presente}$$

F = Valor futuro; A = anualidad; n = tiempo

11. Calcular el valor de contado de una propiedad vendida en las siguientes condiciones:  
 \$20.000 de contado; \$1.000 por mensualidades vencidas durante 2 años y 6 meses y un último pago de \$2.500 un mes después de pagada la última mensualidad. Para el cálculo, utilizar el 9% con capitalización mensual.

$$i = 0.09/12 = 0.0075$$

$$P = 1.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0.0075)^{-30}}{0.0075} \right] + 2.500(1 + 0.0075)^{-31}$$

$$= 26.775,08 + 0.0075 \cdot 2.500(1 + 0.0075)^{-31}$$

$$= 1.983,09 \cdot 26.775,08 + 1.983,09 + 20.000$$

$$= 48.758,17 \text{ Respuesta.}$$

12. Una mina en explotación tiene una producción anual de \$8'000.000 y se estima que se agotará en 10 años. Hallar el valor presente de la producción, si el rendimiento del dinero es del 8%.

$$P = 8.000.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,08)^{-10}}{0,08} \right]$$

$$= 53.680.651,19 \text{ respuesta.}$$

13. Una persona deposita \$100 al final de cada mes en una cuenta que abona el 6% de interés, capitalizable mensualmente. Calcular su saldo en la cuenta, al cabo de 20 años.

$$0,06 / 12 = 0,005 \text{ tasa mensual}$$

$$F = 100 \left[ \frac{(1 + 0,005)^{240} - 1}{0,005} \right]$$

$$= 46.204,09 \text{ Respuesta.}$$

## ANUALIDADES ANTICIPADAS

Fórmulas de Anualidades Anticipadas

$$F = A \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} + 1 \right] = \text{Valor futuro}$$

i

$$P = A \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} + 1 \right] = \text{Valor presente}$$

i

F = Valor futuro; A = anualidad; n = tiempo

14. Calcular el valor de Contado de una propiedad vendida a 15 años de plazo, con pagos de \$3.000 mensuales por mes anticipado, si la tasa de interés es del 12% convertible mensualmente.

$$P = 3.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,01)^{-180}}{0,01} + 1 \right]$$

$$= 252.464,64$$

15. ¿Cuál es el valor presente de una renta de \$500 depositada a principio de cada mes, durante 15 años en una cuenta de ahorros que gana el 9%, convertible mensualmente?

$$P = 500 \left[ \frac{1 - (1 + 0,0075)^{-179}}{0,0075} + 1 \right]$$

$$= 49.666,42 \text{ Respuesta.}$$

16. Sustituir una serie de pagos de \$8.000 al final de cada año, por el equivalente en pagos mensuales anticipados, con un interés del 9% convertible mensualmente.

$$8.000 = A [(1 + 0,0075)^{13} - 1] 0,0075$$

$$A = 634,85 \text{ Respuesta.}$$

#### ANUALIDADES DIFERIDAS

Fórmulas para anualidades diferidas: Son las mismas que las anualidades vencidas y anticipadas salvo que estas tienen un periodo de gracia.

17. En el problema anterior, hállese el valor de utilidad que espera obtener, en el momento de la adquisición de los yacimientos.

$$VP = 2.400.000 [1 - (1 + 0,08)^{-15}] 0,08$$

$$VP = 20.542.748,85 (1 + 0,08)^{-6}$$

$$= 12.945.416 \text{ Respuesta.}$$

18. Una compañía frutera sembró cítricos que empezaran a producir dentro de 5 años. La producción anual se estima en \$400.000 y ese rendimiento se mantendrá por espacio de 20 años. Hallar con la tasas del 6% el valor presente de la producción.

$$VP = 400.000 [1 - (1 + 0,06)^{-20}] 0,06$$

$$VP = 4587968,487 (1 + 0,06)^{-5}$$

$$= 3428396,90$$

19. Alguien deposita \$100.000 en un banco, con la intención de que dentro de 10 años se pague, a él o a sus herederos, una renta de \$2.500, a principio de cada mes. ¿Durante cuántos años se pagará esta renta, si el banco abona el 6% convertible mensualmente?

$$VF = 100.000 (1 + 0,005)^{120} = 181.939,67$$

$$181939,67 = 2.500 [1 + 1 - (1 + 0,005)^{-n} + 1] 0,005$$

$$n = 90,13$$

$$\text{Respuesta} = 7 \text{ años } 7 \text{ meses}$$

20. Una deuda contraída al 8% nominal, debe cancelarse con 8 cuotas semestrales de \$20.000 c/u, con la primera obligación por pagar dentro de 2 años. Sustituirla por una obligación equivalente pagadera con 24 cuotas trimestrales, pagándose la primera de inmediato.

$$20.000 [1 + 1 - (1 + 0,04)^{-7}] (1 + 0,04)^{-4}$$

$$= 119.707,7136 0,04$$

$$= 119.707,71 = A [1 + 1 - (1 + 0,02)^{-23}] 0,02$$

$$A = 6.204,97 \text{ Respuesta anualidades trimestrales}$$



## ANUALIDADES (practica)

1. Al principio de cada medio año se hacen depósitos de \$500 durante 5 años, en una cuenta paga  $j_2=6\%$ . ¿Cuánto hay en la cuenta a) al final de 5 años? b) justo antes de su sexto depósito?
2. La renta mensual de una casa en un pueblo es \$520, pagaderos al principio de cada mes. Si el dinero vale  $j_{12}=9\%$ , a) ¿Cuál es la renta anual equivalente pagadera por adelantado?
3. Una deuda de \$1,000 con intereses de  $j_{12}=18\%$  se va a pagar durante 18 meses, con pagos mensuales iguales, el primero de los cuales se vence hoy. Calcular el pago mensual.
4. Dentro de 5 años una empresa necesitara \$150,000 para cambiar su equipo usado. A partir de hoy ¿Cuántos depósitos mensuales deben hacerse en un fondo que paga  $j_{12}=8\%$  durante 5 años, para acumular esa suma?
5. Un corredor de bienes raíces renta una oficina por \$5,800 cada tres meses, que le pagan por adelantado. De inmediato invierte la mitad de cada pago en un fondo que paga 13% compuesto trimestralmente. ¿Cuánto hay en el fondo final de 5 años?
6. Se compra un refrigerador con \$60 de enganche y \$60 mensuales durante 15 meses. Si se cargan intereses de  $j_{12}=18\frac{1}{2}\%$ , ¿Cuál es el precio al contado del refrigerador?
7. Un televisor es comprado con \$50 de cuota inicial y \$50 mensuales durante 14 meses. Si se carga intereses de 21% convertible mensualmente, ¿Cuál es el valor de contado del televisor?
8. La prima anual por adelantado de una póliza de seguro temporal a 10 años es \$178.40. ¿Cuál es el equivalente de contado al  $3\frac{1}{2}\%$ ?
9. La renta de un edificio es \$1,500 anuales por adelantado. ¿Cuál es la renta mensual por adelantado equivalente al 6% convertible mensualmente?
10. Suponiendo que una granja produzca \$5,000 anuales indefinidamente. ¿Cuál es su valor real sobre la base de 5%?

## RESPUESTAS

- 1) \$5,903.90 b) \$2,734.20
- 2) \$5,990.75
- 3) \$62.86
- 4) \$2,027.94
- 5) \$82,534.24
- 6) \$858.06
- 7) \$666.10
- 8) \$1,535.61
- 9) \$4,002.45
- 10) \$100,000

## Problemas de Anualidades Anticipadas

1. ¿Cuál es el valor presente de una renta de \$500 depositada a principio de cada mes, durante 15 años en una cuenta de ahorros que gana el 9%, convertible mensualmente?
2. ¿Qué suma debe depositarse a principio de cada año, en un fondo que abona el 6% para proveer la sustitución de los equipos de una compañía cuyo costo es de \$2,000,000 y con una vida útil de 5 años, si el valor de salvamento se estima en el 10% del costo?
3. Sustituir una serie de pagos de \$8,000 al final de cada año, por el equivalente en pagos mensuales anticipados, con un interés del 9% convertible mensualmente.

- Un empleado consigna \$300 al principio de cada mes en una cuenta de ahorros que paga el 8%, convertible mensualmente. ¿En cuánto tiempo logrará ahorrar \$30.000?

#### Problemas de Anualidades Diferidas

- Una compañía frutera sembró cítricos que empezaran a producir dentro de 5 años. La producción anual se estima en \$400.000 y ese rendimiento se mantendrá por espacio de 20 años. Hallar con la tasas del 6% el valor presente de la producción.
- Alguien deposita \$100.000 en un banco, con la intención de que dentro de 10 años se pague, a él o a sus herederos, una renta de \$2.500, a principio de cada mes. ¿Durante cuántos años se pagará esta renta, si el banco abona el 6% convertible mensualmente?
- Una deuda contraída al 8% nominal, debe cancelarse con 8 cuotas semestrales de \$20.000 c/u, con la primera obligación por pagar dentro de 2 años. Sustituirla por una obligación equivalente pagadera con 24 cuotas trimestrales, pagándose la primera de inmediato.

#### Anualidad Vencidas

- ¿Cuál es el valor de contado de un equipo comprado con el siguiente plan: \$14.000 de cuota inicial; \$1.600 mensuales durante 2 años 6 meses con un último pago de \$2.500, si se carga el 12% con capitalización mensual?
- Se estima que al agotarse la mina habrá activos recuperables por el valor de \$1'500.000. Encontrar el valor presente, incluidas las utilidades, si estas representan el 25% de la producción.
- En el momento de nacer su hija, un señor depositó \$1.500 en una cuenta que abona el 8%; dicha cantidad la consigna cada cumpleaños. Al cumplir 12 años, aumento sus consignaciones a \$3.000. Calcular la suma que tendrá a disposición de ella a los 18 años.

R=1	49.666,42
R=2	301.239,17
R=3	634,85
R=4	76,479 meses
R=5	3428396,90
R=6	7 años 7meses
R=7	6.204,97 Respuesta anualidades trimestrales
R=8	57.128,78
R=9	14.114.953,03
R=10	75.553,60

- Una persona necesita acumular \$22,500 dentro de 3 años para saldar una deuda. ¿Cuánto deberá depositar al final de cada año en un banco que le otorga una tasa de interés efectiva del 6.5% anual?
- ¿Qué cantidad se acumularía durante 6 años y 3 meses si se depositarán \$150,000.00 al final de cada mes en una cuenta la cual paga 6% anual convertible mensualmente?

3. ¿A qué tasa de interés se deben realizar depósitos semestrales de \$10,000.00 para acumular \$80,000.00 en 3 años?
4. Una persona depositó cada tres meses \$4,000.00 en una cuenta de ahorros, la cual producía intereses del 40% anual convertible trimestralmente. El primer depósito lo realizó cuando su hijo tenía 3 meses de edad y el último cuando cumplió 18 años. El dinero permaneció en la cuenta y fue entregado cuando cumplió 21 años de edad. ¿Cuánto dinero recibió su hijo?
5. La Sra. Castellanos adquiere el día de hoy una computadora a crédito. La computadora cuesta \$15,800.00 y conviene que pagaría con 5 mensualidades vencidas. ¿Cuánto tendrá que pagar cada mes si le cobran 1.5% mensual de interés?
6. ¿Cuál es el valor actual de una estufa adquirida mediante 15 abonos semanales vencidos de \$500.00 considerando un interés anual del 12 % convertible semanalmente?
7. Una persona recibirá \$18,200.00 trimestrales durante 5 años, pero prefiere que le den el equivalente total al inicio del plazo. ¿Cuánto le darán si el dinero reditúa en promedio 12.30% anual convertible trimestralmente?
8. ¿Cuál es el valor en efectivo de una anualidad de \$1000 al final de cada 3 meses durante 5 años suponiendo un interés anual del 26% convertirlo trimestralmente?
9. El 20 de marzo de 1993, se invirtieron \$200,000.00 en un fondo que pagaba el 5% anual convertible semestralmente ¿Cuál era el importe del fondo el 20 de septiembre del 2009?
10. La Sra. Cisneros debe pagar \$3000.00 al final de cada año durante varios años ¿cuánto tendría que pagar a fines de cada mes para sustituir el pago anual, si se consideran intereses a razón del 25% anual convertible mensualmente?

#### Respuestas

- 1) 4986.52
- 2) \$ 13, 608,975.75
- 3) 11.43% semestral
- 4) \$ 119, 836,973.00
- 5) \$ 3,303.61
- 6) \$ 7,363.78
- 7) \$ 268,901.99
- 8) \$ 11,018.50
- 9) \$ 451,770.17
- 10) \$ 222.67