Nota de investigación

Óptimo económico en una función Cobb-Douglas bivariada: una aplicación a ganadería de carne semi extensiva

Samuel Rebollar-Rebollar[1]
Miguel Ángel Martínez-Damián[2§]
Juvencio Hernández-Martínez[3]
Pedro Hernández-Aguirre[4]

[1]Universidad Autónoma del Estado de México-Centro Universitario Temascaltepec. Carretera Toluca-Temascaltepec km 67.5. Barrio de Santiago, Temascaltepec de González, estado de México. CP. 51300. [2]Programa de Economía-Colegio de Posgraduados en Ciencias Agrícolas. Montecillo, Texcoco, Estado de México. [3]Universidad Autónoma del Estado de México-Centro Universitario Texcoco. [4]Universidad Tecnológica del Sur del Estado de México. Carretera Tejupilco-Amatepec km 12, Tejupilco, Estado de México. CP. 51400.

[§]Autor para correspondencia: angel01@colpos.mx.

Resumen

El objetivo de esta investigación es determinar el óptimo económico cuando la tecnología productiva es tal que el producto marginal de un insumo no es separable del empleo de otros insumos. Con información de campo, proveniente de 51 productores de ganado bovino de carne bajo condiciones semi-extensivas, encuestados durante febrero-julio de 2015, en el sur del Estado de México y obedeciendo una simplificación productiva a dos insumos para evitar expresiones de los productos marginales no tratables analíticamente, se obtuvo el óptimo económico para dos insumos, concluyendo que la intensidad de uso de dicho óptimo es superior al 30% del uso promedio en la muestra.

Palabras clave: bovinos carne, ingreso neto, óptimo económico, semi-extensivo.

Recibido: noviembre de 2021
Aceptado: diciembre de 2021

En México, la producción de bovinos para carne es una de las actividades económicas de gran importancia para este sector. Durante 2006-2015, la producción de carne bovina en canal creció a una TMCA de 1%, al pasar de 1 550 miles t en 2006 a 1 668.4 en 2015 (FAPRI, 2016), actividad liderada por Veracruz, Jalisco y Chiapas (SIAP, 2016). En 2015, el consumo nacional aparente (CNA) de esta carne fue 2 180.2 miles de t; de este total 76.5% (1 668.4 miles de t) fue producción interna y 23.5% (511.8 miles de t) importaciones (FAPRI, 2016). Por entidad federativa, Veracruz ocupó la primera posición con 13.5%, en tanto que el Estado de México, se ubicó en el lugar 18, con 2.5% (85.9 miles de t) del volumen total (SIAP, 2016).

La diversidad de sistemas de producción, de los que proviene el producto principal, que es la carne, permite generar empleos que fortalecen el sustento económico de miles de familias que de ella dependen (Puebla *et al*., 2015; Callejas *et al*., 2017). En México, la producción de animales para carne se obtiene, principalmente, de sistemas semi-extensivos, basados en pastoreo y suplementación en instalaciones, ubicados en el sureste y centro occidente mexicano, donde las condiciones agroclimáticas favorecen la permanencia de ellos (García *et al*., 2014); también de sistemas vaca-becerro, estabulados o en confinamiento, doble propósito y producción en pequeña escala (Rojo *et al*., 2009; Albarrán *et al*., 2014; Albarrán *et al*., 2015).

El sur del Estado de México se conforma por los municipios de Temascaltepec, San Simón de Guerrero, Tejupilco, Luvianos, Amatepec y Tlatlaya, agrupados en el Distrito de Desarrollo Rural (DDR) 076, caracterizados por producir bovinos para carne, pero los más importantes, por su volumen son Tlatlaya (30%), Amatepec (20%), Luvianos (16%) y Tejupilco (15%) (SIAP, 2016).

En esta región, la producción de animales para carne, con razas como Gyr, Nelore, Brahaman y Guzerat (*Bos indicus*), proviene de un sistema semi-extensivo de doble propósito (DP) bajo condiciones de trópico seco (Puebla *et al*., 2015; Vences *et al*., 2015), con predominancia en carne y leche bajo pastoreo (época de lluvias) (Puebla *et al*., 2015; Vences *et al*., 2015) y finalización intensiva en corral (época de secas) (Puebla *et al*., 2015; García *et al*.,2014; Vences *et al*., 2015).

Las condiciones agroclimáticas de la región y el sistema de producción permiten el uso de recursos, bajo esquemas de utilización como insumos fijos e insumos variables y determinan tanto el estado del arte como la tecnología que utilizan los productores (García *et al*., 2014; Albarrán *et al*., 2014). El problema de hasta dónde emplear un insumo, tiene que ver con el precio del producto, del precio de los insumos que se empleen y la conversión alimenticia (productividad marginal). Aquí se explora la utilización de insumos, contrastando el quehacer del productor relativo a un enfoque máxima ganancia.

El objetivo de esta investigación es estimar el óptimo económico, aplicado al sistema de producción de bovinos carne, bajo condiciones semi-extensivas y determinar la cantidad de insumos variables que corresponden a la maximización del ingreso neto. La hipótesis central, asume que el nivel de insumo utilizado difiere del valor óptimo económico.

El trabajo de campo se realizó de febrero a julio de 2015 y consideró información de productores de ganado bovino para carne, ubicados en el municipio de Luvianos, Estado de México, perteneciente al DDR 074 de la SAGARPA. Se aplicó una encuesta semi-estructurada directa, mediante muestreo mixto; es decir, muestreo selectivo o intencional (Cochran, 1984) y por bola de nieve (snow balling) (Joseph, 2009), de tal manera que un productor recomendó a otro y éste último a otro y así sucesivamente, hasta completar una muestra de 51 socios ganaderos, de un total de 400, pertenecientes a la Unión Ganadera Regional del Sur del Estado de México.

Las encuestas se aplicaron durante reuniones mensuales con socios ganaderos que acudieron y tuvieron disposición en proporcionar información sobre la actividad ganadera, razón por la cual no se consideró un muestreo probabilístico; sin embargo, dada la similitud entre productores se consideró como representativa. Cada productor dispuesto a responder apoyó con el llenado de su propia encuesta.

Las variables que se capturaron en la encuesta y posteriormente empleadas para el modelo, fueron: rendimiento en carne (proveniente del ganado *in vivo*), cuya información se generó directamente del productor al momento de la encuesta; número de hectáreas de pastizal natural (que incluyó cualquier tipo de pasto que el productor dispuso en la superficie de terreno, potrero o agostadero, donde pastoreó a sus animales al momento de la investigación) y el consumo de alimento (dato proporcionado por el productor de ganado al momento de la encuesta).

La información fue capturada y ordenada en una hoja de Excel, clasificándose según la estructura del modelo. Para el ajuste de una tecnología productiva se empleó la función Cobb-Douglas, debido a que dicha función es una aproximación logarítmica de primer orden a cualquier tecnología arbitraria (Reynes, 2019). Dicha función se ajustó a un conjunto de datos obtenidos en campo con información de producción de ganado en pie y dos insumos variables: forraje natural y consumo de alimento. La simplificación a dos insumos obedece a evitar alta no-linealidad.

Dado que el método emplea la primera derivada, si se emplea un tercer insumo dicha derivada es una expresión que puede resultar en no convergencia a una solución en la búsqueda del optimo económico, si bien la producción de carne considera más de dos insumos se puede pensar en los resultados aquí presentados como condicionales al empleo de los insumos no considerados. El modelo de función de producción empleado es entonces: $Y=\theta_0 X_1^{\theta_1} X_2^{\theta_2}+U$ 1).

Este modelo (1), es una función de producción Cobb-Douglas bivariada (Castellanos *et al*., 2006; Gujarati, 2010), esto es, con dos insumos variables, y error aditivo, tal que $E(U)=0$ y $E\left(UU'\right)=\sigma^2 I$. Esta función puede transformarse, de manera que el modelo transformado sea lineal en los parámetros, con error multiplicativo, sin embargo, dicho error multiplicativo implicaría una métrica en distancia al comportamiento esperado grande y poco plausible (Prajneshu, 2008); por tanto, se estimó como un modelo de regresión no lineal, cuyas incógnitas son el vector $\theta=(\theta_0, \theta_1, \theta_2)'$. Donde: Y= producción total de carne de bovino, en toneladas (t); θ_0= parámetro de escala; X_1= forraje natural (kg de materia solida) X_2= consumo de alimento (kg); θ_1= elasticidad parcial de la producción respecto al insumo forraje natural, *Ceteris paribus*; θ_2= elasticidad parcial de la producción respecto al consumo de alimento, *Ceteris paribus*; U = error aleatorio.

El ajuste de (1) se encontró con mínimos cuadrados no-lineales (MCNL) (Gallant, 1987). Por otra parte, si se asume que la orientación del productor es maximizar su ganancia, entonces la función objetivo a maximizar es: $\pi=P_y Y-P_{x_1}X_1-P_{x_2}X_2$ 2). Donde: π es la ganancia monetaria; P_y es el precio del producto (31 000.00 \$ t^{-1} de carne); P_{x_1} el precio del insumo uno (25 000.00 \$ ha^{-1} de forraje natural, estimado como costo de oportunidad para la región); y P_{x_2} el precio del alimento (14 000.00 \$ $animal^{-1}$). Los precios empleados son un promedio de la información proporcionada directamente por productores en la encuesta.

Al reescribir (2), la función objetivo a maximizar es: $\pi = P_y\left(\theta_0 X_1^{\theta_1} X_2^{\theta_2}\right) - P_{x_1} X_1 - P_{x_2} X_2$ 3). Así, después de ajustar (1), se tiene la función de producción estimada como: $Y = \hat{\theta}_0 X_1^{\hat{\theta}_1} X_2^{\hat{\theta}_2}$ 4). Donde: $\hat{\theta}_0$, $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\theta}_2$ son estimadores de mínimos cuadrados no lineales (MCNL). Al considerar las ecuaciones (3) y (4), la condición de maximización es: $\begin{matrix} \frac{\partial \pi}{\partial X_1} = P_y\left(\hat{\theta}_0 \hat{\theta}_1 X_1^{\hat{\theta}_1 - 1} X_2^{\hat{\theta}_2}\right) - P_{x_1} = 0 \\ \frac{\partial \pi}{\partial X_1} = P_y\left(\hat{\theta}_0 \hat{\theta}_2 X_1^{\hat{\theta}_1} X_2^{\hat{\theta}_2 - 1}\right) - P_{x_2} = 0 \end{matrix}$ 5). Donde en principio, la intensidad de uso de los insumos óptima es lo que se busca; esto es, los datos encuestados de insumos (X_1, X_2) se empelaron para la estimación de los parámetros de la función de producción, lo que rindió el vector estimado ($\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$), esta información se empleó para encontrar la intensidad de uso óptima (X_1^*, X_2^*). Para esto, se resolvió el sistema de ecuaciones planteado en 5, sustituyendo la información de precios pertinentes (P_y = precio del producto y el precio de los insumos P_{x_1}, P_{x_2}).

Un problema que surge es que dicho sistema es también no lineal e interdependiente, lo que impide una solución analítica del óptimo económico; por tanto, se recurre a una solución numérica con el algoritmo Gauss-Newton (Torres *et al*., 2020).

De forma implícita, el sistema de ecuaciones quedó como sigue: $\begin{bmatrix} F_1(X_1, X_2, \theta) \\ F_2(X_1, X_2, \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ Gauss-Newton consiste en sustituir el sistema enunciado en 5, por una aproximación lineal o de primer orden en expansión de Taylor (6) alrededor de un valor inicial, por ejemplo X_1^I y X_2^I, (Torres *et al*., 2020) como sigue: $\begin{bmatrix} F_1(X_1, X_2, \theta) \\ F_2(X_1, X_2, \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(X_1^I, X_1^I, \theta) \\ F_2(X_1^I, X_1^I, \theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1(X_1^I, X_2^I, \theta)}{\partial X_1} & \frac{\partial F_1(X_1^I, X_2^I, \theta)}{\partial X_2} \\ \frac{\partial F_2(X_1^I, X_2^I, \theta)}{\partial X_1} & \frac{\partial F_2(X_1^I, X_2^I, \theta)}{\partial X_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1^I - X_1 \\ X_2^I - X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 6).

La idea, es resolver el sistema de ecuaciones aproximado como: $\begin{bmatrix} X_1^* \\ X_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1^I \\ X_2^I \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1(X_1^I, X_2^I, \theta)}{\partial X_1} & \frac{\partial F_1(X_1^I, X_2^I, \theta)}{\partial X_2} \\ \frac{\partial F_2(X_1^I, X_2^I, \theta)}{\partial X_1} & \frac{\partial F_2(X_1^I, X_2^I, \theta)}{\partial X_2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F_1(X_1^I, X_1^I, \theta) \\ F_2(X_1^I, X_1^I, \theta) \end{bmatrix}$ 7). Como X_1^* y X_2^* resuelven el sistema aproximado, se puede emplear estos valores para una siguiente iteración y obtener una solución. Dicha solución puede ser elegida a partir de un criterio de convergencia, por ejemplo, cuando la distancia euclidiana del vector X_{t+1}^* y X_t^* sea menor que algún ε pequeño (por ejemplo 10^{-4}). Para estimar la función de producción tipo Cobb-Douglas, se utilizó el procedimiento Model de sistema de análisis estadístico (SAS), versión 9.4 (SAS, 2009).

El ajuste por mínimos cuadrados no-lineales se presenta en el Cuadro 1; es de destacar que los estimadores de las elasticidades resultaron altamente significativas, no así el parámetro de escala (θ_0).

Cuadro 1. Estimadores de la función de producción Cobb-Douglas.

Parámetro	Estimador	Desviación estándar	Valor de prob
θ_0	5.858285	8.7475	0.5063
θ_1	0.318609	0.0682	0.0001
θ_2	0.488534	0.1458	0.0016

Con los resultados obtenidos la función de producción estimada se escribe como: $Y= 5.858\, X_1^{0.319}\, X_2^{0.489}$. El nivel óptimo económico maximiza la ganancia en dinero (Rebollar *et al*., 2016), la condición matemática para el nivel óptimo económico (NOE) en un modelo no lineal, lo señalan las condiciones de maximización (5).

En la estimación del óptimo económico, los precios que se utilizaron fueron: P_y = 31 000; P_{x_1}= 25 000; P_{x_2}= 14 000. Para encontrar el óptimo económico, las iteraciones Gauss-Newton del sistema planteado en (7) se iniciaron en la media aritmética del uso de cada insumo (196 352 y 8 572). El nivel óptimo de X_1 fue 724 399 620 (forraje natural) y el de X_2 de 8 0781 566 (consumo de alimento). Se observó que el nivel del óptimo económico, para estos dos insumos variables, ocurren a niveles altos.

Este resultado se debe a que toda la producción de carne obtenida se atribuye sólo a estos dos insumos, lo que es sólo una abstracción; esto mismo implica que el costo total de producción se subestima y por ende, el algoritmo recomienda emplear los insumos en mayor cantidad. El resultado obtenido; sin embargo, aporta en la ilustración de estimar óptimos económicos cuando no se puede obtener solución analítica debido a la no-linealidad y no separabilidad del producto marginal, la forma de solucionar el problema es adecuada y sin el enfoque numérico, se está imposibilitado de dar recomendación de política alguna.

En lo que respecta a validar el modelo, se examinó la variable dependiente por normalidad bajo las pruebas Shapiro-Wilk y Kolmogorov (Cuadro 2), para 51 observaciones. Ambas pruebas resultaron en no rechazar la distribución normal dados los valores de probabilidad de 0.2 y 0.55 respectivamente.

Cuadro 2. Prueba de normalidad.

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Valor de *p*	Estadístico	gl	Valor de *p*
Y	0.034	50	0.2[*]	0.993	50	0.558

[*]= esto es un límite inferior de la significación verdadera; a= corrección de significación de Lilliefors; gl= grados de libertad.

Los exponentes de la función Cobb-Douglas estimada, suman 0.81. Este resultado indica que la producción de carne de bovino en la región de estudio se ubica en una situación de rendimientos decrecientes a escala (Chiang, 2006). Con este resultado, un incremento de 1% en el nivel de utilización de los insumos: forraje natural y alimento (preparado o comercial), se espera que el rendimiento de carne, en el corto plazo, se incremente en menos de 1%.

Al respecto, en un hallazgo (Acs, 1990) indicaron que los ganaderos aprovechan ventajas derivadas de su volumen de producción en carne, por lo que tal resultado, mostraría que la eficiencia lograda por los mismos, se debe, en gran parte, a la eficiencia en la administración de sus recursos y al aprendizaje que han logrado, con muchos años de producción (learning by doing), pues como se afirmó en otras investigaciones (Nguyen y Lee, 2012), constituyen factores en la determinación del crecimiento de empresas ganaderas de la región.

De acuerdo con las elasticidades del modelo, por cada 1% de incremento en el nivel de utilización del forraje natural (FN), por parte de los ganaderos, se espera; en las condiciones planteadas, que la producción de carne se incremente en 0.32%, *ceteris paribus*. De forma similar, por cada 1% de incremento en el consumo de alimento (comercial o preparado) que el productor ofrece a sus animales, *ceteris paribus*, se espera que, en las condiciones planteadas, la producción total de carne aumente en poco menos del 1% (0.49).

En un trabajo similar (Pech *et al*., 2002), para Yucatán, México, se aplicó una función de producción para carne y leche, concluyendo que no es necesario aumentar el consumo de alimento para incrementar la producción de carne y leche, pero si es necesario incrementar el número de animales y mano de obra, además de programas adecuados de reproducción y mejoramiento genético.

Conclusiones

Cuando se ajusta a una función de producción Cobb-Douglas con dos insumos o más el óptimo económico puede no existir analíticamente. Sin embargo, con un ajuste numérico, el método Gauss-Newton, permitió obtener una estimación numérica al óptimo económico para poder dar recomendaciones económicas. Con los datos empleados, la dosis óptima económica de los insumos estudiados es alta, esto implica que si sólo se emplearan estos dos insumos se obtiene ganancia en la producción de ganado en pie.

Literatura citada

Acs, Z. J. and Audretsch, D. B. 1990. The economics of small firms: a European challenge. Studies in Industrial Organization. Springer Science & Bussiness Media. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht, Netherlands. 227 p.

Albarrán, P. B.; Avilés, N. F.; García, M. A; Rebollar, R. S; Ortiz, R. A. y Salas, R. I. G. 2014. La producción de bovinos doble propósito en el trópico seco del centro de México y su contribución al desarrollo rural sustentable. Arriaga, J. C. M. y Anaya, O. J. P. (Coord.). Contribución de la producción animal en pequeña escala al desarrollo rural. 1ª (Ed.). Reverté-UAEM. Barcelona, España. 101-118 pp.

Albarrán, P. B.; Rebollar, R. S.; García, M. A.; Rojo, R.; Avilés, N. F. and Arriaga, J. C. M. 2015. Socioeconomic and productive characterization of dual-purpose farms oriented to milk production in a subtropical region of Mexico. Tropical Animal Health and Production. 47(3):519-523.

Callejas, J. N.; Rebollar, R. S.; Ortega, G. J. M. y Domínguez, V. J. 2017. Parámetros bio-económicos de la producción intensiva de la carne de bovino en México. Rev. Mex. Cienc. Pec. 8(2):129-138.

Castellanos, P. M.; Martínez, G. A.; Colmenares, B. C.; Martínez, D. M. A. y Rendón, S. G. 2006. Región confidencial para el óptimo económico de una función de producción Cobb-Douglas. Agrociencia. 40(1):117-124.

Cochran, W. 1984. Técnicas de muestreo. 1ª (Ed). SEC, SA. México, DF.

Chiang, A. C. 2006. Métodos fundamentales de economía matemática. 4ª (Ed.). McGraw-Hill Interamericana de España. 688 p.

FAPRI. 2016. Food and Agricultural Policy Research Institute. Agricultural Outlook. http://www.fapri.iastate.edu/tools/outlook.aspx.6.

Gallant, A. R. 1987. Wiley series in probability and statistics. New York, USA. John Wiley & Sons. 610 p.

García, M. A.; Albarrán, P. B.; Rebollar, R. S. y Campuzano, N. C. 2014. La producción de bovinos para carne y su importancia en el desarrollo rural en el trópico seco del Estado de México. Arriaga, J. C. M. y Anaya, O. J. P. (Coords.). Contribución de la producción animal en pequeña escala al desarrollo rural. Primera Edición. Reverté-UAEM. Barcelona, España.119-137 pp.

Goodman L.A. 1961. Snowball Sampling. The annals of mathematical statistics.32(1):148-170.

Gujarati, D. N. y Porter, D. C. 2010. Econometría. 5a (Ed.). Mc Graw Hill Interamericana. México, DF. 537-540 pp.

Nguyen, S. V. and Lee, S. H. 2012. Returns to scale in small and large us. manufacturing establishments: further evidence. Small Business Economics. 19(1):41-50.

Pech, M. V.; Santos, F. J. y Pérez, M. R. 2002. Función de producción de la ganadería de doble propósito de la zona oriente del estado de Yucatán, México. Téc. Pec. Méx. 40(2):187-192.

Puebla, A. S.; Rebollar, R. S.; Albarrán, P. B.; García, M. A. y Arriaga, J. C. M. 2015. Análisis técnico económico de sistemas de bovinos doble propósito en Tejupilco, Estado de México, en la época de secas. Investigación y Ciencia. 23(65):13-19.

Prajneshu. 2008. Fitting of Cobb-Douglas production functions: revisited. Agric. Econ. Res. Review. 21(2):289-292.

Rebollar, R. S.; Hernández, M. J.; Gómez, T. G.; Guzmán, S. E. y Callejas, J. N. 2016. Determinación de la isocuanta en producción de leche semi intensiva en una región del Estado de México. Ciencia Ergo Sum. 23(2):171-177.

Reynes, F. 2019. The Cobb-Douglas function as a flexible function: a new perspective on homogeneous functions through the lens of output elasticities. Mathematical Social Sciences. 97:11-17.

Rojo, R. R.; Vázquez, A. J. F.; Pérez, H. P.; Mendoza, M. G. D.; Salem, A. Z. M.; Albarrán, P. B.; González R. A.; Hernández, M. J.; Rebollar, R. S; Cardoso, J. D.; Dorantes, C. E. J. y Gutiérrez, C. J. G. 2009. Dual purpose cattle production in Mexico. Tropical Animal Health and Production. 41(5):715-721.

SAS Institute Inc. 2009. SAS/STAT 9.2 User’s Guide. Second Edition. Cary, NC USA: SAS Institute Inc.

SIAP. Sistema de Información Agroalimentaria y Pesquera. 2016. Ganadería. Base de datos pecuario. http://www.siap.gob.mx/ganaderia-resumen-estatal-pecuario/.

Torres-Hernández, A. F.; Brambila, P. and De-la-Vega, E. 2020. Fractional Newton-Raphson method and some variants for the solution of nonlinear systems. Appl. Mathematics Sci. Inter. J. 7(1):13-27.

Vences, P. J.; Nájera, G. A. L.; Albarrán, P. B.; Arriaga, J. C. M.; Rebollar, R. S. y García, M. A. 2015. Utilización del método IDEA para evaluar la sustentabilidad de la ganadería del Estado de México. Sustentabilidad productiva sectorial. Algunas evidencias de aplicación. 1ª (Ed.). Universidad Autónoma del Estado de México. Toluca, México.15-40 pp.