UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL

ESTADO DE MÉXICO

FACULAD DE ECONOMÍA

# "APLICACIÓN DE LA TEORÍA MODERNA DEL PORTAFOLIO PARA LA VALUACIÓN DE ACCIONES QUE COTIZAN EN LA BOLSA MEXICANA DE VALORES 2013-2018"

TESINA

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN RELACIONES ECONÓMICAS INTERNACIONALES

PRESENTA:

DAVID RODRÍGUEZ HIDALGO

ASESOR

Dr. En E.S. y D. SERGIO MIRANDA GONZÁLEZ

REVISORES:

Dra. En E. MA. DEL CARMEN SALGADO VEGA

Dra. En C. S. SARA QUIROZ CUENCA

TOLUCA, ESTADO DE MÉXICO. AGOSTO DE 2019

DEDICATORIA

A mi madre, quien nunca tuvo nada, y supo darnos tanto siempre.

# Contenido

## Introducción

A lo largo del tiempo aumentó el número de opciones de inversión posibles a las que pueden acceder empresas, gobiernos, inversores individuales, e institucionales. también se incrementó el número de herramientas que hacen posible la administración de riesgos en las inversiones. Es importante conocer que herramienta en la administración de riesgos financieros es la más apropiada para cada tipo de instrumento, pues cada instrumento de inversión que existe hoy en día tiene características particulares.

El objetivo del presente trabajo se enfoca en el desarrollo y aplicación de una de ellas. la teoría moderna del portafolio, para el análisis de acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores y que se encuentran listadas en el Índice de Precios y Cotizaciones, y de Certificados de la Tesorería de la Federación (CETES) como principales instrumentos de inversión en México y de más fácil acceso para inversores individuales entre la sociedad mexicana.

El análisis del portafolio es un algoritmo matemático creado por el premio nobel Harry Markowitz durante la década de 1950, Sin embargo, dicho algoritmo no se enfoca únicamente en la creación de un portafolio de inversión, también se ocupa de la administración del portafolio.

El capítulo 1 se enfoca en explicar la importancia de un portafolio de inversión en la actualidad, y en explicar las herramientas más importantes en la administración del portafolio de inversión para que los inversionistas puedan formar portafolios de inversión de acuerdo a sus necesidades.

El capítulo 2 introduce Bolsa mexicana de Valores (BMV) como principal institución en el mercado de valores para la negociación de valores, y al Índice de Precios y cotizaciones como el principal índice de la BMV y referente en el mercado bursátil, además de las casas de bolsa como principales intermediarios en la compra-venta de valores, al mercado de deuda y los principales Bonos del gobierno federal. Se enfoca en el análisis de las acciones mediante diferentes parámetros de inversión, como, rendimiento, riesgo, liquidez y correlación, para determinar los activos que proporcionan el portafolio de menor riesgo

El capítulo 3, se enfoca en la creación de un nuevo portafolio de inversión, pero ahora bajo la posibilidad de invertir un porcentaje del capital en el portafolio compuesto únicamente por acciones de alta y media bursatilidad del Índice de Precios y Cotizaciones, y un porcentaje del capital en Certificados de la Tesorería de la Federación (Cetes) para determinar qué portafolio es más rentable para invertir.

Para finalizar se hará una comparación entre las carteras formadas para poder proporcionar recomendaciones sobre las opciones de inversión a las que pueden acceder los inversionistas cuando se tienen acceso a invertir en acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores y en Certificados de la Tesorería de la Federación.

.

# Capítulo 1 Antecedentes de la Teoría Moderna del Portafolio

## 1.1 Función de un portafolio de inversión

Los mercados de renta variable y sus derivados son intrínsecamente inseguros y por lo tanto invertir en ellos es aceptar la posibilidad de perder (Fernández, 2010)

La creación de un portafolio de inversión[1] tiene el objetivo de combinar varios activos para satisfacer una meta de inversión sin tener que asumir grandes riesgos.

La creación de un portafolio eficiente implica necesariamente la diversificación, que consiste en la inclusión en dicha cartera, de cierto número de instrumentos de inversión diferentes, la diversificación hace posible que los inversionistas se vean expuestos a riesgos menores que si se limitaran a invertir en sólo uno o dos instrumentos, un portafolio posee la cualidad de contar con un nivel de riesgo-retorno diferente al que ostentan en lo particular los instrumentos de inversión incluidos en ella. (Joehnk, 1997)

Con la creación de un portafolio de inversión se pretende que cierta cantidad de dinero con la que cuente algún gobierno, empresa, o persona en su poder, no pierda su valor a lo largo el tiempo a causa de la inflación, y, por el contrario, puedan recibir rendimientos de sus ahorros, que incluso éstos rendimientos sean superiores a la tasa de inflación. Existen opciones de inversión como los bonos en el mercado de renta fija, sin embargo, también ofrecen en su mayoría tasas de retorno por debajo de la tasa de inflación, Por ello se plantea como una alternativa más conveniente la creación de un portafolio de inversión.

Hoy en día vivimos en un mundo más global, que implica que cualquier movimiento sobre la economía de un país ajeno al nuestro pueda afectar la economía nacional, por ello es indispensable anticiparnos a dichos movimientos con el fin de aprovechar dichos movimientos a nuestro favor y obtener rendimientos, por ello la creación de un portafolio de inversión hoy en día es de gran importancia.

[1] Un portafolio de inversión es un conjunto de instrumentos financieros

Tal como enuncia la teoría clásica de la inversión, cualquier inversor racional considera dos parámetros para sus decisiones de cartera: la rentabilidad esperada y el riesgo. (Lamonthe, 1999)

De forma que es importante entender y saber calcular apropiadamente para la toma de decisiones de inversión, pues aquello que motiva a los inversionistas a invertir en un instrumento financiero determinado es el rendimiento[2] que esperan recibir de él y el riesgo[3] que están dispuestos a asumir. (Marmolejo, 1997)

El retorno es una de las variables más significativas de las decisiones de inversión en razón de que nos permite saber las ganancias reales o esperadas procedentes de alguna inversión (Joehnk, 1997)

Matemáticamente, el rendimiento de un activo es el cambio de valor que se registra en un tiempo determinado con respecto a su valor inicial, y puede ser calculado mediante la ecuación 1.1 y 1.2 (De Lara Haro, 2018)

$$r_i = \frac{P_1 - P_0}{P_0} \qquad \text{Ecuación 1.1}$$

Donde $r_i$ representa el rendimiento del activo $i$

$P_1$ representa el precio de cierre actual del activo

$P_0$ representa el precio de cierre anterior del activo

El rendimiento también se puede definir en función del logaritmo de la razón de rendimientos de la siguiente manera:

$$r_i = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right) \qquad \text{Ecuación 1.2}$$

---

[2] El retorno es la retribución por invertir en el instrumento financiero a un plazo determinado.

[3] El riesgo, representa la posibilidad para el inversionista de que el rendimiento esperado no se realice o de que exista una pérdida (variabilidad de los rendimientos)

Donde $r_i$ representa el rendimiento del activo $i$

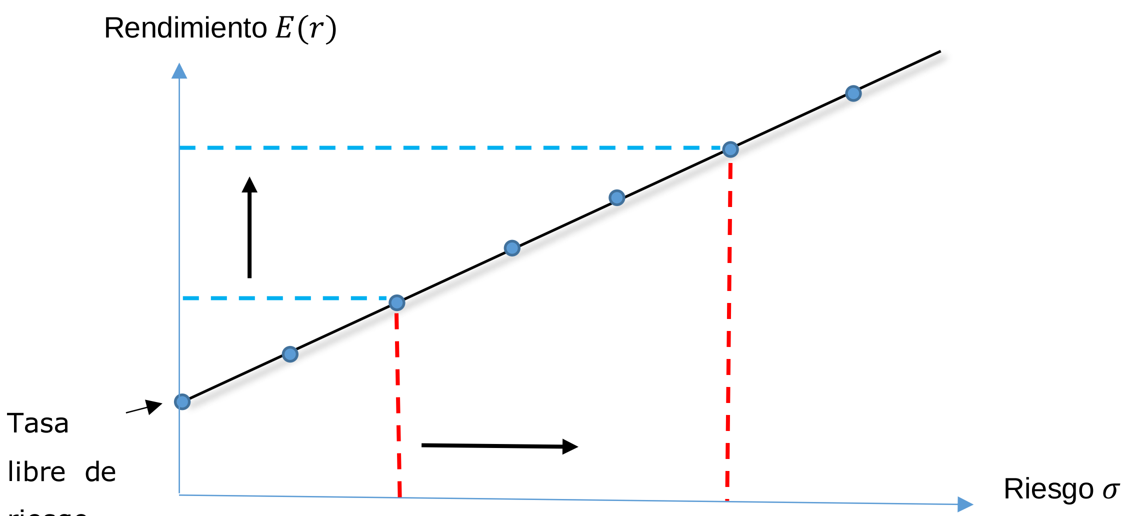
$P_t$ Representa el precio de cierre actual del activo

$P_{t-1}$ Representa el precio de cierre anterior del activo

En la medida en que una inversión es más riesgosa, debe exigírsele un mayor rendimiento, como se muestra en la figura 1.1

Figura 1.1

Combinaciones de riesgo y retorno



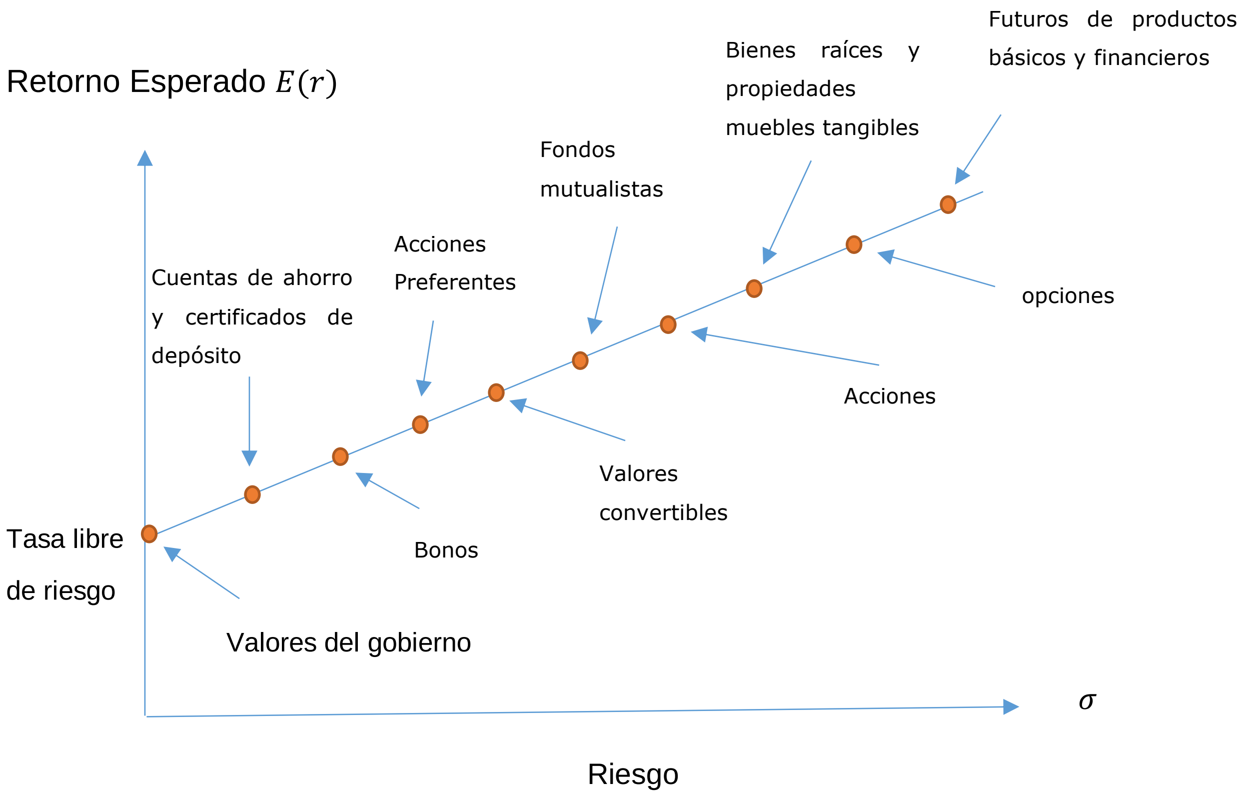

Fuente: Elaboración propia

La combinación riesgo-retorno que ofrece un activo, cuando se analizan activos del mismo sector, generalmente tienen combinaciones de riesgo-retorno similares, cuando se analizan activos de industrias diferentes, por ejemplo, manufactura y minería, los activos muestran combinaciones de riesgo-retorno diferentes. Las combinaciones de riesgo-retorno que puede ofrecer un instrumento de inversión, no sólo puede variar por la industria o sector en que se encuentre, sino también por el tipo de instrumento de inversión que se maneje, pues existen diferentes instrumentos de inversión con diferentes niveles de riesgo, desde los menos riesgosos como los bonos de gobierno, hasta contratos futuros de productos financieros.

En la figura 1.2 se muestran los principales instrumentos de inversión y el nivel de riesgo-rendimiento que ofrece cada uno con respecto al resto de los instrumentos de inversión.

Figura 1.2

Intercambio entre riesgo y retorno de diversos instrumentos de inversión




Fuente: Joehnk, (1997)

De acuerdo con el intercambio entre riesgo y retorno, a mayor riesgo mayor retorno y viceversa.

Como se muestra en la figura 1.2 las acciones ofrecen una variedad muy amplia de combinaciones riesgo-retorno, son el instrumento de inversión más difundido, motivo por el cual el análisis del portafolio se aplica con este tipo de instrumentos financieros.

Para el análisis del portafolio se requiere de los siguientes aportes estadísticos:

a) La tasa de retorno esperada $\boldsymbol{E(r)}$
b) La desviación estándar de los retornos $\boldsymbol{\sigma}$
c) El coeficiente de correlación $\boldsymbol{P}$

Sin embargo, en análisis del portafolio solo se realiza en un espacio de dos dimensiones: riesgo y rendimiento, por ello la primera parte se enfoca únicamente en obtener el rendimiento esperado del portafolio de inversión, y la segunda parte en obtener el riesgo esperado del portafolio en el que se involucran variables como la desviación estándar de los activos y el coeficiente de correlación.

Una vez obtenido el rendimiento esperado $\boldsymbol{E(r)}$ y riesgo del portafolio $\boldsymbol{\sigma}$ se realizarán los cálculos para obtener las cantidades apropiadas a invertir en cada activo $\boldsymbol{w_i}$ para obtener los mayores rendimientos posibles sin tener que asumir grandes riesgos.

Si bien el desempeño futuro no es necesariamente consecuencia directa del desempeño pasado, la información acerca de éste suele ofrecer una base sólida para formular expectativas a futuro, por ello para el cálculo de los rendimientos esperados de los activos y riesgo de los activos, se consideran en los métodos de medición de riesgos aquellos basados en el uso de datos históricos. (Joehnk, 1997)

Lo que en definitiva importa en las decisiones de inversión es el futuro, en virtud del retorno esperado, pues es una medida de desempeño de primera importancia las ganancias que habrán de producir en un futuro instrumentos financieros como las acciones y los bonos.

Para Jack Clark, (2013), el rendimiento esperado de un activo, por ejemplo de $i$, se determina a través de las ecuaciones 1.3 y 1.4.

$$\bar{r}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_{it} \qquad \text{Ecuación 1.3}$$

Rendimiento esperado en función de los rendimientos históricos

$$\bar{r}_i = \sum_{s=1}^{S} p_i x_i \qquad \text{Ecuación 1.4}$$

Rendimiento Esperado en función de la probabilidad de ocurrencia

Sin embargo, para el análisis del portafolio solo ocuparemos de la ecuación 1.3 pues toman como referencia los precios de cierre diarios históricos de las acciones.

El riesgo de que un activo financiero no otorgue los rendimientos esperados puede ser consecuencia de los distintos tipos de riesgo a los que está expuesto, cuyos riesgos pueden ser los siguientes: riesgo financiero, riesgo del poder de compra, riesgo de la tasa de interés, riesgo de liquidez, y riesgo de mercado.

Al riesgo asociado con la mezcla de deuda y acciones utilizada para financiar una empresa o propiedad se le conoce como riesgo financiero. Cuanto mayor sea la proporción de deuda usada para financiar una empresa o propiedad, mayor será su riesgo financiero. El financiamiento con deuda obliga a las empresas a pagar tanto intereses como la deuda misma, lo que acrecienta el riesgo.

El riesgo de poder de compra, es posibilidad de que ocurran cambios en los niveles de precios de la economía. En periodos en que los precios se elevan, fenómeno conocido como inflación, declina el poder de compra de la moneda. Esto significa que con cierta cantidad monetaria se puede comprar menos que antes.

El riesgo de la tasa de interés se refiere a la incertidumbre en el precio de los valores asociada a cambios en las tasas de interés. todos los instrumentos de inversión están sujetos al riesgo de la tasa de interés. Aunque son los valores de renta fija los mayormente afectados por los movimientos en las tasas de interés, también otros instrumentos como las acciones comunes se ven influidas.

El riesgo de no poder liquidar una inversión de forma conveniente y a un precio razonable se conoce como riesgo de liquidez. La liquidez de un determinado instrumento de inversión otorga la posibilidad de que éste se pueda vender fácilmente a un precio razonable

El riesgo de mercado es el riesgo de que descienda el retorno de la inversión a causa de factores del mercado ajenos a una inversión particular. Esta definición permite observar que se trata de un riesgo que abarca otros tipos de riesgo, (tasa de interés, tipo de cambio, poder de compra, etc.)

En esencia, el riesgo de mercado se refleja en la variabilidad del precio de un activo, cuánto más volátil sea el precio, mayor será su riesgo probable de mercado.

También se puede definir como la posibilidad de que el valor de un portafolio se mueva ante cambios en las variables macroeconómicas que determinan el precio de los instrumentos que componen el portafolio de acciones

Por ello el estudio se enfoca en el riesgo de mercado considerando los precios de las acciones como fuente para el cálculo de los rendimientos y riesgos posibles del portafolio de inversión.

El concepto de riesgo está relacionado con la posibilidad de que ocurra un evento que se traduzca en pérdidas para los participantes en los mercados financieros. El riesgo es producto de la incertidumbre que existe sobre el valor de los activos financieros (Banco de México, 2005)

Debido a que los precios de las acciones descuentan la información, decir que cualquier acontecimiento al interior de la empresa o fuera de ella, por ejemplo, cambios en variables macroeconómicas, automáticamente se ve reflejado en el precio de las acciones de una emisora, por tal motivo el análisis se concentra específicamente en los precios de las acciones, en la volatilidad que registra cada una a lo largo del tiempo.

De acuerdo a Jack Clark, (2013), el riesgo de un activo está en función de la volatilidad a la que está expuesto, se mide mediante la variación o dispersión del activo alrededor del valor esperado del mismo activo (varianza), que se representa mediante la ecuación 1.5

$$\sigma_i^2 = E[r_i - E(r_i)]^2 = \frac{1}{T-1}\sum_{i=1}^{T}(r_i - \bar{r}_i)^2 \qquad \text{Ecuación 1.5}$$

Varianza en función de los rendimientos históricos

$$\sigma_p^2 = E[r_p - E\big(r_p\big)]^2 \qquad \text{Ecuación 1.5-a}$$

Riesgo del portafolio

Donde $T$ representa el número total de datos

$\bar{r}_i$ es el rendimiento esperado del activo $i$ cuando se consideran todos los datos

Para convertir esta medida de riesgo en términos más atractivos se usará la desviación estándar, que es la raíz cuadrada de la varianza y está representada por la letra griega sigma, $\sigma$

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{T-1}\sum_{i=1}^{T}(r_i - \bar{r}_i)^2} \qquad \text{Ecuación 1.6}$$

Desviación estándar en función de los rendimientos históricos

$$\sigma_i = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} p_i\,[r_i - E(r_i)]^2} \qquad \text{Ecuación 1.6-a}$$

Desviación estándar en función de la probabilidad de ocurrencia

La desviación estándar, es una desviación promedio ponderada del valor esperado, y proporciona una idea de cuán por encima o por debajo del valor esperado es probable que se encuentre el valor real, por ello, mientras mayor sea la desviación estándar de un activo, mayor será el riesgo.

La desviación estándar histórica suele usarse como una estimación de la desviación estándar futura (Besley, 2009)

## 1.2 Rendimiento esperado del portafolio

El rendimiento del portafolio son las ganancias obtenidas por invertir en el conjunto de activos que componen la cartera. Es importante conocer cuál es el rendimiento esperado de una cartera, pues es uno de los elementos que motivan al inversor a determinar si invierte o no en dicha cartera.

Matemáticamente, el rendimiento esperado de un portafolio $E(r_p)$, es el promedio ponderado de los rendimientos esperados sobre las acciones individuales del portafolio, y cada ponderación es una porción del portafolio total invertido en cada acción (Haro, 2018)

Para Francis, (2013) el rendimiento esperado del portafolio está representado por la ecuación 1.7:

$$E(r_p) = E(\sum_{i=1}^{n} w_i r_i) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(r_i) \qquad \text{Ecuación 1.7}$$

Donde:

$E(r_p)$ es el rendimiento esperado del portafolio

$w_i$ es el peso de la inversión invertido en el activo $i$

$E(r_i)$ es el rendimiento esperado del activo $i$

$n$ representa el número de activos contenidos en el portafolio

El $n$ número de fracciones del portafolio total invertidos en *n* diferentes valores deben sumar 1

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \qquad \text{Ecuación 1.8}$$

1.3 Riesgo del portafolio

El riesgo del portafolio es también, otro de los elementos más importantes a considerar para un inversor a la hora de tomar una decisión de inversión, pues éste determina la cantidad de dinero que un inversor podría perder.

El riesgo de un portafolio es definido como la variabilidad de los rendimientos, $r_p$. Denotando la varianza de los rendimientos del portafolio $r_p$ por $\sigma_p^2$. Es posible derivar una expresión analítica para $\sigma_p^2$ en términos de las varianzas y covarianzas de todos los valores en el portafolio.

Se usará una cartera simple de dos activos para analizar la varianza del portafolio. sin embargo, los resultados son muy generales y siguen para un portafolio de $n$ valores, donde $n$ es un número entero positivo.

Al sustituir las cantidades $(w_1r_1 + w_2r_2)$ por el equivalente $r_p$ en la ecuación 1.5 se genera la siguiente ecuación:

$$\sigma_p^2 = E[r_p - E(r_p)]^2 = E\{w_1r_1 + w_2r_2 - [E(w_1r_1 + w_2r_2)]\}^2$$

Aplicando la propiedad 2 del valor esperado (ya que $w_s$ puede ser tratada como una constante ) obtenemos:

$$\sigma_p^2 = E[r_p - E(r_p)]^2 = E\{w_1r_1 + w_2r_2 - [w_1E(r_1) + w_2E(r_2)]\}^2$$

recopilando términos similares y factorizando $w_is$ obtenemos

$$\sigma_p^2 = E\{w_1[r_1 - E(r_1)] + w_2[r_2 - E(r_2)]\}^2$$

Ya que, $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$, y aplicando nuevamente la propiedad 2 de los rendimientos esperados obtenemos:

$$\sigma_p^2 = w_1^2 E[r_1 - E(r_1)]^2 + w_2^2 E[r_2 - E(r_2)]^2 + 2w_1 w_2 E[r_1 - E(r_1)][r_2 - E(r_2)]$$

Y recordando las ecuaciones que definen la varianza ($\sigma_i^2$) y covarianza ($\sigma_{ij}$) se puede reescribir la expresión de la siguiente manera.

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{12} \qquad \text{Ecuación 1.9}$$

La ecuación 1.9 muestra que la varianza (riesgo) del portafolio no es siempre simplemente la sumatoria ponderada de las varianzas.

La covarianza (correlación) puede hacer que incremente o disminuya la varianza del portafolio dependiendo de su signo.

## 1.4 Correlación entre dos activos

El coeficiente de correlación es otra medida estadística para la determinación del riesgo del portafolio y está basada en la asociación entre dos variables aleatorias, y ésta, se deriva de la covarianza que se representa mediante la ecuación 1.10. (De Lara Haro, 2018)

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^{T} (r_{it} - \overline{r_i})(r_{jt} - \overline{r_j}) \qquad \text{Ecuación 1.10}$$

La única diferencia entre estas dos medidas estadísticas es que el coeficiente de correlación es estandarizado por la división de la covarianza entre el producto de las desviaciones estándar de las dos variables

Por ejemplo, el coeficiente de correlación de las variables X e Y, está determinado por la ecuación 1.11.

$$p_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \qquad \text{Ecuación 1.11}$$

El coeficiente de correlación $p_{xy}$ siempre es menor o igual a 1, y mayor o igual a menos uno.

$$-1 \leq \ p_{xy} \ \leq \ +1 \qquad \text{Ecuación 1.12}$$

Si dos series se mueven en la misma dirección, están positivamente correlacionadas, si siguen direcciones opuestas, están negativamente correlacionadas. (Scott, 1982)

Figura 1.3
Correlación positiva perfecta

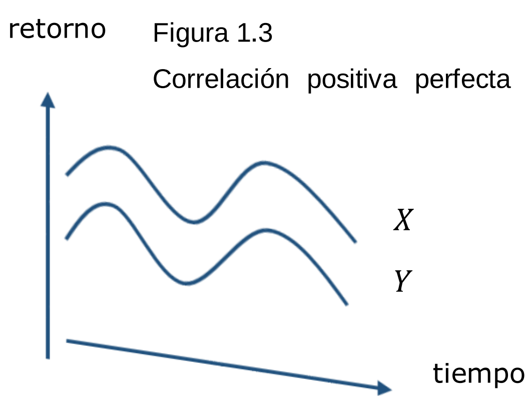
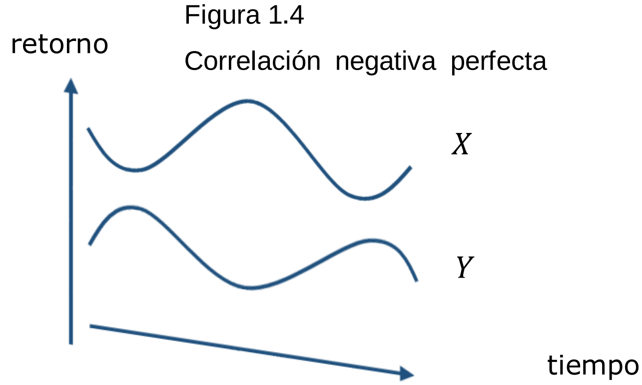



Figura 1.4
Correlación negativa perfecta




Fuente: Elaboración propia

La diversificación ingenua ignora la covarianza entre los valores y da como resultado una diversificación que no es funcional. Por esta razón se incluye la correlación de los activos como un elemento de primera importancia para la creación del portafolio óptimo.

Hacer el análisis del portafolio, no solo implica la diversificación, sino hacer la diversificación correcta. Con la diversificación de Markowitz, el objetivo es tener una combinación de activos con una correlación menor que perfecta, por la siguiente razón.

Una cartera con 60 valores ferroviarios, por ejemplo, no estaría tan bien diversificada como una cartera del mismo tamaño, pero con algunos valores ferroviarios, algunos de minería, algunos de manufactura, etc. La razón es que generalmente es más probable que las empresas dentro de la misma rama industrial lo hagan mal al mismo tiempo, que empresas en industrias diferentes.

La diversificación de Markowitz, involucra la combinación de activos con una correlación menor que perfecta positiva, en general, la más baja correlación entre los activos en un portafolio, generará una cartera menos riesgosa, Esto es cierto independientemente de que tan riesgosos sean los activos de la cartera cuando se analizan individualmente.

La diversificación de Markowitz se explica de la siguiente manera.

### 1.4.1 Diversificación de Markowitz

Considerando las características de los dos activos en la siguiente tabla, Si los activos A y B son combinados en las proporciones, $w_A = \left(\frac{2}{3}\right). w_B = \left(\frac{1}{3}\right)$ el retorno esperado resultante del portafolio es 8.3 %

| activos | Rendimiento esperado | Riesgo |
|---|---|---|
| A | 5% | 20% |
| B | 15% | 40% |

$$E(r_p) = w_A E(r_A) + w_B E(r_B)$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right) 0.05 + \left(\frac{1}{3}\right) 0.15 = 0.083 = 8.3\%$$

El riego de un portafolio con 2 activos está dado por la siguiente ecuación:

$$\sigma_p^2 = W_A^2 \sigma_A^2 + W_B^2 \sigma_B^2 + 2 W_A W_B (\sigma_{AB})$$

$$\sigma_p^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 (0.2)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 (0.4)^2 + 2\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) [p_{AB} (0.2)(0.4)]$$

$$\sigma_p^2 = \sqrt{0.0356 + 0.0356 \times P_{AB}} \longrightarrow$$

coeficiente de correlación

El riesgo del portafolio varía de acuerdo al coeficiente de correlación, $P_{AB}$, por lo tanto:

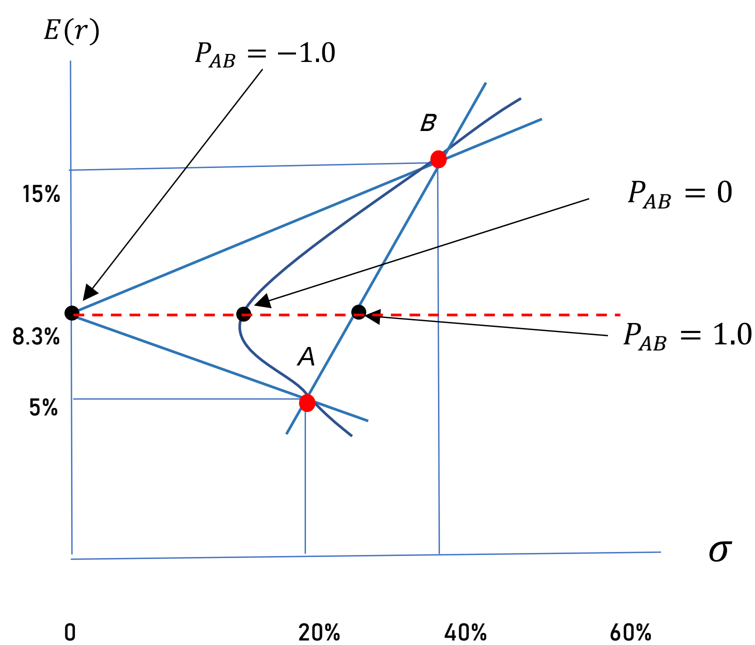
$si\ P_{AB} = +1\ ,\ entonces = \sqrt{0.0356 + 0.0356 \times 1}$ el riesgo del portafolio es del 26.7%

$si\ P_{AB} = 0\ entonces\ = \sqrt{0.0356 + 0.0356 \times 0}$ el riesgo del portafolio es del 18.7%

$si\ P_{AB} = -1\ entonces\ = \sqrt{0.0356 + 0.0356 \times -1}$ el riesgo del portafolio es igual a 0%

Figura 1.5

Diversificación de Markowitz




Fuente: Jack Clark, (2013)

De esta forma se demuestra que mientras más negativa sea la correlación entre los activos, menor será el riesgo del portafolio.

Concluyendo, los tres elementos que determinan el riesgo del portafolio son el peso de los activos, la correlación entre los activos, y la varianza de los activos. Elementos que se incluyen en la ecuación 1.9

Pesos de los activos 1 y 2

$$\boldsymbol{\sigma_p^2} = w_1^2\boldsymbol{\sigma_1^2} + w_2^2\boldsymbol{\sigma_2^2} + 2w_1w_2\boldsymbol{\sigma_{12}}$$

Covarianza entre los activos 1 y 2

Varianza de los activos 1 y 2

La ecuación anterior muestra el riesgo de un portafolio con dos activos, sin embargo, mediante la matriz de varianza-covarianza se puede estimar el riesgo del portafolio para $n$ número de activos de la siguiente manera.

1.5 Matriz de varianza-covarianza

La ecuación 1.9 mostrada anteriormente, puede ser denotada a través de matrices de la siguiente forma.

$$\sigma_p^2 = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} w_1 & w_2 \end{array} \\ \begin{array}{c} w_1 \\ w_2 \end{array} & \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix} \end{array} = \begin{pmatrix} +w_1w_1\sigma_{11} & +w_1w_2\sigma_{12} \\ +w_2w_1\sigma_{21} & +w_1w_2\sigma_{22} \end{pmatrix}$$

$$= w_1w_1\sigma_{11} + w_2w_2\sigma_{22} + w_1w_2\sigma_{12} + w_2w_1\sigma_{21}$$

En el cálculo de las covarianzas no hay diferencia en cuál variable sea la primera, $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$, y la covarianza de alguna variable con ella misma equivale a la varianza de esa variable $\sigma_i^2 = \sigma_{ii}$. Por lo tanto, la ecuación anterior puede ser representada nuevamente como la ecuación 1.9 de la siguiente manera:

$$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_{12}$$

Por lo tanto, la matriz para $n$ número de activos puede ser representada de la siguiente manera:

$$\sigma_p^2 = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} w_1 & w_2 & \cdots & w_n \end{array} \\ \begin{array}{c} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{array} & \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_{nn} \end{pmatrix} \end{array}$$

Debido a que la varianza del portafolio es la suma de todos los elementos de la matriz anterior, se puede representar como una sumatoria.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij} \qquad \text{Ecuación 1.13}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij} \qquad \text{Ecuación 1.13-a}$$

Recapitulando, los tres componentes que determinan el riesgo de un portafolio son: el peso de los activos, la desviación estándar (o varianza) de cada valor, y el coeficiente de correlación (o covarianza) entre los activos.

Como se muestra a continuación, todos estos elementos se incluyen en la matriz de varianza-covarianza

Peso de los activos $w_i$ $

$$\sigma_p^2 = \begin{array}{c} \\ w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} w_1 & w_2 & \cdots & w_n \end{array} \\ \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_{nn} \end{pmatrix} \end{array}$$

Covarianza entre los activos $\sigma_{ij}$

Varianza de los activos $\sigma_i^2$

La diagonal está formada por las varianzas y los elementos fuera de la diagonal por las covarianzas. Por lo tanto la varianza del portafolio representa la sumatoria de todas las $n$ varianzas, más las covarianzas $(n^2 - n)$

$$\sum = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_{nn} \end{pmatrix}$$

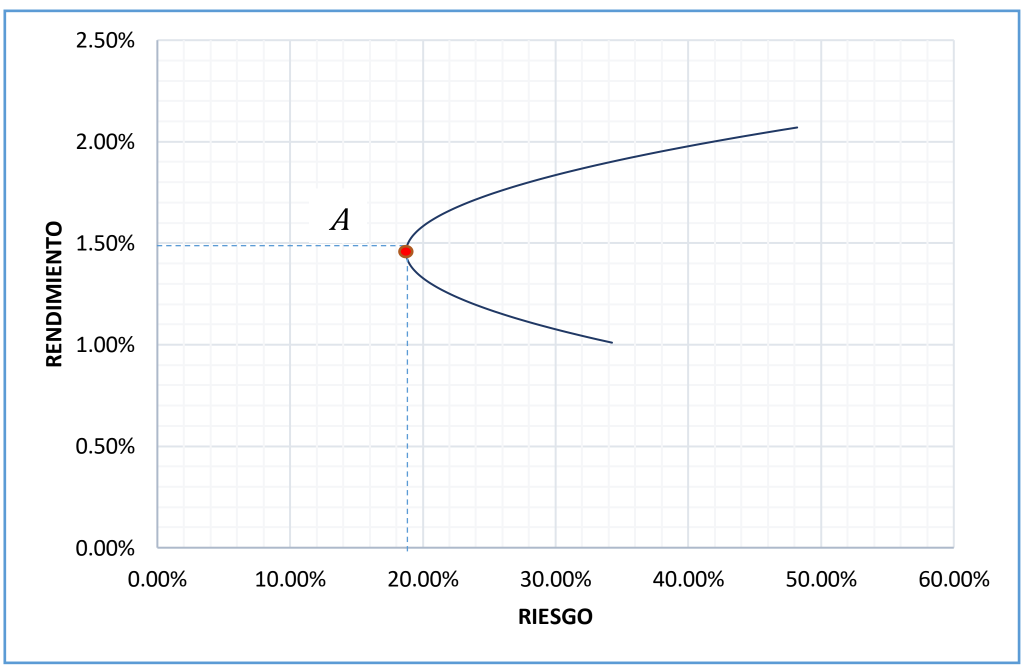
Covarianza entre los activos

La matriz de varianza covarianza es simétrica, y cada covarianza es repetida, las covarianzas sobre la diagonal son las mismas debajo de la diagonal, por lo tanto solo $(n^2 - n)/2$ covarianzas necesitan ser estimadas.

Por lo tanto, mediante la matriz de varianza-covarianza, se puede estimar el riesgo del portafolio, y para contar con un portafolio poco riesgoso lo más conveniente es contar con activos con una correlación negativa.

Una vez estimado el riesgo del portafolio y rendimiento esperado se procede a obtener las combinaciones de las cantidades a invertir $(w_i)$ más apropiadas, que otorguen el menor riesgo posible para el portafolio de inversión, por ejemplo el punto A en la figura 1.6

Figura 1.6 Portafolio de mínimo riesgo




Fuente: Elaboración propia

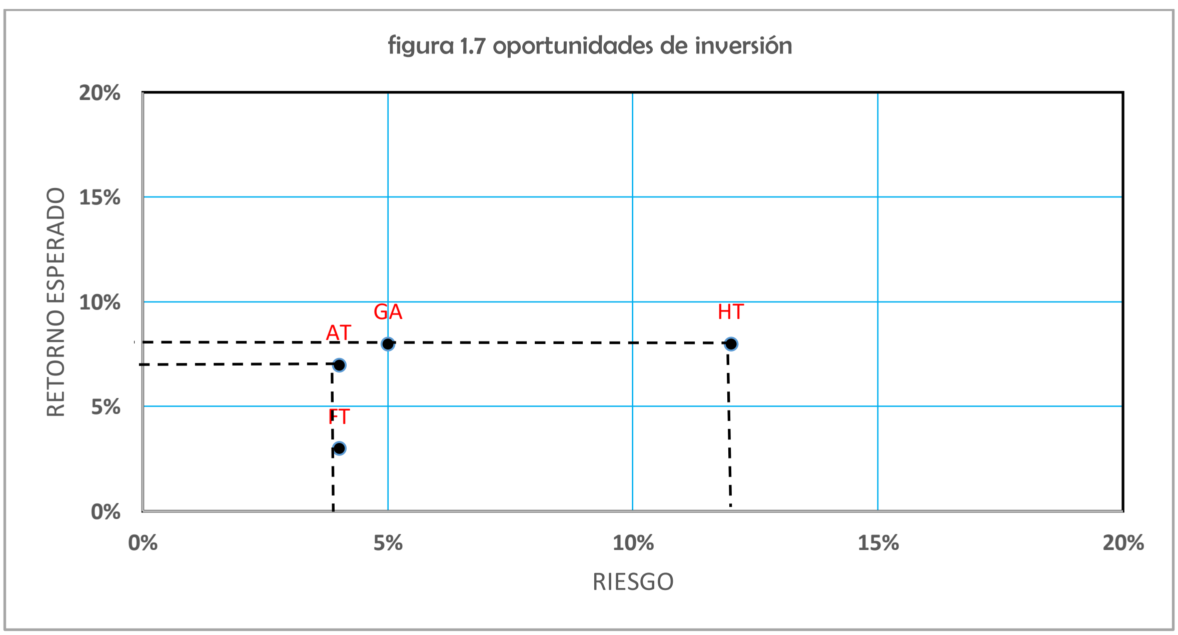
## 1.6 Frontera eficiente

Con un determinado número de activos que cuenten con un nivel de riesgo y retorno definido, se pueden obtener un número infinito de carteras con sólo modificar los valores relativos $w_j$, los cuales representan la proporción del activo en la cartera, mediante la combinación de dichos activos y proporciones, se pueden obtener diferentes opciones de inversión, algunas carteras resultantes ofrecen una combinación de riesgo-retorno alto y otras una combinación de riesgo-retorno bajo, la cartera que seleccione un inversor en el intercambio de riesgo-retorno, depende de las preferencias del inversor, o bien de la aversión al riesgo del inversor.

Sin embargo, aunque se pueden crear un número infinito de portafolios, no todos son eficientes, para que una inversión sea eficiente debe tener, ya sea:

1) Mayor rendimiento que cualquier otra inversión con el mismo nivel de riesgo
2) Menor riesgo que cualquier otra inversión con el mismo nivel de rendimiento.

Por ejemplo, a continuación, se presentan 4 opciones de inversión con el nivel de riesgo y rendimiento de cada una.



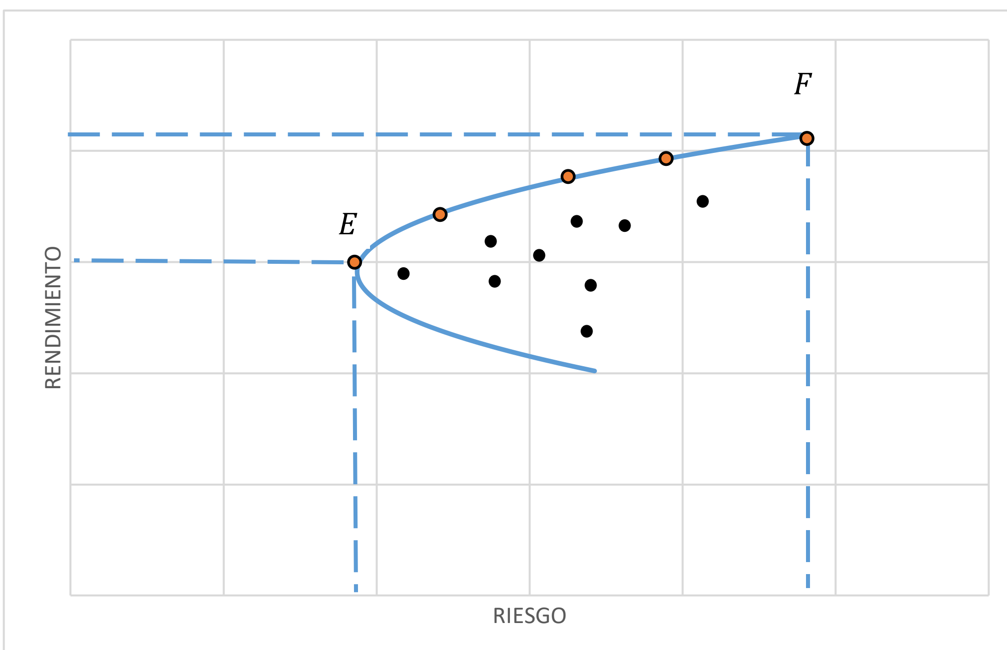

Fuente: elaboración propia

La acción de American Telephone (AT) ofrece un rendimiento del 7% y un riesgo del 4%, mientras que la acción de Fine Tires, por el mismo nivel de riesgo (4%), solo ofrece un rendimiento del 3%, por lo tanto, la acción de AT domina a la acción FT, y en este escenario, la inversión AT, se puede considerar como una inversión eficiente.

En el segundo escenario, la acción de General Auto (GA) ofrece un riesgo del 5% y un rendimiento del 8%, mientras que la acción de Hot Tires, ofrece un riesgo del 12% y la misma tasa de rendimiento del 8%, Por lo tanto, la acción de GA domina a la de HT, pues por un menor nivel de riesgo ofrece el mismo rendimiento, en este caso, la inversión GA, es una inversión eficiente.

Al conjunto las carteras resultantes que cuenten con el mayor rendimiento $r_p$ que otras con mismo nivel de riesgo $\sigma_p$, o el menor riesgo que cualquier otra para el mismo nivel de rendimiento, se le conocen como carteras eficientes, y se ubican en la frontera eficiente.

Figura 1.8 Frontera eficiente




Fuente: Messuti, (2003)

Los portafolios eficientes a lo largo de la curva entre los puntos E y F, representan la frontera eficiente y la máxima tasa de retorno para cada nivel de riesgo.

## 1.7 Introduciendo un activo sin riesgo

Se ha tratado sólo con portafolios que contienen activos riesgosos. Cada inversión candidata tiene una varianza positiva, $\sigma^2 > 0$, Sin embargo, si asumimos la existencia de un activo sin riesgo, $\sigma^2 = 0$, ese pequeño supuesto adicional introduce las posibilidades de endeudamiento y préstamo a la tasa de interés libre de riesgo.

Cuando un activo libre de riesgo se mantiene en una posición junto con un activo riesgoso, las proporciones mantenidas en el activo de riesgo y el activo libre de riesgo son $w_1 \; y \; 1 - w_1$, respectivamente. Y el rendimiento esperado de esta cartera se define mediante la siguiente ecuación (Castro L, 1993)

$$E(r_p) = (1 - w_1)r_f + w_1 E(r_1) \qquad \text{Ecuación 1.14}$$

Donde $r_f$ denota la tasa de retorno del activo libre de riesgo

$E(r_1)$ denota el retorno esperado del activo riesgoso 1.

La varianza de este portafolio que incluye un activo riesgoso y un activo sin riesgo es definida mediante la ecuación 1.15 (Castro L, 1993)

$$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + (1 - w_1)^2\sigma_f^2 + 2_{w1}(1 - w_1)\sigma_{1f} \qquad \text{Ecuación 1.15}$$

Donde $\sigma_f^2$ es la varianza de la tasa de retorno del activo sin riesgo

$\sigma_{1f}$ es la covarianza entre los retornos del activo riesgoso y el activo sin riesgo

Por la definición $\sigma_f^2 = 0$. La covarianza también es igual a 0, $\sigma_{1f} = 0$, debido a que no hay asociación (correlación) entre una serie de retornos constantes y una serie de retornos que fluctúan

Debido a lo anterior la ecuación 1.15 se puede reescribir de la siguiente manera.

$$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + (1 - w_1^2)\sigma_f^2 + 2_{w1}(1 - w_1)\sigma_{1f}$$

$$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + (1 - w_1)^2(0) + 2_{w1}(1 - w_1)(0)$$

$$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 \qquad \text{Ecuación 1.15-a}$$

Obteniendo la raíz cuadrada de la ecuación anterior se reduce a una simple ecuación lineal.

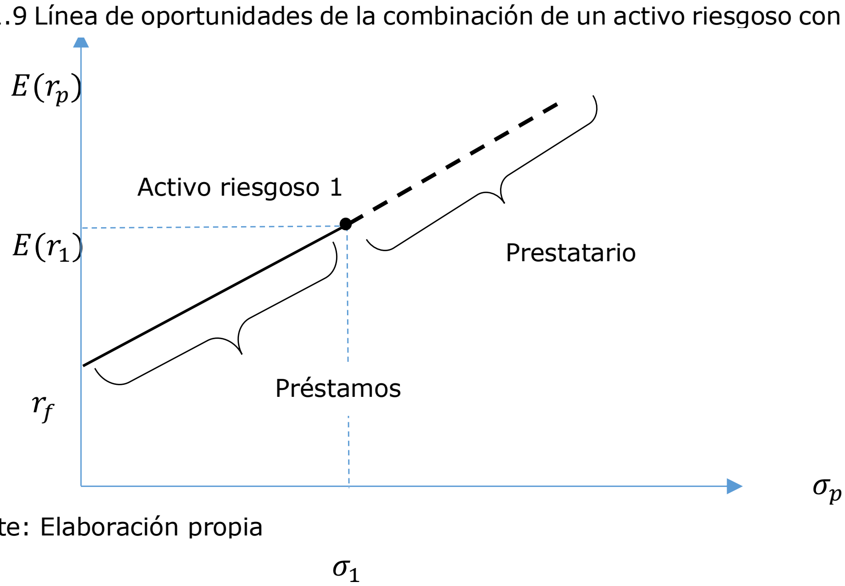
$$\sigma_p = w_1\sigma_1$$

Resolviendo la ecuación para $w_1$ obtenemos $w_1 = \frac{\sigma_p}{\sigma_1}$, sustituyendo esta expresión por $w_1$ en la ecuación 1.14 y simplificando los resultados en la ecuación 1.16 vemos que el retorno esperado se relaciona linealmente con el riesgo.

$$E(r_p) = r_f + \left(\frac{E(r_1) - r_f}{\sigma_1}\right)\sigma_p \qquad \text{Ecuación 1.16}$$

Esta relación lineal es descrita en la siguiente figura, significa que cualquier cartera formada a partir de un activo libre de riesgo y cualquier activo riesgoso se encontrará en una línea recta que conecte esos dos puntos.

Figura 1.9 Línea de oportunidades de la combinación de un activo riesgoso con un activo sin riesgo.




Fuente: Elaboración propia

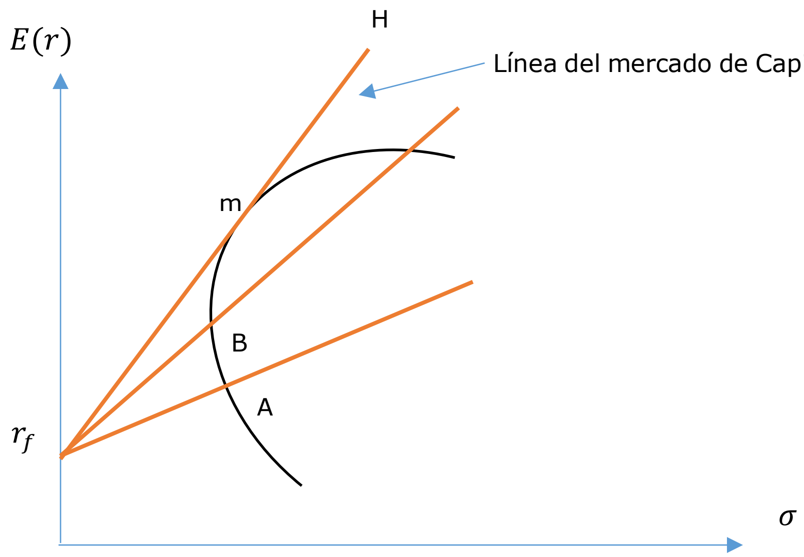
Si $1 \geq (1 - w_1) > 0$, entonces el inversor habrá colocado todos $(1 - w_1 = 1)$ o parte $(1 - w_1 < 1)$ de sus fondos a la tasa libre de riesgo y el resto en el activo riesgoso 1. Este segmento de línea está etiquetado como préstamos, por que $w_f > 0$, donde $w_f = 1 - w_1$, después asumimos que $r_f < E(r_1)$, si $w_1 > 1$, entonces $\sigma_p > \sigma_1$ y $E(r_p) > E(r_1)$, esto corresponde a un punto localizado en algún lugar del segmento de la línea denotada arriba del activo uno, la cual es denotada como endeudamiento, por que $w_f < 0$, cuantos más préstamos se realicen, más lejos estará este segmento de línea discontinua.

Debido a que el activo 1 puede ser visto como un portafolio tan fácilmente con un activo, este análisis puede ser extendido a un caso general de la combinación de cualquier portafolio riesgoso en el conjunto de oportunidades con un activo libre de riesgo. En otras palabras, combinar un activo sin riesgo con un portafolio riesgoso resultará en un nuevo portafolio e algún lugar sobre la línea recta que conecta los dos.

La siguiente figura muestra la combinación del activo sin riesgo con varios portafolios riesgosos en la frontera eficiente. Las combinaciones del portafolio B con el activo sin riesgo a los largo de la línea $r_f B$ son más deseables (dominantes) que las combinaciones del portafolio A con el activo sin riesgo a lo largo de la línea $r_f A$ , debido a que los portafolios a lo largo de la línea $r_f B$ tiene los retornos esperados más altos para el mismo nivel de riesgo que los portafolios sobre la línea $r_f A$. Sin embargo, las combinaciones del portafolio B con el activo sin riesgo a lo largo de la línea $r_f B$ son dominados por las combinaciones del portafolio m con el activo sin riesgo a lo largo de la línea $r_f m$.

De hecho, los portafolios a lo largo de la línea $r_f mH$ tienen los retornos esperados más altos para cualquier nivel de riesgo.

Figura 1.10 Combinación de un activo sin riesgo con varios portafolios riesgosos




Fuente: J. Clark, (2013)

Cualquier portafolio dentro de una línea con el activo sin riesgo $r_f$ que tenga una pendiente más pequeña que la línea $r_f mH$ será dominada por la línea $r_f mH$ debido a que esta representaría una combinación de riesgo-retorno menos favorable que la línea $r_f mH$. Y cualquier portafolio que se encuentren en una línea con una pendiente más grande que la línea $r_f mH$ es inalcanzable. porque tal línea estaría completamente fuera del conjunto de oportunidades de activos que existen.

El resultado es que la nueva frontera eficiente es una línea recta donde todos los portafolios eficientes son simples combinaciones lineales del activo sin riesgo y el portafolio tangente $m$. Debido a que esta frontera eficiente es una línea recta, esta puede ser descrita por la ecuación 1.16 presentada anteriormente

$$E(r_p) = r_f + \left(\frac{\mu_m - r_f}{\sigma_m}\right)\sigma_p \qquad \text{Ecuación 1.16}$$

En este caso, y en general, los portafolios eficientes entre $r_f$ $y$ $m$ involucran prestar a la tasa de interés libre de riesgo, y los portafolios eficientes arriba de m, involucran pedir prestado a la tasa de interés libre de riesgo. Esta nueva frontera eficiente lineal es llamada línea del mercado de capitales (CML).

Dada una frontera eficiente lineal y curvas de indiferencia convexas para un inversor averso al riesgo, el teorema de la frontera eficiente aún se mantiene y los inversores elegirán de manera óptima una cartera en esta nueva frontera lineal eficiente.

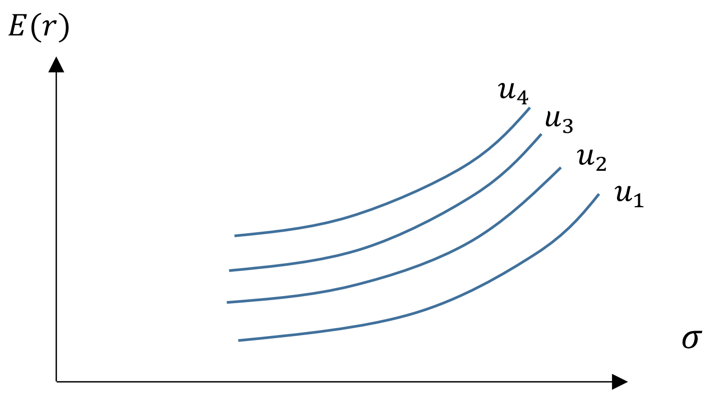
## 1.7 Perfil del inversionista

Los inversionistas tienen diferentes necesidades y actúan en los mercados de acuerdo a varios factores: la seguridad, las preferencias, la aversión o el gusto por el riesgo, el afán de ganar mucho, etcétera. (Rueda, 2005)

Las curvas de indiferencia pueden ser usadas para representar las preferencias en el intercambio entre riesgo y rendimiento de un inversor. Las curvas de indiferencia son dibujadas para representar el nivel de satisfacción de un inversor en el mismo espacio a lo largo de la línea.

Figura 1.11

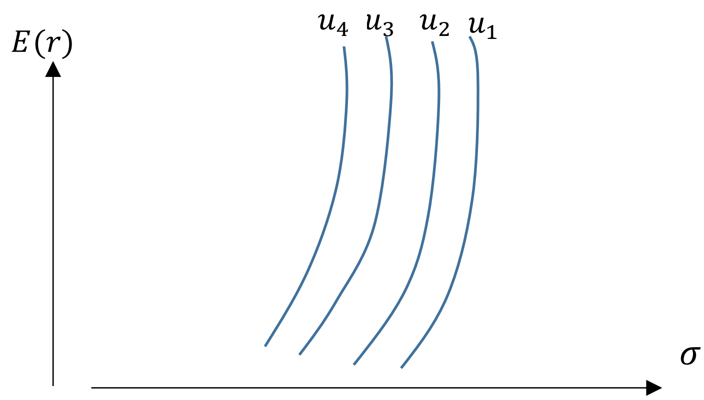
Curvas de indiferencia de un inversor que ama el riesgo




Fuente: Sarkis J. Khoury, (1983)

Figura 1.12

Curvas de indiferencia de un inversor con aversión al riesgo




Fuente: Sarkis J. Khoury, (1983)

Estas curvas se hacen más verticales a medida que se elevan. reflejando una voluntad decreciente de asumir riesgos.

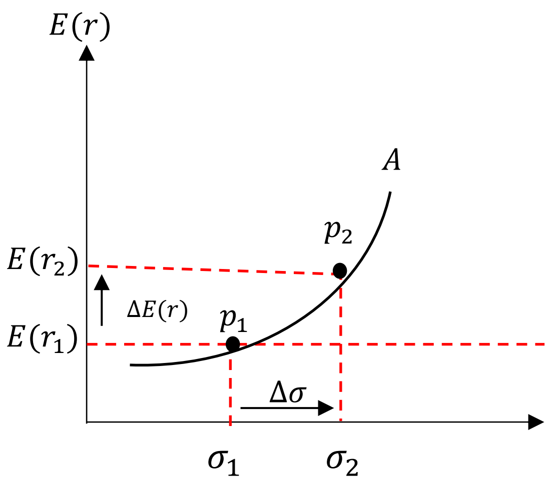
Las curvas de indiferencia para los inversores aversos al riesgo (tímidos), tienen una pendiente positiva, ya que requieren rendimientos esperados más altos como incentivo para asumir mayores riesgos.

Contrastemos el comportamiento de los dos inversores aversos al riesgo ilustrados en las figuras 1.11 y 1.12. La curva de indiferencia de los inversores A tienen una pendiente menor, (es más plana) que la de los inversores B. Cuando un inversionista aumenta el nivel de riesgos de $\sigma_1\ a\ \sigma_2$ por $\Delta_\sigma$, ese inversionista requiere un rendimiento esperado mayor para mantener el mismo nivel de utilidad.

Los portafolios $P_1\ y\ P_2$ en la figura 1.11 producen la misma cantidad de utilidad. Para la misma cantidad de cambio de riesgo $de\ \sigma_1\ a\ \sigma_2\ por\ \Delta\sigma$, el inversionista B solicitará una cantidad adicional más grande de rendimiento esperado $\Delta E(r)$, de $E(r_1)'\ a\ E(r_2)'$, mientras el inversor A mantiene el mismo nivel de utilidad.

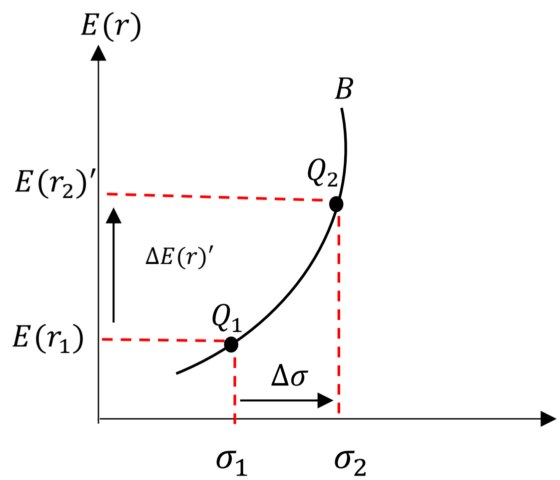
Esta diferencia indica que el inversionista B es más averso al riesgo que el inversor A y requiere una prima de riesgo mayor.

Figura 1.13 Función de utilidad del inversor A




Fuente: Jack Clark, (2013)

Figura 1.14 Función de utilidad del inversor B




Fuente: Jack Clark, (2013)

Existen 3 tipos de inversionistas: el averso al riesgo, el neutral al riesgo, y al amante al riesgo.

La utilidad marginal de la riqueza se define como la utilidad adicional que una persona obtiene de un pequeño cambio en su riqueza. La economía se basa en la idea de que más riqueza es siempre más deseable que menos riqueza. En otras palabras, la utilidad marginal de la riqueza de cada persona racional siempre será positiva.

Sin embargo, la utilidad marginal de cada uno de los 3 tipos de inversores depende de su aversión al riesgo, por ejemplo.

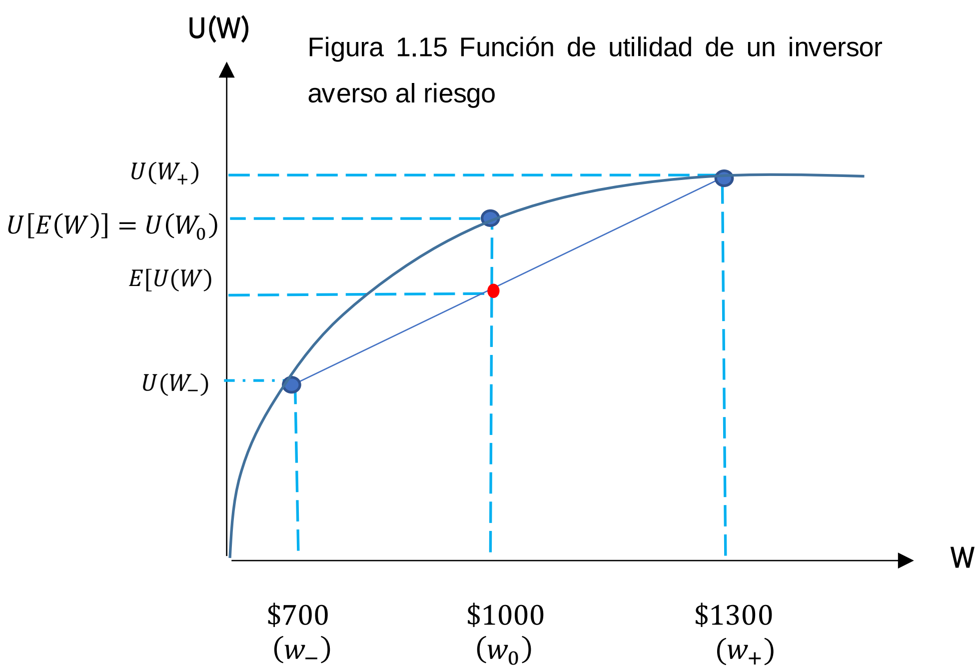
Un inversor averso al riesgo muestra una disminución de la utilidad marginal de la riqueza, esto conduce a un comportamiento que evita el riesgo porque, desde cualquier punto de la curva de la utilidad de la riqueza, una inversión riesgosa tiene una utilidad esperada más baja que una inversión sin riesgo con el mismo retorno esperado

## 1.7.1 Inversor averso al riesgo

Supongamos que un inversor tiene una función de utilidad marginal decreciente. Al inversionista se le ofrece invertir en un activo que tiene la posibilidad de ganar \$ 300 $(= \tilde{z})$ con una probabilidad de ½, o perder \$ 300 con una probabilidad de $\frac{1}{2}$. La riqueza inicial del inversor es de \$ 1,000. ¿Estaría dispuesto el inversionista a participar en esta inversión? La respuesta depende de la actitud del inversor hacia el riesgo.

La figura 1.15 ilustra la cantidad de utilidad antes y después de la inversión. Si el inversor gana la inversión. su riqueza aumenta a $\$1300\ (W_+ = W_0 + \tilde{z})$ y el monto de utilidad es utilidad es $U(W_+)$, Si el inversor pierde la inversión, su riqueza disminuye a \$ 700 $(W_- = W_0 - \tilde{z})$ y la cantidad de utilidad es $U(W_-)$. Por lo tanto, la utilidad esperada después del juego será $E[U(W)] = \frac{1}{2}U(W_+) + \frac{1}{2}U(W_-)$ . Si este inversionista está dispuesto o no a participar en este juego depende de si la utilidad esperada del inversor aumenta o disminuye al jugar el juego. $U(W_0)$ indica la utilidad de la riqueza del inversionista antes de jugar el juego. Si $E[U(W)] > U(W_0)$, el inversor estaría dispuesto a jugar el juego, y si $E[U(W)] < U(W_0)$, el inversor no estaría dispuesto a jugar.

Figura 1.15 Función de utilidad de un inversor averso al riesgo




Fuente: Jack Clark, 2013

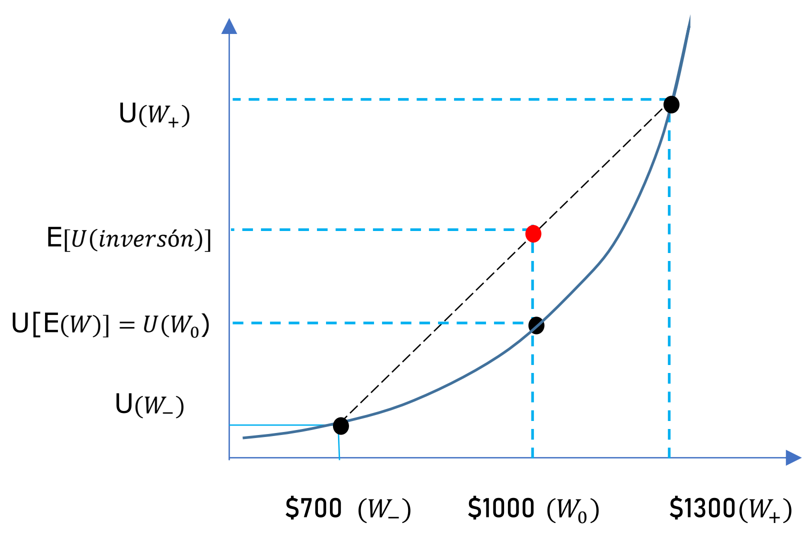
La figura 1.15 muestra que la inversión reduce la utilidad esperada del inversor. Por lo tanto, el inversionista se negaría a participar en ésta inversión. En otras palabras, el inversionista tiene una aversión al riesgo. La función de utilidad del evasor del riesgo siempre será cóncava hacia la riqueza, los que evitan el riesgo prefieren mantener el dinero seguro en lugar de asumir riesgos para aumentar su riqueza $w_0$.

Si la probabilidad de ganar la inversión riesgosa es lo suficientemente grande, o si la recompensa por ganar es lo suficientemente grande, se puede inducir a un evasor de riesgo a participar en la inversión.

### 1.7.2 Comportamiento que ama el riesgo

Si un inversionista tiene la función de utilidad convexa ilustrada en la figura 1.16, el inversionista tomará decisiones más arriesgadas sobre la misma inversión. Su utilidad esperada de jugar $E[U(W)]$, es mayor que no jugar el juego, $U(W_0)$. En otras palabras, jugar el juego riesgoso aumenta la utilidad del amante del riesgo. Este inversor espera que su utilidad se incremente mediante la especulación; este inversor es un amante al riesgo

Figura 1.16 Función de utilidad de un inversor amante al riesgo

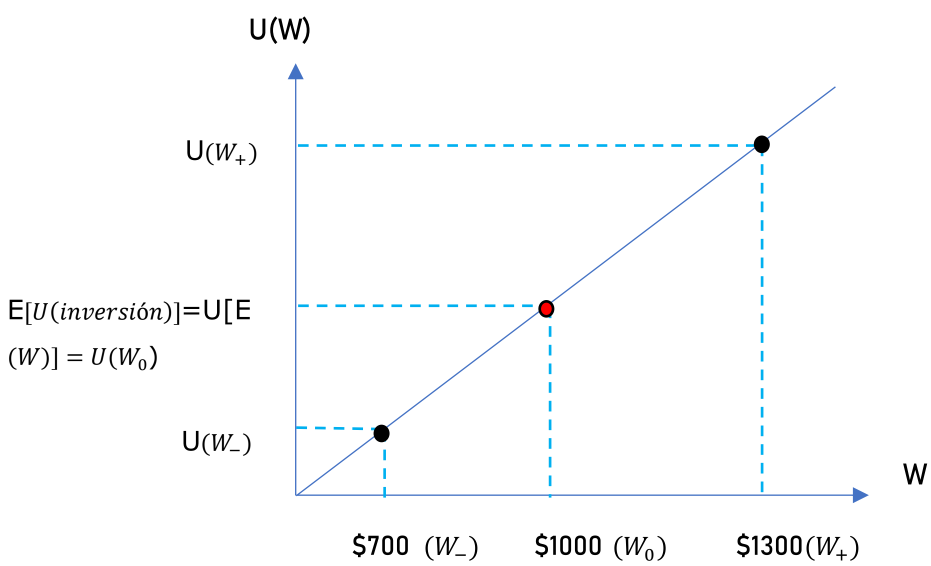



Fuente: Jack Clark, 2013

1.7.3 Comportamiento de riesgo neutro

Si un inversionista tiene una función de utilidad lineal, el inversionista se mostraría indiferente acerca de participar en la inversión. Su utilidad esperada de invertir, $E[U(W)$ es igual a la de no invertir, $U(W_0)$. Se dice que este inversor exhibe un comportamiento neutral de riesgo.

Figura 1.17 Función de utilidad de un inversor amante al riesgo




Fuente: Jack Clark, (2013)

Aunque en la determinación del portafolio de mercado (portafolio m) no se consideran las preferencias al riesgo del inversor, pues se basa únicamente en la tasa libre de riesgo, el teorema de la frontera eficiente aún se mantiene y los inversores podrán elegir de acuerdo a su aversión al riesgo el portafolio que mayor utilidad les otorgue, del conjunto de portafolios que se ubiquen en la nueva frontera eficiente lineal (CML)

# Capítulo 2 Análisis del portafolio

El capítulo dos se enfoca en el desarrollo de la teoría del portafolio de Harry Markowitz para la obtención del portafolio de inversión de menor riesgo a partir del análisis de diferentes parámetros de las acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores, pero que se encuentran listadas en el Índice de Precios y Cotizaciones.

## 2.1 Bolsa Mexicana de Valores y otras bolsas

Todo inversionista que desee participar en el mercado bursátil debe comprender el funcionamiento de la Bolsa de Valores, sus funciones, los tipos de operaciones que se pueden celebrar en ella, las garantías de su correcto funcionamiento, etcétera. El conocimiento del aspecto operativo le permitirá evaluar los riesgos que corre y, de éste modo tener una participación informada y rentable (Mata, 2013)

En años recientes, la bolsa de valores ha experimentado importantes altibajos. Particularmente, la década de 1990 fue una década extraordinaria para las acciones listadas en las diferentes bolsas de valores: los índices Dow Jones y S&P 500 aumentaron más de 400%, en tanto que el índice tecnológico NASDAQ se incrementó más de 1000%. Hacia comienzos del nuevo siglo, los tres índices alcanzaron niveles récord. Por desgracia, los buenos tiempos no duraron. A partir de comienzos de 2000, la bolsa de valores comenzó a declinar y muchos inversionistas perdieron gran parte de su inversión. El NASDAQ se derrumbó y cayó en más de 50%, mientras que los índices Dow Jones y S&P 500 se desplomaron en 30% durante enero de 2003. Después de subir más de 30%, la Bolsa de valores se colapsó nuevamente durante la crisis financiera global, y cayó en más de 50% desde su máximo en el otoño de 2007. A partir de 2009, la bolsa de valores se recuperó rápidamente y se elevó en más de 50% hacia 2011, (Mishkin, 2014)

El mercado internacional de acciones se rige por los mismos criterios que los nacionales; por ello las acciones que cotizan en el Índice de Precios y Cotizaciones, son valoradas con base en sus características esenciales: el rendimiento y riesgo.

Sin embargo, la rentabilidad esperada es un valor estimado realizado por el inversor, lo que implica la existencia que ese resultado sea distinto del previsto, por la variabilidad del tipo de cambio, también denominado riesgo cambiario que hará que el valor final de la operación no coincida exactamente con el previsto. Esto nos lleva a afirmar que el riesgo implícito en las acciones internacionales es superior al de las nacionales. (Castro, 1993), motivo por el cual el portafolio de inversión se conforma con acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores y que se encuentran listadas en el Índice de Precios y cotizaciones (IPC)

### 2.1.1 Índice de Precios y Cotizaciones

El Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) es el principal indicador del comportamiento del mercado accionario en su conjunto y expresa un valor en función de los precios de una muestra balanceada, ponderada y representativa del total de acciones cotizadas en la bolsa. La muestra se revisa bimestralmente y se integra por emisoras de distintos sectores de la economía. Su estructura actual data de 1978 y expresa, en forma fidedigna, la situación del mercado bursátil. Constituye un indicador altamente confiable. (Brito, 2013)

La muestra del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores se revisa anualmente. El número de series de acciones que conforma la muestra es de 35 series, las cuales varían en función a ciertos criterios de selección. Ninguna emisora tiene un peso mayor a 25% en el índice y la suma de las 4 principales emisoras no exceden el 60% del índice.

Además del Índice de Precios y Cotizaciones existen otros índices, los cuáles se conocen como índices sectoriales.

Estos índices muestran el rendimiento del mercado de acuerdo al sector que pertenece cada una de las empresas seleccionadas en la muestra, de esta manera se puede analizar al mercado por estratos.

### 2.1.2 Objetivo de la Bolsa Mexicana de Valores

Uno de los principales objetivos de la Bolsa Mexicana de Valores es facilitar las transacciones con valores, así como la realización de operaciones de compra-venta de valores emitidos por las empresas públicas o privadas que requieren captar recursos para financiar su propio crecimiento, y promover el desarrollo del mercado bursátil, brindando así un servicio que contribuya al funcionamiento eficaz de la economía nacional. (Bustamante, 2001)

Entre las principales actividades que desarrolla la Bolsa Mexicana de Valores se encuentran las siguientes:

1) Establecer las instalaciones y mecanismo que faciliten las relaciones u operaciones entre los oferentes y los demandantes de los valores.

2) Cuidar que los valores inscritos en sus registros satisfagan los requisitos legales necesarios para ofrecer la seguridad solicitada por los inversionistas al aceptar participar en el mercado

3) Proporcionar y mantener a disposición del público información sobre las operaciones que se realizan en su cede

4) Certificar las cotizaciones en la Bolsa

5) Promover el desarrollo del mercado a través de nuevos instrumentos o mecanismos de inversión

## 2.1.3 Casa de bolsa

Una Casa de Bolsa es un agente de valores, persona moral, autorizada por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV). Participa como socio de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) de manera que puede fungir como intermediario en el mercado bursátil. (Moreno, 2000)

Las casas de bolsa deben acreditarse como socios de la Bolsa Mexicana de Valores por medio de su consejo de administración, y cumplir con las disposiciones que marca su reglamento interior. Así mismo deben estar inscritas en el Registro Nacional de Valores e intermediarios.

En la figura 2.1 se muestran algunas casas de Bolsa que existen actualmente en México

Figura 2.1 Casas de bolsa en México


Fuente: Bolsa Institucional de Valores, (2018) Entre los servicios que proporciona una Casa de Bolsa se citan algunos de los más importantes:

1) Realizar operaciones de compra-venta de valores y de aquellos instrumentos del mercado de dinero que estén autorizadas para manejar.
2) Brindar asesoría sobre el comportamiento del Mercado de Valores a las empresas y al público inversionista
3) Asesorar en la captación de recursos para apoyar la inversión en la Bolsa de sus clientes
4) Asesorar a los inversionistas para la integración de portafolios de inversión y en la toma de decisiones de inversión en la Bolsa.
5) Proporcionar a las empresas la asesoría necesaria para la colocación de valores en la bolsa.

Para la prestación eficiente de sus servicios las casas de bolsa tienen departamentos especializados en análisis y promoción, que les permiten examinar minuciosamente los valores cotizados y determinar la influencia que los factores micro y macroeconómicos tendrán en la marcha general del mercado, así como estructurar los portafolios de inversión de acuerdo a las necesidades de cada inversionista. (Moreno, 2000)

La construcción de los portafolios de inversión se hace mediante el análisis de los precios históricos de las acciones, sin embargo, cabe señalar que las acciones registran varios precios en un día.

### 2.1.4 Tipos de precios en las acciones

Las acciones pueden registrar diferentes tipos de precios, entre los principales se encuentran los siguientes:

- Precio pactado: Es el precio convenido entre las partes para una operación de compra-venta

- Precio máximo: Es el precio más alto que registró una acción en una sesión de operaciones en la Bolsa

- Precio mínimo: Es el precio más bajo que tuvo una acción en una sesión de operaciones de la Bolsa.

- Precio de apertura: Es el precio con el que un valor inicia sus transacciones en una sesión bursátil.

- Precio de cierre: Es el precio con el que cerró un instrumento determinado en un día en que se realizaron transacciones con él. En caso de que no haya habido transacciones se tomará el precio del día anterior.

Para el análisis de los portafolios de inversión, el precio de cierre es el que se ocupa para determinar los rendimientos de los activos que compondrán el portafolio, pues es éste precio el que determina si hubo una ganancia o una pérdida respecto al precio de cierre anterior.

Precio de cierre actual

Precio de cierre anterior

$$r_i = \frac{P_1 - P_0}{P_0}$$

Precio de cierre anterior

## 2.2 Mercado de deuda

El Gobierno Federal, los gobiernos estatales o locales y las empresas paraestatales o privadas pueden necesitar financiamiento, ya sea para realizar un proyecto de inversión o para mantener sus propias actividades. Estas entidades pueden conseguir los recursos a través de un préstamo; solicitando un crédito a un banco o a través de la emisión de un instrumento de deuda. El mercado de deuda es la infraestructura donde se emiten y negocian los instrumentos de deuda. El mercado de deuda también se conoce con otros nombres dependiendo del tipo de instrumentos de deuda negociado. Por ejemplo, si en el mercado se negocian principalmente instrumentos de deuda que pagan una tasa fija entonces se denomina mercado de renta fija. (Aranday, 2018)

Los Bonos de gobierno, son instrumentos emitidos para financiar gastos de escuelas, construcción o mantenimiento de carreteras, un rasgo importante de éstos bonos es que sus pagos de intereses están exentos de impuestos (Mishkin, 2014)

Los instrumentos de deuda[4], tienen tres características que los distinguen de otras categorías de inversión. Proporcionan un rendimiento predeterminado sobre un valor predeterminado a un plazo predeterminado. (Heyman, Inversión en la Golbalización, 1998)

Estas características se derivan del hecho de que un instrumento de deuda es un préstamo que el prestamista (inversionista) hace al emisor del instrumento. El inversionista presta un monto de dinero durante un plazo convenido, y recibe a cambio un rendimiento previamente pactado

Un bono es un préstamo de dinero que se le hace a una empresa o gobierno: recibiendo en compensación por el préstamo, una serie de pagos adicionales o cupones en concepto de interés, (Dumrauf, 2015).

[4] Se llaman también instrumentos de renta fija, para distinguirlos de instrumentos de renta variable, porque históricamente los instrumentos de deuda proporcionaban intereses fijos mientras que las acciones otorgaban rendimientos variables. Actualmente hay instrumentos de deuda que proporcionan tasas de interés variables, por ello es más preciso hablar de instrumentos de deuda.

### 2.2.1 Elementos principales de los bonos

Cualquier instrumento de deuda tiene ciertos elementos comunes. Estos se derivan del hecho de que los instrumentos de deuda representan un préstamo del inversionista al prestatario (o emisor)

Los instrumentos del mercado de deuda, comúnmente, se clasifican, según:

- Su cotización: Se refiere a la forma en la que se hacen públicos los precios de los títulos. Los instrumentos se dividen en los que se cotizan a descuento y los que se cotizan a precio. Los valores a descuento no pagan intereses periódicamente, es decir, que no pagan cupones. Los valores que se cotizan a precio pagan cupones.
- Su colocación: Hay dos maneras de ofrecer instrumentos de deuda al público inversionista:
    - Mediante colocación pública: La oferta de instrumentos se realiza por medio de algún medio masivo de comunicación. Con esta modalidad la asignación se puede realizar ya sea por medio de una subasta o, si ya se tiene una lista de clientes, se negocia la venta antes de su colocación.
    - Mediante colocación privada: Por lo general, ésta oferta va dirigida a una persona o a un grupo de inversionistas determinado. Sin embargo, también puede tener una lista de asignación previa, la diferencia radica, en que no se hace del conocimiento de todos los participantes del mercado

- El tipo de tasa: Se refiere a los intereses previamente pactados que pagará el instrumento de deuda. Éstos pueden ser a tasa de interés fija y tasa de interés variable o tasa de interés indizada (ligada a la inflación o al tipo de cambio). Los valores a tasa fija pagan una tasa de interés que se mantiene sin cambio durante toda la vida del instrumento. Cuando los valores pagan una tasa variable, la tasa de interés cambia periódicamente y, finalmente, cuando pagan una tasa de interés indizada, ésta cambia, de acuerdo con la referencia a la que se haya indizado.

- El riesgo del emisor: La capacidad de pago del emisor puede ser un criterio de clasificación de los instrumentos de deuda. Normalmente, las agencias calificadoras asignan una calificación a los emisores de los instrumentos de deuda de acuerdo con su capacidad de pago.

En el cuadro 2.1 se presenta la clasificación de los instrumentos del mercado de deuda en México por tipo de emisor.

**Cuadro 2.1 Clasificación de instrumentos de deuda en México**

| | |
|---|---|
| Gobierno Federal | Certificados de la Tesorería (cetes)<br>Bonos de Desarrollo (Bondes)<br>Bonos M<br>Bonos denominados en UDIs (Udibonos) |
| Instituto para la Protección al Ahorro Bancario | Bonos IPAB (BPA, y BPAT y BPA182) |
| Banco de México | Bonos de Regulación Monetaria (BREM) |
| Empresas paraestatales e instituciones públicas | Certificados bursátiles y bonos |
| Banca comercial | Aceptaciones bancarias<br>Certificados de depósito<br>Bonos bancarios<br>Certificados bursátiles<br>Obligaciones bancarias y pagarés |
| Empresas privadas | Papel comercial<br>Obligaciones Privadas<br>Certificados de Participación Ordinaria (CPO y CPI)<br>Pagarés<br>Certificados bursátiles |
| Gobiernos estatales y municipales | Certificados bursátiles |

Fuente: Banco de México

## Certificados de la Tesorería de la Federación (CETES)

Son títulos de crédito al portador, los cuales se negocian bajo par y el Gobierno Federal se obliga a liquidar su valor nominal a la fecha de vencimiento. Los CETES son emitidos por conducto de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP). El agente financiero intermediario para su colocación y amortización es el Banco de México.

Objetivo: financiamiento del Gobierno Federal, regulación monetaria y de tasas de interés.

Garantía: Respaldo del Gobierno Federal

Plazo: 28, 91, 182, y 364 días

Valor nominal: $10.00

BONDES

Los BONDES (Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal) son instrumentos, por medio de los cuales el gobierno federal obtiene financiamiento a largo plazo y regula la oferta monetaria, así como las tasas de interés. La primera emisión se realizó el 15 de octubre de 1987 y, desde entonces, a consecuencia de sus características, se han convertido en un importante instrumento de captación de inversión en el mercado.

UDIBONOS

Los Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal denominados en unidades de Inversión, son instrumentos de inversión que protegen al tenedor ante cambios inesperados en la tasa de inflación. Los udibonos se colocan a largo plazo y pagan intereses cada seis meses en función de una tasa de interés real fija que se determina en la fecha de emisión del título, su valor nominal es de 100 UDIs (unidades de inversión), y se puede emitir a cualquier plazo, siempre y cuando éste sea múltiplo de 182 días.

BONOS IPAB

Los bonos IPAB son instrumentos de protección al ahorro bancario a largo plazo, es decir, bonos emitidos por el Instituto para la Protección del Ahorro Bancario que son colocados por el Banco de México.

Descripción de los títulos:

Nombre: Bonos de protección al ahorro (BPA)

Valor nominal: 100 pesos

Plazo: se pueden emitir a cualquier plazo, siempre y cuando sea múltiplo de 28 días, no obstante, hasta la fecha estos títulos se han emitido a plazos de 3 y 5 años.

## 2.3 Parámetros de las inversiones

1. Liquidez
2. Rendimiento
3. Riesgo

Los instrumentos de inversión considerados para la construcción del portafolio de inversión, son las acciones de las emisoras[5] que cotizan en la Bolsa Mexicana de valores, y que se encuentran listadas en el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC)

[5] Las emisoras, son instituciones gubernamentales y empresas, tanto paraestatales como privadas, que ponen en circulación títulos con el fin de obtener recursos para su funcionamiento.

La siguiente tabla muestra las empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores, y que forman parte del índice de precios y cotizaciones (IPC) a partir de las cuales se hará la selección de las que formarán el portafolio.

Tabla 2.1 Emisoras listadas en el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC)

| EMISORA | |
|---|---|
| 1. Alfa SA A | ALFA A |
| 2. Alpek S.A.B. de C.V. | ALPEK A |
| 3. Alsea SA | ALSEA * |
| 4. America Movil SAB de CV L | AMX L |
| 5. Arca Continental, SAB de CV | AC * |
| 6. Banco del Bajio, S.A. | BBAJIO O |
| 7. Banco Santander México B | BSMX B |
| 8. Becle, S.A. De C.V. | CUERVO * |
| 9. Bolsa Mexicana de Valores SA de CV | BOLSA A |
| 10. Cemex SA CPO | CEMEX CPO |
| 11. Coca-Cola Femsa SAB de CV L | KOF L |
| 12. El Puerto de Liverpool SAB de CV | LIVEPOL C-1 |
| 13. Fomento Económico Mexicano S.A.B. de C.V. | FEMSA UBD |
| 14. Genomma Lab Internacional SA de CV | LAB B |
| 15. Gentera SAB de CV | GENTERA * |
| 16. Gruma SAB B | GRUMA B |
| 17. Grupo Aeroportuario del Centro Norte, S.A.B. de C.V. | OMA B |
| 18. Grupo Aeroportuario del Pacifico, S.A.B. de C.V. | GAP B |
| 19. Grupo Aeroportuario del Sureste SAB de CV B | ASUR B |
| 20. Grupo Bimbo S.A.B. | BIMBO A |
| 21. Grupo Carso SAB de CV | GCARSO A1 |
| 22. Grupo Cementos de Chihuahua SAB de CV | GCC * |
| 23. Grupo Elektra S.A.B. de C.V. | ELEKTRA * |
| 24. Grupo Financiero Banorte O | GFNORTE O |

| | |
|---|---|
| 25. Grupo Financiero Inbursa O | GFINBUR O |
| 26. Grupo México SAB de CV B | GMEXICO B |
| 27. Grupo Televisa SAB CPO | TLEVISA CPO |
| 28. Industrias Penoles | PE&OLES * |
| 29. Infraestructura Energética Nova S.A.B. de C.V. | IENOVA * |
| 30. Kimberly Clark de México S.A.B. de C.V. A | KIMBER A |
| 31. Megacable Holdings SAB de CV | MEGA CPO |
| 32. Mexichem SAB de CV | MEXCHEM * |
| 33. Promotora y Operadora de Infraestructura SAB de CV | PINFRA * |
| 34. Regional, S.A. de C.V. | R A |
| 35. Wal-Mart de México SAB de CV | WALMEX * |

Fuente: Bolsa Mexicana de Valores (2018)

### 2.3.1 Liquidez

Cuando un activo es poco líquido significa que no se negocia de manera frecuente. Si necesitamos vender de forma urgente un activo poco líquido (un bono u otro activo). Al no existir un mercado líquido, habrá muy pocos compradores dispuestos a adquirir ese activo. Por lo que probablemente se tenga que bajar el precio del activo para poder atraer a los compradores interesados y venderles el activo. Al final, es probable que tengamos que vender ese activo por debajo del precio de mercado. Si por el contrario el activo fuera muy líquido, como las acciones de un gran índice bursátil, podemos vender muchas acciones sin miedo a que el precio baje.[6]

Tomando en cuenta este primer criterio en la selección de los activos. se tuvieron que descartar a siete emisoras que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores y listadas en el IPC debido a que sus acciones son poco líquidas.

[6] Obtenido de https://economipedia.com

Las emisoras que se descartaron fueron las siguientes:

Tabla 2.2 Emisoras con poca liquidez

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | Alpek | 5 | Grupo Cementos de Chihuahua |
| 2 | Banco del Bajio, S.A | 6 | Promotora y operadora de infraestructura SAB de CV |
| 3 | Banco Santander | 7 | Regional S.A de C.V |
| 4 | Becle S.A de C.V | | |

Fuente: Elaboración propia

### 2.3.2 Rendimiento de las acciones

El segundo criterio de selección de las acciones candidatas de inversión es el rendimiento esperado. Sólo se consideran las 15 emisoras con el rendimiento más alto.

Para el desarrollo de la teoría de Markowitz partimos del supuesto de que los rendimientos futuros tendrán un comportamiento similar al de los rendimientos pasados de una acción.

Como se mostró en el capítulo uno, el rendimiento esperado de una inversión, son las ganancias que se esperan de invertir en dicho activo, y éstas se puede calcular mediante las ecuaciones 1.1 o 1.2 presentadas en el capítulo 1.

$$r_i = \frac{P_1 - P_0}{P_0}$$

Ecuación 1.1

$$r_i = \ln(\frac{p_t}{p_{t-1}})$$

Ecuación 1.2

Para la construcción del portafolio de inversión, los rendimientos se calculan mediante la ecuación 1.1

De acuerdo al análisis de Markowitz, es conveniente asumir que cada observación es igualmente probable $(\frac{1}{T})$ por ello la suma de los rendimientos se divide entre $T$, donde $T$ es el número total de observaciones.

$$\bar{r}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_{it} \qquad \text{Ecuación 1.3}$$

Empleando las ecuaciones 1.1 y 1.3 del capítulo uno obtenemos los rendimientos esperados de cada uno de los activos restantes, cuyos resultados se muestran en la tabla 2.3

:

Tabla 2.3 Rendimiento Esperado de Emisoras listadas en el Índice de Precios y Cotizaciones

| | EMISORA | RENDIMIENTO ESPERADO |
|---|---|---|
| 1 | Gruma | 0.160330% |
| 2 | Grupo Aeroportuario del centro norte | 0.096458% |
| 3 | Grupo aeroportuario del pacífico | 0.087671% |
| 4 | Alsea | 0.081415% |
| 5 | Megacable | 0.081334% |
| 6 | Grupo aeroportuario del sureste | 0.079893% |
| 7 | Elektra | 0.041200% |
| 8 | Grupo México | 0.039248% |
| 9 | Femsa | 0.036401% |
| 10 | Arca Continental | 0.034382% |
| 11 | Cemex | 0.033002% |
| 12 | Grupo Bimbo | 0.032828% |
| 13 | Banorte | 0.030981% |
| 14 | America Movil | 0.022516% |
| 15 | Wal-Mart de México | 0.021174% |
| 16 | Grupo Carso | 0.017247% |
| 17 | Televisa | 0.014757% |
| 18 | Bolsa Mexicana de Valores | 0.014225% |
| 19 | Kimberly Clark | 0.012873% |
| 20 | Genomma Lab | 0.009094% |
| 21 | Gentera | 0.005323% |
| 22 | Liverpool | 0.005069% |
| 23 | Inbursa | -0.002539% |
| 24 | Alfa A | -0.007278% |
| 25 | Peñoles | -0.009301% |
| 26 | Coca-Cola | -0.019066% |
| 27 | Mexichem | -0.021124% |

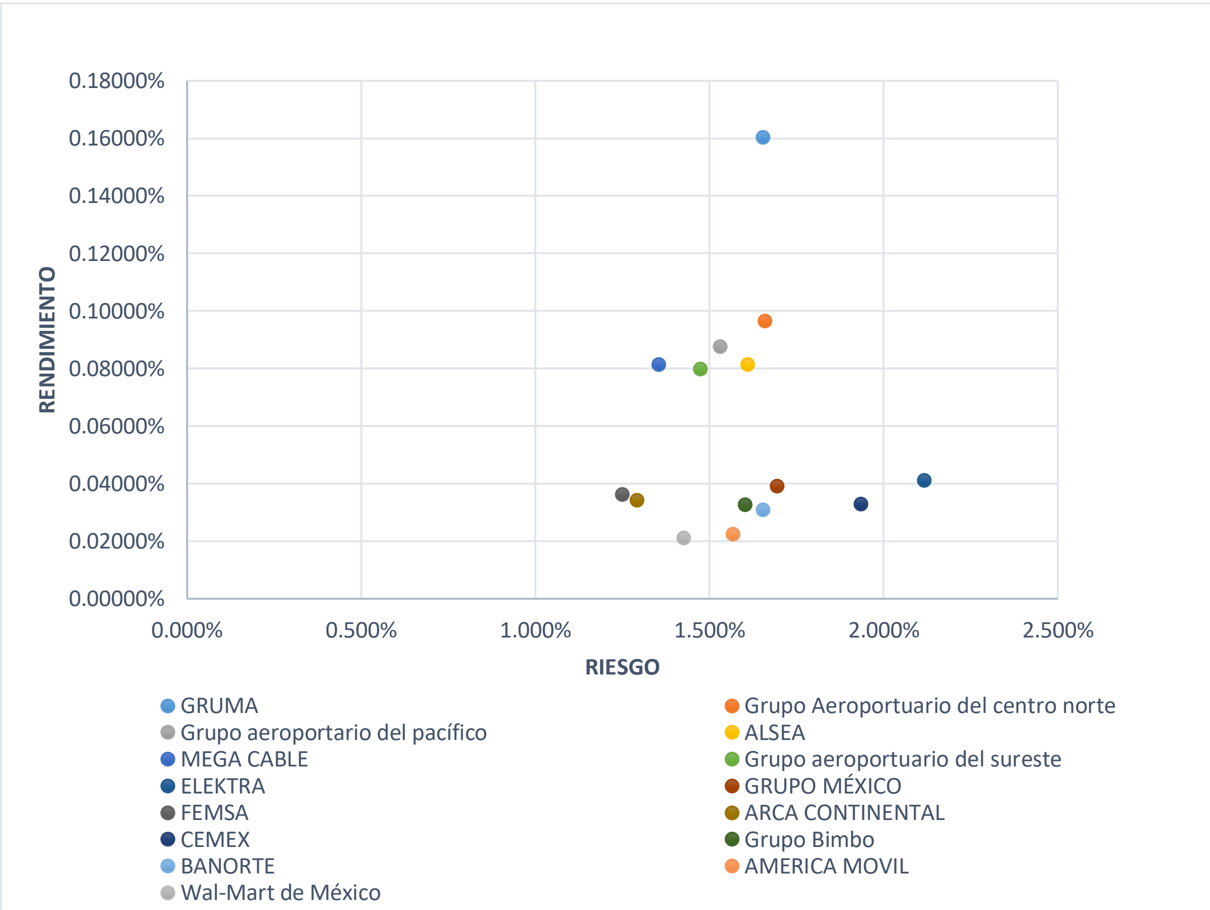
Fuente: elaboración propia

Uno de los parámetros más importantes que un inversionista toma en cuenta, son las ganancias que puede obtener de dicha inversión. siempre buscará invertir en activos que le proporcionen las mejores tasas de rendimiento. Para el análisis de este portafolio sólo seleccionamos las 15 emisoras con los rendimientos más altos. Sin embargo, otro elemento de las inversiones es el riesgo que implica cada una de ellas el cuál debe ser conocido para tratar de evitarlo o reducirlo.

### 2.3.3 Riesgo de las acciones

El grado de riesgo que representa cada una de las acciones seleccionada cuando se analizan de forma individual se muestra en la figura 2.2

FIGURA 2.2 Combinaciones de riesgo-rendimiento individual de los activos periodo 2013-2018




Fuente: Elaboración propia

Como se observa en la imagen 2.1 cuando se analizan los activos de forma individual pueden mostrar un elevado riesgo, sin embargo, con la diversificación de Markowitz se puede reducir el nivel de riesgo sin sacrificar el rendimiento. Esto mediante la combinación de activos que tengan una correlación baja, es decir, empresas de diferentes sectores, pues como se explicó y demostró en el capítulo uno, una cartera con 60 valores ferroviarios, por ejemplo, no estaría tan bien diversificada como una cartera del mismo tamaño, pero con algunos valores ferroviarios, algunos de minería, algunos de manufactura, etc. La razón es que generalmente es más probable que las empresas dentro de la misma rama industrial lo hagan mal al mismo tiempo, que empresas en ramas de industrias diferentes

Aunque uno de los objetivos es tratar de reducir el riesgo de las inversiones. Cuando se trata de portafolios de inversión, no consideramos el riesgo que representa cada uno de los activos de forma individual, sino el riesgo que representa el portafolio del conjunto de activos incluidos. Y uno de los elementos más importantes que determina el nivel de riesgo del portafolio, es el grado de correlación que existe entre dichos activos.

Por ello, nos enfocamos en buscar los pares de activos que tengan el menor grado de correlación entre las opciones disponibles.

La matriz de correlación representa el grado de asociación entre 2 activos, ahora se construye la matriz de correlación para identificar las emisoras con el menor grado de correlación para que formen parte del portafolio de inversión

## 2.3.4 Correlación entre las acciones

Para conocer el grado de correlación que existe entre los rendimientos de las acciones, primero se genera la matriz de covarianzas mediante la ecuación 1.10 mostrada en el capítulo 1.

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T}(r_{it} - \overline{r_i})\left(r_{jt} - \overline{r_j}\right) \qquad \text{Ecuación 1.10}$$

Tabla 2.4 Matriz de Covarianzas de las 15 emisoras con el rendimiento más alto

| | GRUMA | Grupo Aeroportuario del centro | Grupo aeroportuario del pacífico | ALSEA | MEGA CABLE | Grupo aeroportuario del sureste | ELEKTRA | GRUPO MÉXICO | FEMSA | ARCA CONTINENTAL | CEMEX | Grupo Bimbo | BANORTE | AMERICA MOVIL | Wal-Mart de México |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **GRUMA** | **0.00027** | | | | | | | | | | | | | | |
| **Grupo Aeroportuario del centro norte** | **4E-05** | **3E-04** | | | | | | | | | | | | | |
| **Grupo aeroportuario del pacífico** | **3.3E-05** | **8E-05** | **2E-04** | | | | | | | | | | | | |
| **ALSEA** | **4.5E-05** | **7E-05** | **5E-05** | **0.0003** | | | | | | | | | | | |
| **MEGA CABLE** | **2.2E-05** | **3E-05** | **2E-05** | **2E-05** | **0.0002** | | | | | | | | | | |
| **Grupo aeroportuario del sureste** | **3.5E-05** | **7E-05** | **1E-04** | **6E-05** | **1E-05** | **0.0002** | | | | | | | | | |
| **ELEKTRA** | **2.4E-05** | **3E-05** | **4E-05** | **4E-05** | **1E-05** | **5E-05** | **0.0004** | | | | | | | | |
| **GRUPO MÉXICO** | **4E-05** | **5E-05** | **6E-05** | **6E-05** | **2E-05** | **6E-05** | **3E-05** | **0.0003** | | | | | | | |
| **FEMSA** | **3.2E-05** | **5E-05** | **5E-05** | **5E-05** | **1E-05** | **6E-05** | **3E-05** | **5E-05** | **0.0002** | | | | | | |
| **ARCA CONTINENTAL** | **2.7E-05** | **5E-05** | **4E-05** | **5E-05** | **1E-05** | **4E-05** | **3E-05** | **4E-05** | **4E-05** | **0.0002** | | | | | |
| **CEMEX** | **4.5E-05** | **6E-05** | **6E-05** | **7E-05** | **4E-05** | **6E-05** | **4E-05** | **0.0001** | **6E-05** | **5E-05** | **4E-04** | | | | |
| **Grupo Bimbo** | **6.1E-05** | **6E-05** | **7E-05** | **8E-05** | **2E-05** | **7E-05** | **5E-05** | **9E-05** | **6E-05** | **6E-05** | **7E-05** | **3E-04** | | | |
| **BANORTE** | **4.3E-05** | **6E-05** | **6E-05** | **9E-05** | **2E-05** | **6E-05** | **4E-05** | **7E-05** | **7E-05** | **5E-05** | **9E-05** | **9E-05** | **3E-04** | | |
| **AMERICA MOVIL** | **2E-05** | **4E-05** | **4E-05** | **4E-05** | **1E-05** | **4E-05** | **2E-05** | **5E-05** | **4E-05** | **3E-05** | **7E-05** | **6E-05** | **4E-05** | **2E-04** | |
| **Wal-Mart de México** | **3.1E-05** | **3E-05** | **4E-05** | **6E-05** | **2E-05** | **4E-05** | **3E-05** | **5E-05** | **5E-05** | **4E-05** | **5E-05** | **7E-05** | **6E-05** | **4E-05** | **2E-04** |

Fuente: Elaboración propia

La matriz anterior muestra la covarianza entre los 15 activos, a partir de dicha matriz se calcula la matriz de correlación para identificar los activos con la correlación más baja.

La siguiente ecuación es equivalente a la ecuación 1.11 del capítulo 1, la cual muestra el grado de asociación entre las emisoras. Aplicando dicha ecuación a cada uno de los elementos de la matriz de covarianzas, se puede obtener la matriz de correlación

$$P_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \qquad \text{Ecuación 1.11}$$

$$-1 \leq p_{xy} \leq +1$$

Tabla 2.5 Matriz de Correlación de las 15 emisoras con el rendimiento más alto

| | GRUMA | Grupo Aeroportuario del centro | Grupo aeroportuario del pacífico | ALSEA | MEGA CABLE | Grupo aeroportuario del sureste | ELEKTRA | GRUPO MÉXICO | FEMSA | ARCA CONTINENT | CEMEX | Grupo Bimbo | BANORTE | AMERICA MOVIL | Wal-Mart |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| GRUMA | 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| Grupo Aeroportuario del centro norte | 0.146 | 1 | | | | | | | | | | | | | |
| Grupo aeroportuario del pacífico | 0.13 | 0.33 | 1 | | | | | | | | | | | | |
| ALSEA | 0.169 | 0.26 | 0.219 | 1 | | | | | | | | | | | |
| MEGACABLE | 0.097 | 0.12 | 0.091 | 0.11 | 1 | | | | | | | | | | |
| Grupo aeroportuario del sureste | 0.145 | 0.3 | 0.472 | 0.25 | 0.05 | 1 | | | | | | | | | |
| ELEKTRA | 0.068 | 0.09 | 0.125 | 0.13 | 0.03 | 0.151 | 1 | | | | | | | | |
| GRUPO MÉXICO | 0.144 | 0.17 | 0.223 | 0.2 | 0.09 | 0.229 | 0.09 | 1 | | | | | | | |
| FEMSA | 0.154 | 0.24 | 0.273 | 0.27 | 0.08 | 0.329 | 0.11 | 0.24 | 1 | | | | | | |
| ARCA CONTINENTAL | 0.128 | 0.22 | 0.215 | 0.22 | 0.08 | 0.192 | 0.12 | 0.2 | 0.28 | 1 | | | | | |
| CEMEX | 0.139 | 0.2 | 0.203 | 0.24 | 0.15 | 0.212 | 0.1 | 0.36 | 0.25 | 0.19 | 1 | | | | |
| Grupo Bimbo | 0.229 | 0.21 | 0.279 | 0.3 | 0.11 | 0.293 | 0.15 | 0.33 | 0.28 | 0.31 | 0.2 | 1 | | | |
| BANORTE | 0.157 | 0.23 | 0.234 | 0.33 | 0.1 | 0.252 | 0.11 | 0.24 | 0.35 | 0.24 | 0.3 | 0.3 | 1 | | |
| AMERICA MOVIL | 0.077 | 0.17 | 0.165 | 0.17 | 0.05 | 0.176 | 0.07 | 0.19 | 0.2 | 0.16 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 1 | |
| Wal-Mart de México | 0.133 | 0.12 | 0.175 | 0.26 | 0.1 | 0.178 | 0.1 | 0.22 | 0.3 | 0.23 | 0.2 | 0.3 | 0.3 | 0.2 | 1 |

Fuente: Elaboración propia

La correlación entre los activos marcada en azul, representan los nueve niveles de correlación más baja entre los activos

.

Los activos que tienen la correlación más baja de acuerdo a la matriz de correlación son:

Tabla 2.6 emisoras con los 9 niveles más bajos de correlación

| | |
|---|---|
| *América móvil*<br>*Gruma* | 0.076932 |
| *Elektra*<br>*Gruma* | 0.068024 |
| *Megacable*<br>*Grupo Aeroportuario del Sureste* | 0.049812 |
| *Elektra*<br>*Megacable* | 0.033687 |
| *Grupo México*<br>*Megacable* | 0.088547 |
| *FEMSA*<br>*Megacable* | 0.078466 |
| *Arca continental*<br>*Megacable* | 0.075080 |
| *America Móvil*<br>*Megacable* | 0.047304 |
| *Grupo México*<br>*Elektra* | 0.086430 |
| *América Movil*<br>*Elektra* | 0.073473 |

Fuente: Elaboración propia

Aunque se han buscado activos con el menor grado de correlación, ningún par tiene una correlación negativa, el riesgo del portafolio entonces no reducirá lo suficiente.

Se determina que los activos candidatos considerados en el portafolio de inversión por el bajo grado de correlación son los que corresponden a las siguientes emisoras:

Tabla 2.7 Emisoras que integran el portafolio de inversión

| | |
|---|---|
| 1 | Gruma |
| 2 | Grupo Aeroportuario del sureste |
| 3 | Megacable |
| 4 | Elektra |
| 5 | Grupo México |
| 6 | Femsa |
| 7 | Arca continental |
| 8 | America Móvil |

Fuente: Elaboración propia

### 2.3.5 Descripción de las emisoras seleccionadas

Empresa mexicana de la industria alimentaria. Es un actor importante en la producción de harina de maíz y tortillas, así como en la categoría de harina de trigo y productos derivados

Fecha de constitución 24/12/1971
Ingresó a la bolsa 16/04/1991

Sus inversiones están enfocadas en consolidar aeropuertos eficientes y atractivos con una excelencia en el servicio. Opera aeropuertos en seis estados de la república y uno fuera de México

Fecha de constitución 01/04/1998
Ingresó a la bolsa 28/09/2000

Compañía minera más grande de México y la tercera productora de cobre más grande del mundo. Ferrocarril Mexicano (ferromex), la división de transporte ferroviario de la compañía opera la flota ferroviaria más grande de la nación

Fecha de constitución 02/09/1999
Ingresó a la bolsa 12/10/2000

Megacable Holdings S. A. B. de C.V., o Megacable Comunicaciones, dedicada a la comercialización de televisión por cable, servicio de internet y telefonía.

Fecha de constitución 09/09/2004
Ingresó a la bolsa 07/11/2007

Grupo Elektra S.A.B. de C.V. es la compañía de servicios financieros y de comercio especializado líder en América Latina y el mayor proveedor de préstamos no bancarios de corto plazo en Estados Unidos.

Fecha de constitución 30/12/1959
Ingresó a la bolsa 10/12/1991

Fomento Económico Mexicano S.A.B. de C.V., conocida comúnmente como FEMSA, es una empresa multinacional mexicana que participa en la industria de las bebidas, y en el sector comercial y de restaurantes. Tiene su sede en Monterrey, Nuevo León, México y opera en 10 países de Latinoamérica y en Filipinas. Es el embotellador más grande del sistema Coca-Cola en el mundo

Fecha de constitución 12/05/1936
Ingresó a la bolsa 19/09/1978

Arca Continental es la segunda embotelladora de Coca-Cola más grande de América Latina y una de las más importantes del mundo. Arca Continental es una empresa dedicada a la producción, distribución y venta de bebidas no alcohólicas de las marcas propiedad de The Coca-Cola Company, así como botanas saladas bajo las marcas Bokados en México, Inalecsa en Ecuador y Wise y Deep River en los Estados Unidos.

Fecha de constitución 24/09/1980
Ingresó a la bolsa 13/12/2001

América Móvil es la empresa líder en servicios integrados de telecomunicaciones en Latinoamérica. Excluyendo China y la India, es la más grande a nivel mundial en términos de suscriptores móviles.

Fecha de constitución 25/09/2000
Ingresó a la bolsa 07/02/2001

Una vez identificadas a las empresas que formarán parte del portafolio, se puede constatar que pertenecen a diferentes sectores o ramas industriales, factor que ayuda a la reducción del riesgo del portafolio.

Como se puede observar a continuación en la figura 2.2 las empresas seleccionadas pertenecen a diferentes sectores.

FIGURA 2.3 Clasificación de las emisoras seleccionadas

| | Sector | Sub-sector |
|---|---|---|
| gruma | Productos de consumo frecuente | Alimentos, bebidas y tabaco |
| ASUR AEROPUERTOS DEL SURESTE | Industrial | Transportes |
| GRUPOMEXICO | Materiales | Materiales |
| MEGACABLE | Servicios de telecomunicaciones | Medios de comunicación |
| elektra | Servicios y bienes de consumo no básico | Venta al por menor |
| FEMSA | Productos de consumo frecuente | Alimentos, bebidas y tabaco |
| ARCACONTINENTAL | Productos de consumo frecuente | Alimentos, bebidas y tabaco |
| américa móvil | Servicios de telecomunicaciones | Servicios de telecomunicaciones |

Fuente: Elaboración propia

## 2.4 Retorno y riesgo de los activos seleccionados

El retorno esperado y riesgo de cada uno de los activos seleccionados que integran el portafolio se muestra a continuación

Tabla 2.8 Combinación riesgo-rendimiento de las emisoras seleccionadas

| | RELACIÓN RIESGO-RENDIMIENTO DE LOS ACTIVOS QUE COMPONEN EL PORTAFOLIO | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| EMISORAS | América Móvil | Arca Continental | FEMSA | Gruma | Grupo aeroportuario del Sureste | Elektra | Grupo México | Mega Cable |
| RENDIMIENTO | 0.0225% | 0.0344% | 0.0364% | 0.160458% | 0.079957% | 0.0412% | 0.0393% | 0.0814% |
| RIESGO | 1.5674% | 1.2908% | 1.2490% | 1.652% | 1.474% | 2.1160% | 1.6928% | 1.3529% |

Fuente: Elaboración propia

Y para dichos activos resulta la siguiente matriz de varianza-covarianza:

Tabla 2.9 Matriz de varianza-covarianza de las emisoras seleccionadas

| | AMERICA MOVIL | ARCA CONTINENTAL | FEMSA | Gruma | Grupo aeroportuario del Sureste | ELEKTRA | GRUPO MÉXICO | MEGA CABLE |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| AMERICA MOVIL | 0.000245679 | 3.15873E-05 | 3.85964E-05 | 1.9925E-05 | 4.05784E-05 | 2.43684E- | 4.93082E- | 1.00308E- |
| ARCA CONTINENTAL | 3.15873E-05 | 0.00016660 | 4.47602E-05 | 2.73342E-05 | 3.65566E-05 | 3.27025E- | 4.3322E- | 1.31107E- |
| FEMSA | 3.85964E-05 | 4.47602E-05 | 0.000156 | 3.17109E-05 | 6.05169E-05 | 3.00665E- | 5.16225E- | 1.32587E- |
| Gruma | 1.9925E-05 | 2.73342E-05 | 3.17109E-05 | 0.00027303 | 3.52559E-05 | 2.37841E- | 4.01894E- | 2.16431E- |
| Grupo aeroportuario del Sureste | 4.05784E-05 | 3.65566E-05 | 6.05169E-05 | 3.52559E-05 | 0.00021718 | 4.71069E- | 5.70404E- | 9.93132E- |
| ELEKTRA | 2.43684E-05 | 3.27025E-05 | 3.00665E-05 | 2.37841E-05 | 4.71069E-05 | 0.0004477 | 3.09583E- | 9.64353E- |
| GRUPO MÉXICO | 4.93082E-05 | 4.3322E-05 | 5.16225E-05 | 4.01894E-05 | 5.70404E-05 | 3.09583E- | 0.0002865 | 2.02783E- |
| MEGA CABLE | 1.00308E-05 | 1.31107E-05 | 1.32587E-05 | 2.16431E-05 | 9.93132E-06 | 9.64353E- | 2.02783E- | 0.0001830 |

Fuente: Elaboración Propia

2.5 Proporciones que minimizan el riesgo

Al determinar los activos que compondrán el portafolio se deben estimar las cantidades a invertir que minimicen el riesgo.

El riesgo que se asume en un portafolio depende de la aversión al riesgo que tenga el inversionista. Sin embargo, la economía asume que todo inversor debe ser averso al riesgo, por ello el problema involucra encontrar las cantidades que minimicen el riesgo del portafolio.

Sujeta a las siguientes dos restricciones matemáticas

$$Minimizar\ \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij} \qquad \text{Ecuación 1.13}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij} \qquad \text{Ecuación 1.13-a}$$

.

La primera restricción sobre la ecuación (1.13) para minimizar el riesgo requiere que se tenga un nivel de retorno esperado como objetivo, $E(r_p)$, Ésta restricción permite que la ecuación 1.13 no sea violada. (Sarkis J, 1983)

$$\sum_{i=1}^{n} w_i\, E(r_i) = E(r_p) \qquad \text{Ecuación 1.7}$$

La segunda restricción para la ecuación (1.13) que minimiza el riesgo es que la sumatoria de las cantidades a invertir sea igual a 1.

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \qquad \text{Ecuación 1.8}$$

### 2.5.1 Ventas en corto

Para este planteamiento son permitidos, la venta en corto se refiere a la venta de uno o varios títulos de los cuales no se es propietario.

Lo habitual es que un inversor compre un título cuando estima que su cotización incrementará en el futuro, con la esperanza de venderlo en ese momento y obtener una ganancia. Sin embargo, existe a veces la expectativa de que baje la cotización de un determinado título en un futuro. En ese caso el inversor, si posee el título querrá venderlo ahora y probablemente recomprarlo después. Pero si el inversor no posee el título, igualmente puede intentar obtener un beneficio de la información que posee, sin embargo, tendría que tomar prestada esa acción para venderla en el mercado al precio actual y recomprarla en el futuro a un precio más bajo para devolver la acción al prestamista y ganar la diferencia. (Messuti, 2003)

## 2.6 Portafolio de mínimo riesgo

Tabla 2.10 Matriz de varianza-covarianza de las emisoras seleccionadas para obtener el portafolio de mínimo riesgo

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.000245 | 3.158E-05 | 3.8E-05 | 1.992E-05 | 4.05E-05 | 2.436E-05 | 4.930E-05 | 1.003E-05 | 1 | $w_1$ | | 0 |
| 3.158E-05 | 0.000166 | 4.4E-05 | 2.733E-05 | 3.65E-05 | 3.270E-05 | 4.33E-05 | 1.311E-05 | 1 | $w_2$ | | 0 |
| 3.859E-05 | 4.47E-05 | 0.00015 | 3.171E-05 | 6.05E-05 | 3.006E-05 | 5.162E-05 | 1.325E-05 | 1 | $w_3$ | | 0 |
| 1.99E-05 | 2.73E-05 | 3.1E-05 | 0.00027 | 3.52E-05 | 2.378E-05 | 4.018E-05 | 2.164E-05 | 1 | $w_4$ | | 0 |
| 4.057E-05 | 3.65E-05 | 6.05169E-05 | 3.5E-05 | 0.00021 | 4.710E-05 | 5.704E-05 | 9.931E-06 | 1 | $w_5$ | = | 0 |
| 2.436E-05 | 3.27E-05 | 3.0E-05 | 2.3E-05 | 4.7E-05 | 0.00044 | 3.09E-05 | 9.643E-06 | 1 | $w_6$ | | 0 |
| 4.930E-05 | 4.33E-05 | 5.1E-05 | 4.0E-05 | 5.7E-05 | 3.0E-05 | 0.00028 | 2.027E-05 | 1 | $w_7$ | | 0 |
| 1.003E-05 | 1.311E-05 | 1.3E-05 | 2.E-05 | 9.E-06 | 9.E-06 | 2.E-05 | 0.0001 | 1 | $w_8$ | | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | $-\lambda$ | | 1 |

Fuente: Elaboración propia

Resolviendo este sistema de ecuaciones lineales mediante la matriz inversa se obtiene la siguiente matriz con el vector de solución.

Tabla 2.11 Matriz inversa de la matriz de varianza-covarianza

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| AMERICA MOVIL | 4135.56 | -805.72 | -954.07 | -309.525 | -636.019 | -231.078 | -596.760 | -602.38 | 11.93% |
| ARCA CONTINENTAL | -805.72 | 6249.96 | -1867.3 | -661.190 | -728.831 | -489.680 | -710.251 | -986.91 | 17.22% |
| FEMSA | -954.07 | -1867.3 | 7486.75 | -708.425 | -1840.97 | -346.72 | -871.776 | -897.40 | 15.36% |
| Gruma | -309.52 | -661.1 | -708.42 | 3655.14 | -524.218 | -218.476 | -419.205 | -814.10 | 10.688% |
| Grupo aeroportuario del sureste | -636.01 | -728.83 | -1840.9 | -524.21 | 5309.03 | -474.647 | -681.484 | -422.86 | 9.476% |
| ELEKTRA | -231.07 | -489.68 | -346.72 | -218.47 | -474.64 | 2238.23 | -144.18 | -333.44 | 6.515% |
| GRUPO MÉXICO | -596.76 | -710.25 | -871.77 | -419.20 | -681.48 | -144.1 | 3912.3 | -488.73 | 5.420% |
| MEGA CABLE | -602.38 | -986.91 | -897.40 | -814.102 | -422.863 | -333.44 | -488.731 | 4545.83 | 23.38% |
| | 0.11932 | 0.17220 | 0.15367 | 0.10687 | 0.09475 | 0.06514 | 0.05420 | 0.23380 | -5.3E-05 |

Fuente: Elaboración propia

Vector de Solución

El vector de solución proporciona las cantidades apropiadas a invertir en cada uno de los activos que minimicen el riesgo del portafolio.

Aplicando la ecuación 1.7 del capítulo 1 se obtiene el rendimiento esperado.

$$E(r_p) = E(\sum_{i=1}^{n} w_i r_i) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(r_i) \qquad \text{Ecuación 1.7}$$

$$E(r_p) = [(11.93\%)(0.0225\%) + (17.22\%)(0.0344\%) + (15.36\%)(0.0364\%) + (10.688\%)(0.0965\%) + (9.476\%)(0.0877\%) + (6.515\%)(0.0412\%) + (5.420\%)(0.0393\%) + (23.38\%)(0.0814\%)]$$

$E(r_p) = 0.06279\%$ Rendimiento esperado diario del portafolio de mínimo riesgo

Y aplicando la ecuación 1.13 del capítulo 1 se obtiene el riesgo del portafolio que es minimizado con las proporciones de los 8 activos del vector solución.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{8} \sum_{j=1}^{8} w_i w_j \sigma_{ij} \qquad \text{Ecuación 1.13}$$

El riesgo del portafolio es calculado mediante la matriz de varianza-covarianza multiplicada por las cantidades que minimizan el riesgo que se representa de la siguiente forma:

$\sigma_p^2 =$

| | 11.933% | 17.221% | 15.368% | 10.688% | 9.476% | 6.515% | 5.420% | 23.381% |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11.933% | 0.000246 | 3.159E-05 | 3.86E-05 | 1.992E-05 | 4.06E-05 | 2.437E-05 | 4.931E-05 | 1.003E-05 |
| 17.221% | 3.16E-05 | 0.0001666 | 4.48E-05 | 2.733E-05 | 3.66E-05 | 3.27E-05 | 4.332E-05 | 1.311E-05 |
| 15.368% | 3.86E-05 | 4.476E-05 | 0.000156 | 3.171E-05 | 6.05E-05 | 3.007E-05 | 5.162E-05 | 1.326E-05 |
| 10.688% | 1.99E-05 | 2.733E-05 | 3.17E-05 | 0.000273 | 3.53E-05 | 2.378E-05 | 4.019E-05 | 2.164E-05 |
| 9.476% | 4.06E-05 | 3.656E-05 | 6.05E-05 | 3.526E-05 | 0.000217 | 4.711E-05 | 5.704E-05 | 9.931E-06 |
| 6.515% | 2.44E-05 | 3.27E-05 | 3.01E-05 | 2.378E-05 | 4.71E-05 | 0.0004477 | 3.096E-05 | 9.644E-06 |
| 5.420% | 4.93E-05 | 4.332E-05 | 5.16E-05 | 4.019E-05 | 5.7E-05 | 3.096E-05 | 0.0002865 | 2.028E-05 |
| 23.381% | 1E-05 | 1.311E-05 | 1.33E-05 | 2.164E-05 | 9.93E-06 | 9.644E-06 | 2.028E-05 | 0.000183 |

$$\sigma_p^2 = 0.000053$$

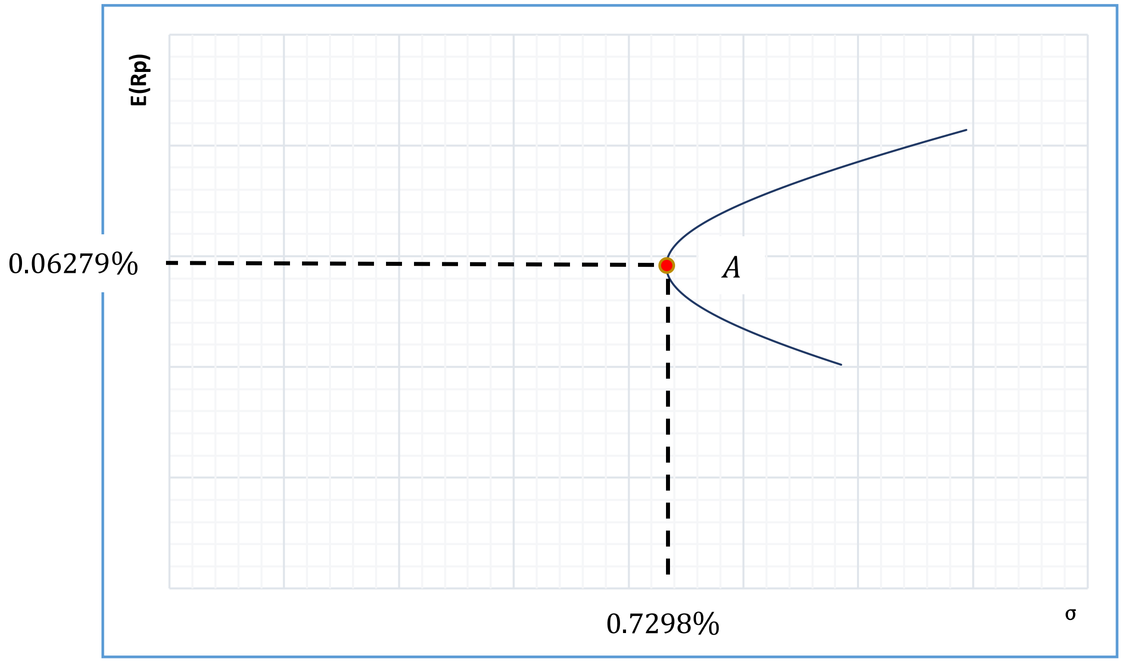
$$\sigma_p = 0.7298\%$$

Por lo tanto, si se invierte el 11.93% en acciones de America Movil, el 17.22% en arca continental, el 15.36% en Femsa, el 10.68% en Gruma, el 9.47% en grupo aeroportuario del Sureste, el 6,51% en Elektra, el 5.42% en Grupo México y el 23.38% en Mega cable, se logra minimizar el riesgo del portafolio a $\sigma_p^2 = 0.7298\%$

Entonces el punto $(0.7298\%, 0.06279\%)$ pertenece a la frontera eficiente y representa el portafolio de mínimo riesgo.

Una vez determinado el punto de mínimo riesgo de la frontera eficiente (punto A de la figura 2.4) se puede resolver un sistema de ecuaciones para encontrar más puntos como se deseen de la frontera eficiente, sólo modificando el rendimiento esperado del portafolio por encima del estimado.

Figura 2.4 Representación del portafolio de menor riesgo




Fuente: Elaboración propia

Entonces si un inversionista posee un capital inicial de 10000 pesos y desea invertirlo en el portafolio A representado en la figura anterior, el inversionista puede esperar un rendimiento diario aproximado de 6.27 pesos al día y al mismo tiempo asumir el riesgo de perder 72.98 pesos al día aproximadamente.

La relación riesgo-rendimiento de dicho portafolio no resulta muy atractiva pues el inversionista está asumiendo más riesgo por el rendimiento que espera obtener, a pesar de que dicho portafolio se construye considerando a los activos que poseen una baja correlación para reducir el riesgo, dicho riesgo resulta elevado en comparación con el rendimiento que se espera obtener

# Capítulo 3 Introduciendo Cetes al portafolio de inversión

## 3.1 Construcción de la frontera eficiente

A efectos de calcular otros puntos de la frontera eficiente debe determinarse, para distintos valores del rendimiento esperado superiores a 0.0627%, las proporciones de la inversión que originan el portafolio de menor riesgo posible para cada uno de esos rendimientos dados.

El cálculo de estas proporciones se realiza planteando y resolviendo un sistema de ecuaciones del siguiente tipo

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} & E(r_1) & 1 \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2n} & E(r_2) & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{2n} & \dots & \sigma_{nn} & E(r_n) & 1 \\ E(r_i) & E(r_2) & \cdots & E(r_n) & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \\ -\lambda \\ -\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ E(r_p) \\ 1 \end{bmatrix}$$

Que en este caso es:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0002457 | 0.0000316 | 0.0000386 | 0.0000199 | 0.0000406 | 0.0000244 | 0.0000493 | 0.0000100 | 0.0002253 | 1 |
| 0.0000316 | 0.0001666 | 0.0000448 | 0.0000273 | 0.0000366 | 0.0000327 | 0.0000433 | 0.0000131 | 0.0003441 | 1 |
| 0.0000386 | 0.0000448 | 0.0001560 | 0.0000317 | 0.0000605 | 0.0000301 | 0.0000516 | 0.0000133 | 0.0003643 | 1 |
| 0.0000199 | 0.0000273 | 0.0000317 | 0.0002730 | 0.0000353 | 0.0000238 | 0.0000402 | 0.0000216 | 0.0016046 | 1 |
| 0.0000406 | 0.0000366 | 0.0000605 | 0.0000353 | 0.0002172 | 0.0000471 | 0.0000570 | 0.0000099 | 0.0007996 | 1 |
| 0.0000244 | 0.0000327 | 0.0000301 | 0.0000238 | 0.0000471 | 0.0004477 | 0.0000310 | 0.0000096 | 0.0004123 | 1 |
| 0.0000493 | 0.0000433 | 0.0000516 | 0.0000402 | 0.0000570 | 0.0000310 | 0.0002865 | 0.0000203 | 0.0003928 | 1 |
| 0.0000100 | 0.0000131 | 0.0000133 | 0.0000216 | 0.0000099 | 0.0000096 | 0.0000203 | 0.0001830 | 0.0008140 | 1 |
| 0.0002253 | 0.0003441 | 0.0003643 | 0.0016046 | 0.0007996 | 0.0004123 | 0.0003928 | 0.0008140 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

Debido a que el sistema matricial anterior puede expresarse abreviadamente $CX = B$, y que la solución, si existe, puede calcularse con la fórmula $X = C^{-1}B$, entonces es posible encontrar fórmulas generales que permitan expresar las proporciones $w_i$ que minimizan el riesgo en función del rendimiento esperado prefijado $E(r_p)$

Primero se calcula la matriz inversa

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3764.02 | -1206.57 | -1431.65 | 662.30 | -262.22 | -349.21 | -801.12 | -375.55 | -244.55 | 0.2729 |
| -1206.57 | 5818.39 | -2384.79 | 388.45 | -326.21 | -616.65 | -930.19 | -742.42 | -264.01 | 0.3380 |
| -1431.65 | -2384.79 | 6872.40 | 543.03 | -1357.55 | -498.94 | -1134.39 | -608.11 | -314.87 | 0.3513 |
| 662.30 | 388.45 | 543.03 | 1112.37 | -1505.02 | 89.88 | 114.87 | -1405.87 | 640.07 | -0.2950 |
| -262.22 | -326.21 | -1357.55 | -1505.02 | 4931.01 | -355.41 | -474.75 | -649.85 | 246.56 | -0.0601 |
| -349.21 | -616.65 | -498.94 | 89.88 | -355.41 | 2201.04 | -209.56 | -261.15 | -77.67 | 0.1139 |
| -801.12 | -930.19 | -1134.39 | 114.87 | -474.75 | -209.56 | 3800.29 | -365.16 | -134.57 | 0.1387 |
| -375.55 | -742.42 | -608.11 | -1405.87 | -649.85 | -261.15 | -365.16 | 4408.11 | 149.05 | 0.1403 |
| -244.55 | -264.01 | -314.87 | 640.07 | 246.56 | -77.67 | -134.57 | 149.05 | -161.11 | 0.1012 |
| 0.27 | 0.34 | 0.35 | -0.30 | -0.06 | 0.11 | 0.14 | 0.14 | 0.10 | -0.0001 |

$$C^{-1}$$

Posteriormente se procede a efectuar el producto de las matrices $C^{-1}$ $y$ $B$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E(r_p) \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \\ w_6 \\ w_7 \\ w_8 \\ -\lambda \\ -\gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -244.55\mathrm{E}(r_p) & +0.2729 \\ -264.01E(r_p) & +0.3380 \\ -314.87E(r_p) & +0.3513 \\ 640.07E(r_p) & -0.2950 \\ 246.56E(r_p) & -0.0601 \\ -77.67E(r_p) & +0.1139 \\ -134.57E(r_p) & +0.1387 \\ 149.05E(r_p) & +0.1403 \\ -161.11E(r_p) & +0.1012 \\ 0.10E(r_p) & -0.0001 \end{pmatrix}$$

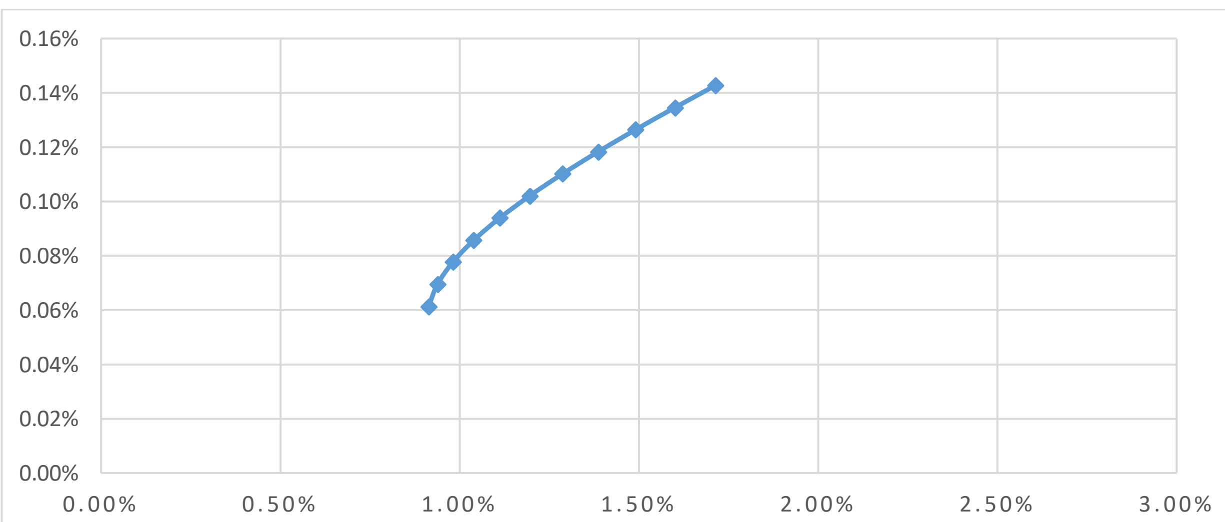
De donde se reduce a fórmulas que permiten el cálculo de las proporciones a invertir en cada uno de los activos

$$w_1 = -244.55E(r_p) \quad +0.2729$$
$$w_2 = -264.01E(r_p) \quad +0.3380$$
$$w_3 = -314.87E(r_p) \quad +0.3513$$
$$w_4 = 640.07E(r_p) \quad -0.2950$$
$$w_5 = 246.56E(r_p) \quad -0.0601$$
$$w_6 = -77.67E(r_p) \quad +0.1139$$
$$w_7 = -134.57E(r_p) \quad +0.1387$$
$$w_8 = 149.05E(r_p) \quad +0.1403$$

Posteriormente se asignan valores a $E(r_p)$ superiores a 0.0627%, que es el rendimiento esperado del portafolio de mínimo riesgo, pueden determinarse las proporciones $w_i$ de diversos portafolios.

Y de ésta forma se construye la frontera de portafolios eficientes.

Figura 3.1 Frontera eficiente para el conjunto de portafolios con rendimiento esperado superior a 0.0627%




Fuente: Elaboración propia

## 3.2 Introducción de Cetes al portafolio de inversión

Anteriormente se construyó la frontera eficiente correspondiente a un conjunto de portafolios constituido exclusivamente por acciones de alta y media bursatilidad del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores. Ahora se plantea la posibilidad de invertir también en Cetes, que tienen una tasa de rendimiento fija y el inversionista no asume ningún riesgo, o el riesgo que se asume es mínimo.

### 3.2.1 Determinación de la frontera eficiente cuando es posible invertir en Cetes

El aspecto objetivo del Teorema de separación consiste en la determinación del portafolio de riesgo $M$ óptimo. Ello requiere, como se ha dicho, maximizar la pendiente de la recta de la ecuación

$$m = \frac{E_A - R_L}{\sigma_A} \qquad \text{Ecuación 3.1}$$

Sujeto a la restricción presupuestaria

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \qquad \text{Ecuación 1.8}$$

Donde $E_A$ simboliza el rendimiento esperado del portafolio $A$ constituido por los $n$ activos de riesgo que se consideren; $R_L$ la tasa cierta de mercado y $\sigma_A$ el riesgo del portafolio $A$

Entonces los valores $w_1 \dots w_8$ de las proporciones a invertir en cada uno de los 8 activos considerados para determinar el portafolio óptimo $M$ que corresponde a la máxima pendiente $m$ de la recta, requieren para su cálculo la resolución del sistema lineal que, expresado en forma matricial se describe a continuación.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2n} \\ \sigma_{1n} & \sigma_{2n} & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 - R_L \\ E_2 - R_L \\ E_n - R_L \end{bmatrix}$$

Brevemente puede expresarse

$$V \, x \, Z = E - R$$

Donde $V$ es la matriz de varianzas y covarianzas, $Z$ es el vector columna de incógnitas auxiliares que permitirán en cálculo de las proporciones buscadas y $E - R$ es el vector cuyos componentes son los excesos de rendimiento esperado de cada activo con respecto a la tasa libre de riesgo

De acuerdo a lo dicho, la resolución requiere el cálculo de la inversa de $V$

$$Z = V^{-1}(E - R)$$

El vector de proporciones óptimas $w$ se determina finalmente mediante la siguiente fórmula:

$$w = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} Z_i} \, x \, Z \qquad \text{Ecuación 3.2}$$

## 3.3 Portafolio de mercado

Se procede a encontrar el portafolio de mercado m considerado como el portafolio óptimo cuando es posible introducir un activo sin riesgo pero que se encuentra formado únicamente por activos riesgosos.

Entonces se plantea y resuelve el siguiente sistema lineal.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.000246 | 3.159E-05 | 3.86E-05 | 1.992E-05 | 4.06E-05 | 2.437E-05 | 4.931E-05 | 1.003E-05 |
| 3.16E-05 | 0.0001666 | 4.48E-05 | 2.733E-05 | 3.66E-05 | 3.27E-05 | 4.332E-05 | 1.311E-05 |
| 3.86E-05 | 4.476E-05 | 0.000156 | 3.171E-05 | 6.05E-05 | 3.007E-05 | 5.162E-05 | 1.326E-05 |
| 1.99E-05 | 2.733E-05 | 3.17E-05 | 0.000273 | 3.53E-05 | 2.378E-05 | 4.019E-05 | 2.164E-05 |
| 4.06E-05 | 3.656E-05 | 6.05E-05 | 3.526E-05 | 0.000217 | 4.711E-05 | 5.704E-05 | 9.931E-06 |
| 2.44E-05 | 3.27E-05 | 3.01E-05 | 2.378E-05 | 4.71E-05 | 0.0004477 | 3.096E-05 | 9.644E-06 |
| 4.93E-05 | 4.332E-05 | 5.16E-05 | 4.019E-05 | 5.7E-05 | 3.096E-05 | 0.0002865 | 2.028E-05 |
| 1E-05 | 1.311E-05 | 1.33E-05 | 2.164E-05 | 9.93E-06 | 9.644E-06 | 2.028E-05 | 0.0001833 |

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \\ Z_5 \\ Z_6 \\ Z_7 \\ Z_8 \end{bmatrix} = \begin{matrix} 0.0002253 & - & 0.000219178 \\ 0.0003441 & - & 0.000219178 \\ 0.0003643 & - & 0.000219178 \\ 0.0016046 & - & 0.000219178 \\ 0.0007996 & - & 0.000219178 \\ 0.0004123 & - & 0.000219178 \\ 0.0003928 & - & 0.000219178 \\ 0.0008140 & - & 0.000219178 \end{matrix}$$

Fuente: Elaboración propia

Que tiene la forma $VZ = E - R$

La solución se determina mediante $Z = V^{-1}(E - R)$, se requiere el cálculo de la inversa de la matriz de varianzas-covarianzas

El producto de dichas matrices es la siguiente matriz:

| | | |
|---|---|---|
| $z_1$ | | -0.60259978 |
| $z_2$ | | -0.31799195 |
| $z_3$ | | -0.77567874 |
| $z_4$ | | 4.793030155 |
| $z_5$ | = | 2.258405896 |
| $z_6$ | | 0.017695843 |
| $z_7$ | | -0.41865549 |
| $z_8$ | | 2.717958143 |

**Suma** **7.672164056**

Y en función al vector $Z$ obtenido se pueden determinar las proporciones óptimas, mediante la ecuación 3.2 presentada anteriormente

$$x = \frac{1}{\sum_{i=1}^{8} Z_i} * Z \qquad \text{Ecuación 3.2}$$

Tabla 3.2 Proporciones óptimas a invertir en el portafolio de mercado

| | |
|---|---|
| W1 | -0.078544 |
| W2 | -0.041447 |
| W3 | -0.101103 |
| W4 | 0.624730 |
| W5 | 0.294364 |
| W6 | 0.002306 |
| W7 | -0.054568 |
| W8 | 0.354262 |
| **suma** | 1 |

Fuente: Elaboración propia

Y mediante la sustitución de las proporciones óptimas a invertir en la siguiente ecuación de rendimiento esperado mostrada en el capítulo 1

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^{8} w_i E(r_i) \qquad \text{Ecuación 1.7}$$

Obtenemos un rendimiento esperado diario de 0.1436%

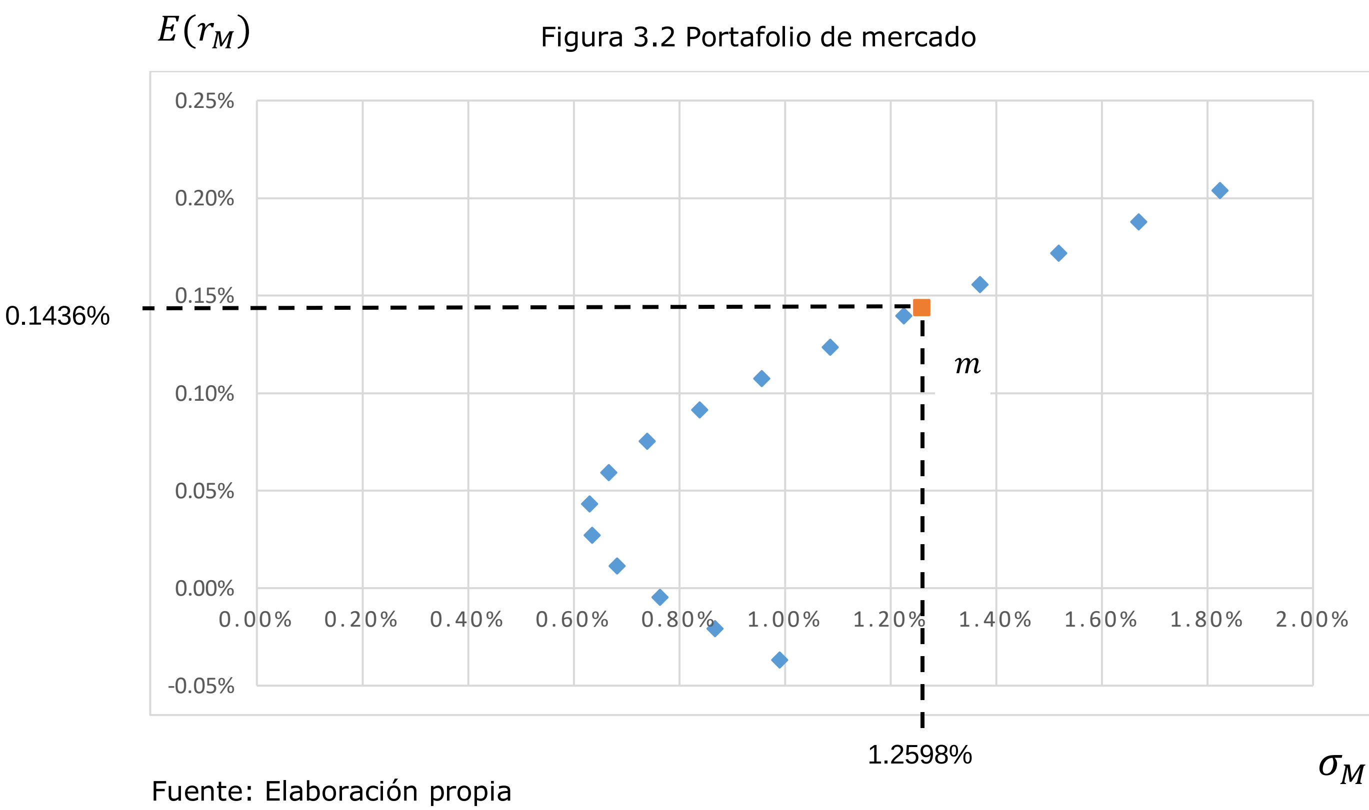
Y al aplicar la ecuación 1.13 del capítulo 1 obtenemos el riesgo para dicho portafolio cuando el rendimiento es de 0.1436%

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{8} \sum_{j=1}^{8} w_i w_j \sigma_{ij} \qquad \text{Ecuación 1.13}$$

El riesgo del portafolio es de 1.2598%

Éstos puntos representan el portafolio m, el cual es considerado como el portafolio más eficiente sin considerar las preferencias al riesgo de los inversionistas.

Figura 3.2 Portafolio de mercado




Fuente: Elaboración propia

Como se observa en la imagen el portafolio *m*, mejora la relación rendimiento-riesgo con respecto al portafolio de mínimo riesgo (el portafolio A en la figura 2.3). Debido a que el rendimiento era de $0.06279\%$ e incrementó a 0.1436% es decir se produjo un incremento del 128.85%, mientras que el riesgo del portafolio pasó de 0.7298%, a 1.2598% es decir, incrementó un 72.61% . Entonces el portafolio de mercado m, es más eficiente que el portafolio de mínimo riesgo.

El portafolio *m*, se considera como el más eficiente considerando que es la mejor relación riesgo-rendimiento, aunque no contempla las preferencias al riesgo de los inversores. Sin embargo, si un inversor no está de acuerdo en invertir en el portafolio *m*, pues considera que, aunque es el portafolio más eficiente, el nivel de riesgo que proporciona es demasiado elevado, puede invertir solo una parte de su capital en el portafolio y el resto en un activo sin riego, de esta forma reduce el riesgo al que se expone.

El portafolio A, a pesar de que es el de menor riesgo, no es tan eficiente, entonces planteamos la posibilidad de combinar el portafolio *m* que es el de mayor eficiencia con un activo sin riesgo, o de bajo riesgo, dentro del mercado de deuda podemos encontrar una serie de instrumentos a los que los inversores pueden acceder sin tener que asumir elevados niveles de riesgo, aunque el nivel de rendimiento es más bajo.

Como se mencionó en el capítulo 2, en México existen varios tipos de instrumentos del mercado de deuda que no tienen riesgo, o el riesgo por invertir en ellos es mínimo. Por mencionar algunos, se encuentran los Certificados de la Tesorería de la Federación (CETES). Bonos de desarrollo (BONDES), bonos denominados en Udis, (UDIBONOS), Bonos IPAB, bonos de regulación monetaria (BREM), certificados bursátiles, entre otros. Y que, además, algunos ofrecen una tasa de rendimiento fija.

Para el portafolio de un inversionista averso al riesgo, planteamos la posibilidad de introducir los Certificados de la Tesorería de la Federación, pues es uno de los instrumentos de inversión más comunes en las inversiones del mercado de deuda y de más fácil acceso para inversores individuales, además de que es un instrumento de muy bajo riesgo pues está respaldado por el gobierno federal.

Ahora que se ha encontrado el portafolio más eficiente, se procede a encontrar el portafolio que combinado con Cetes reduzca el riesgo del portafolio.

En el capítulo 1 se mostró que pueden existir varios tipos de inversionistas, inversores aversos al riesgo, neutrales, y agresivos al riesgo, y de acuerdo a su preferencia al riesgo escogerán el portafolio que les otorgue mayor utilidad, sin embargo, la economía sugiere que el inversionista debe ser averso al riesgo

Como se mostró en la figura 1.1 del capítulo uno, si un instrumento de inversión aumenta su nivel de riesgo, también se le debe exigir mayor rendimiento, por el contrario, si el inversionista obtiene un rendimiento más bajo de un activo, el riesgo que debe asumir debe ser menor.

El portafolio *m* ofrece un rendimiento del 0.1436% y un riesgo del 1.2598%, si ahora que se conoce el portafolio *m* como el más eficiente se decide invertir un porcentaje en él, y un porcentaje en Cetes, pero únicamente queremos un rendimiento del 0.06279%, que es el mismo rendimiento del portafolio *A* entones calculamos el riesgo de éste nuevo portafolio mediante la ecuación 1.16 del capítulo 1.

$$E(r_p) = \left(\frac{E_M - R_L}{\sigma_M}\right)\sigma_p + R_L \qquad \text{Ecuación 1.16}$$

Se puede formular la ecuación de la frontera eficiente que corresponde a los ocho activos considerados, en el caso en que es posible acceder a Cetes que ofrecen una tasa de rendimiento diario del 0.02192% bajo el supuesto de que quien toma la tasa obtiene liquidez hasta el vencimiento

La ecuación queda de la siguiente forma:

$$E(r_p) = \left(\frac{0.1436\% - 0.02192\%}{1.2598\%}\right)\sigma_p + 0.02192\%$$

$$E(r_p) = (9.6656\%)\sigma_p + 0.02192\%$$

En este ejemplo puede constatarse que el único portafolio eficiente constituido exclusivamente por activos de riesgo es M. En efecto si se calculan los rendimientos esperados que corresponden a los distintos valores de riesgo del portafolio puede verificarse que combinando inversiones en el portafolio $M$ con Cetes, es posible obtener mayores rendimientos esperados y, en consecuencia, mayor eficiencia

Si se denomina $X_M$ la proporción de capital que se invierte en el portafolio M, resultará $1 - X_M$ la cantidad a invertir en el activo sin riesgo. El rendimiento esperado y riesgo del portafolio queda determinado por las siguientes ecuaciones 3.3 y 3.4 (Messuti, 2003)

$$E_p = (1 - X_M)R_L + X_M E_M$$ Ecuación 3.3

$$\sigma_p = X_M \sigma_M$$ Ecuación 3.4

Dado que $\sigma_L = 0$

Entonces planteando nuevamente el portafolio de mínimo riesgo que pertenece a la frontera eficiente se obtuvieron los siguientes resultados de riesgo y rendimiento:

Riesgo: **0.7298%**

Rendimiento: **0.06279%**

Dado que para éste portafolio el rendimiento esperado es de **0.06279%**, puede calcularse el riesgo que le corresponde, asumiendo que en ésta opción es posible invertir en certificados de la tesorería de la federación que no implican riesgo alguno.

Entonces queda de la siguiente forma:

$$0.06279\% = 9.6656\% \sigma_p + 0.02192\%$$

Y despejando a $\sigma_p$ el riesgo del portafolio es : $\sigma_p$ =0.4228%

Para llevar a cabo la siguiente etapa, se utilizará la siguiente ecuación

$$\left(\sigma_p; E_p\right) = (1 - X_M)(\sigma_L; R_L) + X_M(\sigma_M; E_M)$$ Ecuación 3.5 (Messuti, 2003)

Quedando de la siguiente manera:

$$(0.4228\% \, ; \, 0.0627\%) = (1 - X_M)(0 \, ; \, 0.02192\% \,) + X_M(1.2598\%; 0.1436\%)$$

Con la igualdad anterior puede calcularse $X_M$, pues para los primeros componentes (riesgo) debe cumplirse

$$0.4228\% = X_M 1.2598\%;$$

$$X_M = 33.5611\%$$

Entonces invirtiendo el 33.5611% del capital en el portafolio de riesgo M y el 66.4388% en certificados de la tesorería de la federación (Cetes) con una tasa de rendimiento diario del $0.02192\%$. Se obtiene el mismo rendimiento del $0.0627\%$ diario pero con un nivel de riesgo más bajo del 0.4228%

La asignación de los recursos en los distintos activos, entonces queda de la siguiente forma mostrada en porcentaje.

Fondos totales 100%

- Portafolio m 33.5611%

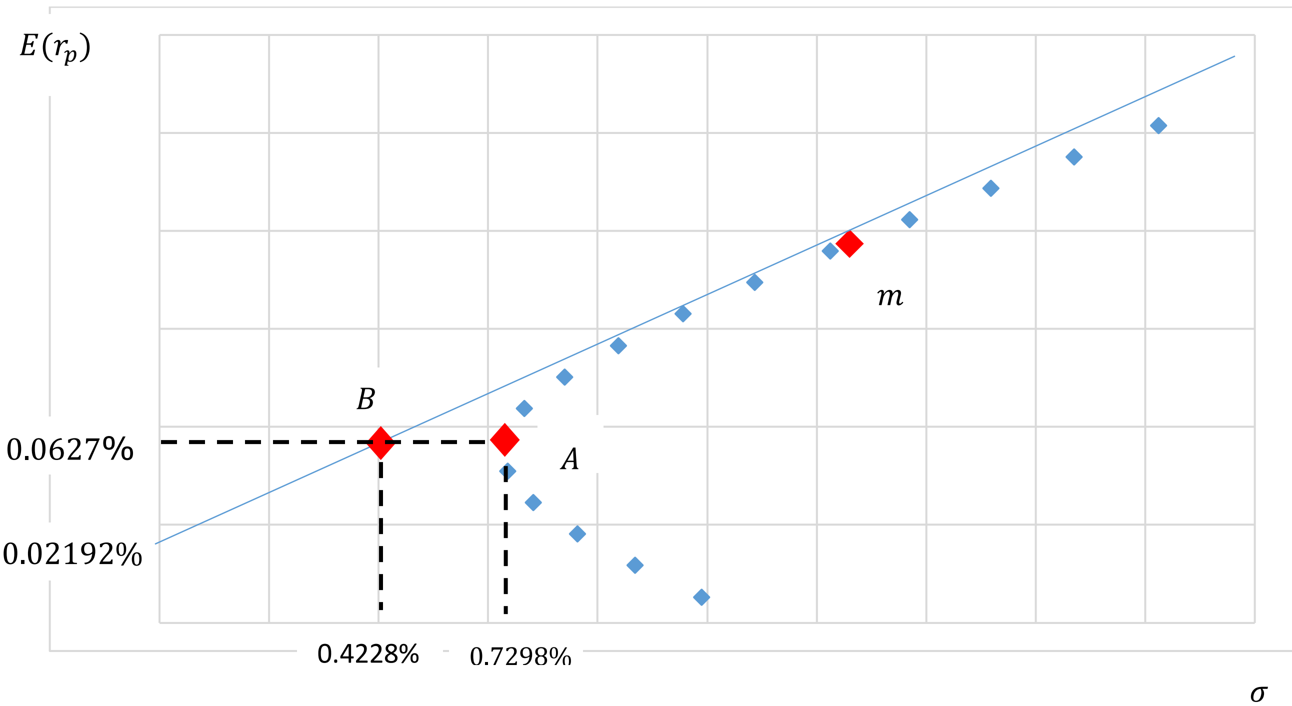
| | |
|---|---|
| América móvil | -2.6360% |
| Arca Continental | -1.3910% |
| Femsa | -3.3931% |
| Gruma | 20.9667% |
| Grupo aeroportuario del Sureste | 9.8792% |
| Elektra | 0.0774% |
| Grupo México | -1.8314% |
| Mega Cable | 11.8894% |

- Cetes 66.4388%

Se comprueba que al incluir Certificados de la Tesorería de la Federación con acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores de alta y media bursatilidad, se puede reducir el riesgo en comparación de portafolios que no incluyen certificados de la tesorería de la federación.

Los resultados pueden visualizarse en la siguiente gráfica:

Figura 3.3 Comparativa entre el portafolio formado únicamente por acciones y el portafolio combinado con Cetes




Fuente: Elaboración propia

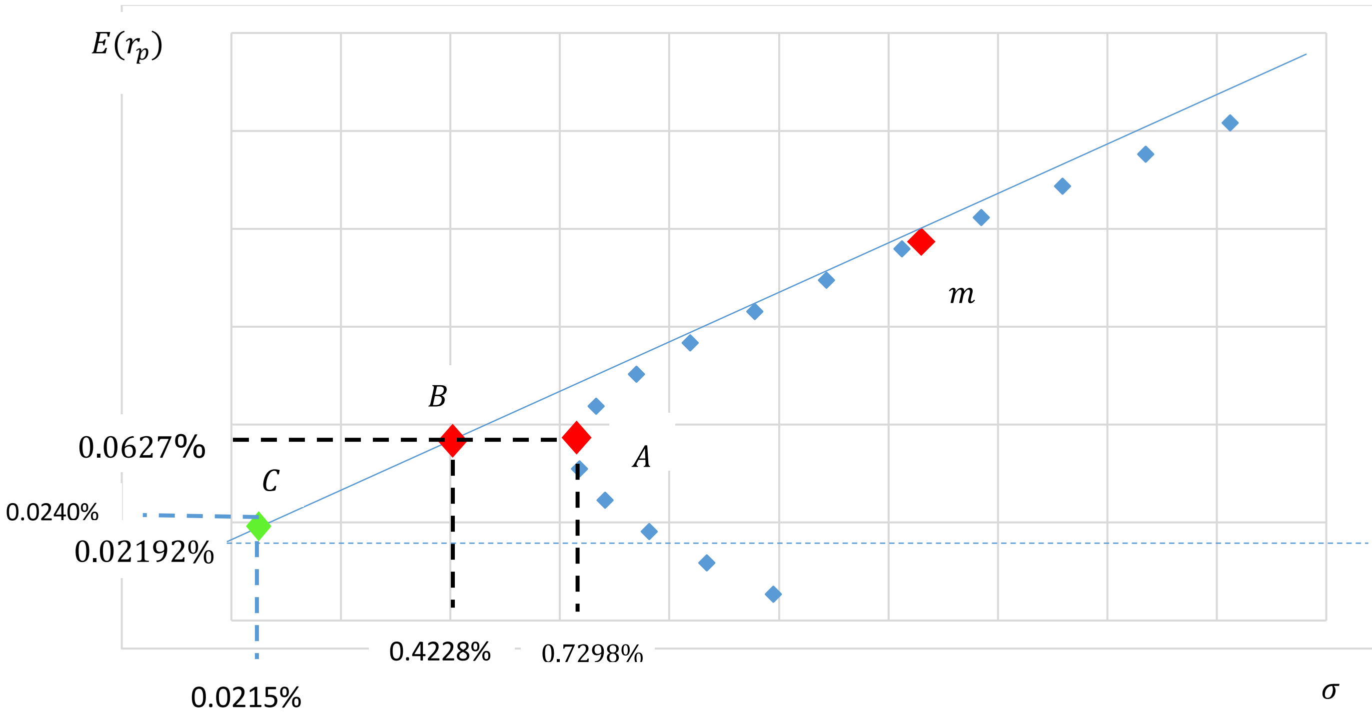
Aunque se ha logrado reducir el riesgo del portafolio de 0.7298% a 0.4228%, el riesgo sigue siendo demasiado alto y está por encima del rendimiento que se espera obtener. Es decir que, aunque el portafolio m es el más eficiente entre el conjunto de portafolios de la frontera eficiente, no es recomendable invertir un porcentaje alto del capital debido a que el riesgo el más elevado que el rendimiento.

Derivado que las combinaciones de riesgo-rendimiento de éste nuevo portafolio (portafolio B) no son óptimas se procede a buscar un nuevo portafolio sobre la línea de mercado de capitales (CML) que ofrezca una combinación de riesgo- rendimiento óptima.

Mediante la pendiente de la CML se observa que el riesgo varía en una proporción mayor a la que varía el rendimiento, si deseamos reducir el rendimiento del portafolio también reduce el riesgo, pero el riesgo reduce de forma más acelerada. De tal forma que llegan a un punto en que son semejantes los niveles de riesgo y rendimiento, mediante un análisis de prueba-error, se obtiene el portafolio óptimo ( portafolio C) cuyo rendimiento esperado es del 0.024%, pues para éste nivel de rendimiento, el nivel de riesgo es del 0.0215%, es decir que en una inversión de 10000 pesos, un inversionista en un día puede esperar un rendimiento de 2.4 pesos y al mismo tiempo asumir un riesgo de perder 2.15 pesos, en el nuevo portafolio (portafolio C) la relación rendimiento-riesgo es eficiente pues la tasa de rendimiento es superior a la de riesgo.

Los resultados pueden visualizarse en la siguiente gráfica

Figura 3.4 Portafolio óptimo




Fuente: Elaboración propia

En el nuevo portafolio (portafolio C) sólo el 1.1099% del capital se aplica al portafolio $m$ y el 98.2901% del capital de aplica a Certificados de la Tesorería de la Federación para obtener una combinación riesgo-rendimiento (0.0215% - 0.0240% ) considerado como un punto óptimo pues en éste nuevo portafolio el rendimiento que se espera en un día es superior al riesgo que se asume.

## Conclusiones

En la construcción del portafolio de mínimo riesgo (portafolio A) compuesto únicamente por acciones de las ocho emisoras del IPC que mantuvieron el nivel de correlación más bajo en el periodo 2013-2018, se observa que la combinación riesgo-rendimiento no es eficiente, pues, aunque es el portafolio de menor riesgo del conjunto de portafolios de la frontera eficiente, mantiene un nivel elevado de riesgo en comparación con el rendimiento que ofrece.

Aunque el portafolio de mercado (portafolio m) es más eficiente en comparación del portafolio A, mantiene una tasa de riesgo superior al rendimiento que ofrece derivado de que todos los activos que se incluyen en el portafolio mostraron elevados niveles de riesgo y bajos niveles de rendimiento cuando fueron analizados de forma individual, esto debido a que el lapso de tiempo ocupado, 2013-2018, es prolongado y aumenta la probabilidad de que se incluyan escenarios de gran volatilidad en los mercados financieros, a diferencia de lapsos de estudio más cortos, por ejemplo un año. Y aunque incrementa el rendimiento esperado y mejora la relación riesgo – rendimiento en comparación del portafolio de mínimo riesgo (portafolio A) al continuar siendo superior el riesgo al rendimiento que se ofrece, no resulta un portafolio apropiado para invertir, o por lo menos no todo el capital.

Con el objetivo de reducir aún más el riesgo del portafolio planteamos invertir sólo un porcentaje del capital en el portafolio de mercado y un porcentaje en Certificados de la Tesorería de la Federación, primero se planteó mantener la misma tasa de rendimiento del $0.0627\%$ que ofrecía el portafolio de menor riesgo (portafolio A), cuyo rendimiento es inferior al rendimiento del portafolio de mercado, y aunque se logró reducir el riesgo de 0.7298% a 0.4228% la relación riesgo rendimiento continuaba sin ser óptima, por ello fue necesario reducir aún más el rendimiento con el objetivo de reducir el riesgo, y mediante un análisis de prueba-error se logró obtener el portafolio $C$ cuya relación riesgo rendimiento es óptima, pues el rendimiento del portafolio es superior al riesgo que se tiene que asumir.

Derivado de que el portafolio $m$ no ofrece una buena combinación riesgo-rendimiento, se tuvo que aumentar el capital a invertir en Certificados de la Tesorería de la Federación que al final representa el 98.29% de los fondos totales y fue sólo un 1.1099% del total de los fondos el destinado al portafolio de mercado $m$ para obtener una tasa de rendimiento del 0.0240% que es apenas 9.50% más de la tasa libre de riesgo que representan los Cetes. Por el contrario, si el portafolio de mercado $m$ hubiera proporcionado una buena combinación riesgo-rendimiento, el porcentaje destinado al portafolio $m$ sería superior al que se destinara a Cetes.

El objetivo del trabajo se cumple, pues se logra proporcionar al inversionista una opción para invertir en la que puede obtener un rendimiento apropiado sin tener que asumir altos niveles de riesgo.

Al incluir Cetes en el portafolio de inversión, se observa que es posible reducir el riesgo del portafolio, pues, aunque se tuvo que sacrificar un porcentaje de la tasa de retorno, se logró mejorar la relación riesgo-rendimiento y obtener aun así un rendimiento superior a la tasa libre de riesgo que ofrecen los Cetes.

Uno de los elementos determinantes en el riesgo del portafolio es el grado de correlación de los activos, como se demostró en el capítulo uno, mientras menor sea la correlación entre los activos, menor será el riesgo del portafolio, y aunque fue uno de los criterios de selección de los activos, ninguna correlación obtenida entre los pares de activos fue menor a cero, es decir, que aunque las cotizaciones de las diferentes emisoras no se movían exactamente en la misma dirección, sí mantenían cierto grado de relación que impedía reducir aún más el riesgo del portafolio, de forma que se recomienda diversificar el portafolio incluso con activos que coticen en otros índices, con el fin de obtener una correlación más baja entre los activos y en consecuencia reducir el riesgo del portafolio.

Bibliografía


Aranday, F. R. (2018). *Finanzas 3, mercados financieros.* México: Instituto Mexicano de Contadores Públicos.

Besley, S. (2009). *Fundamentos de Administración financiera.* México: Cengage Learning.

Brito, G. A. (2013). *Finanzas Bursátiles.* México: Instituto Mexicano de Contadores Públicos.

Bustamante, M. d. (2001). *Parámetros de inversión en acciones de valor bursátil.* ciudad de México: instituto mexicano de contadores públicos A. C.

Castro, L. D. (1993). *Ingeniería Financiera, La gestión de los mercados financieros internacionales.* Madrid: Mc Graw Hill.

Dumrauf, G. L. (2015). *Análisis cuantitativo de Bonos.* Buenos Aires: Alfaomega.

Fernández, R. P. (2010). *Teoría y práctica de la Bolsa.* España: Díaz de Santos.

Francis, J. C. (2013). *Modern Portfolio Theory*. En D. Kim. Canadá: Wiley.

Haro, A. d. (2018). *Medición y control de riesgos financieros.* México: Limusa.

Heyman, T. (1998). *Inversión en la globalización.* Mexico: Bolsa Mexicana de Valores.

Horne, J. C. (1994). *Funadamentos de administración financiera.* Naucalpan de Juárez: Pearson.

Jack C. (2013). *Administración de Carteras*. Mc Graw Hill. Canadá.

Joehnk, L. J. (1997). fundamentos de inversión. México: OUP-Harla.

Khoury, Sarkis. J. (1983). *Investment Management, theory and aplication*. New YorK: Macmillan Publishing.

Lamonthe, P. (1999). *Gestión de Carteras de acciones internacionales.* Madrid: Pirámide.

Marmolejo, M. (1997). *Inversiones, Práctica, Metodología, Estrategia y filosofía.* México: IMEF, Instituto Mexicano de Ejecutivos de Finanzas A.C.

Mata, A. D. (2013). *Introducción al mercado Bursátil.* México: Mc Graw Hill.

Messuti. (2003). *Selección de inversiones, introducción a la Teoría de la Cartera.* México.

Mishkin, F. S. (2014). *Moneda, banca y mercados financieros.* México: Pearson.

Moreno, A. P. (2000). *Administración Financiera de Inversiones 1.* Ciudad de México: Thomson.

Rueda, A. (2005). *Para entender la Bolsa.* México: Thomson.

Scott, D. F. (1982). *Análisis Financiero, Guía técnica para la toma de decisiones.* México: McGraw-Hill.

Referencias electrónicas:

https://*www.banxico.org.mx*

https://*www.bmv.com.mx*

https://*www.biva.mx*

https://*www.redalyc.org*

https://*www.cnbv.gob.mx*

https://economipedia.com