



Universidad Autónoma del
Estado de México



Unidad Académica Profesional Huehuetoca

**Modelo ARIMA(1,1,1) aplicado al tipo de cambio
(peso-dólar) mediante ventanas temporales
deslizantes, en el periodo 2016-2017.**

TESIS

Que para obtener el título de:
Licenciado en Actuaría

Presenta:

Rey Francisco Ayala Castrejon

Asesor:

Dr. en E. Christian Bucio Pacheco

Revisores:

Dr. en C. Ed. Joel Martínez Bello

Act. Samuel Martínez Bello

Huehuetoca, Estado de México

Agosto 2019

**Modelo ARIMA(1,1,1) aplicado
al tipo de cambio (peso-dólar)
mediante ventanas temporales
deslizantes, en el periodo
2016-2017.**

Tesis

Rey Francisco Ayala Castrejon Dr. en E. Christian Bucio Pacheco



Agradecimientos

A Dios, por el don de la vida.

A mi familia

apoyo incondicional; mi padre, por su esfuerzo que no conoce fronteras; mi madre, pilar de espiritualidad de la familia; mis hermanos, quienes me brindan animo cada día. Gracias por creer en mi.

A la Universidad y sus profesores

por darme la oportunidad de formarme y convertirme en un profesional en lo que tanto me apasiona. Y cuya instrucción no se limitó al salón de clase. Mención a parte merece el coordinador de la carrera en la unidad académica, Dr. en E. Christian Bucio Pacheco, quien no solo como mi asesor de tesis sino durante la carrera y con todos sus alumnos demuestra un compromiso más allá del deber. Y a quienes sin haber recibido clases de ellos, ofrecen su apoyo, maestra Claudia.

A mis compañeros,

aquellos con quienes comparto carrera y quienes también generación, por los buenos momentos que hemos compartido. Creo que todos hemos aprendido y aprendemos continuamente de todos y de nosotros mismos, tanto profesional como personalmente. En especial a Eduardo y Martín, α -stables.

*“ En esencia , todos los modelos están equivocados,
pero algunos son útiles ”*

George Edward Pelham Box

Índice general

Introducción

1. Tipo de cambio	5
1.1. Diferentes tipos de cambio que existen	6
1.1.1. Tipos de cambio empleados hoy en día	9
1.2. Tipo de cambio en México	11
1.2.1. Semblanza histórica	13
1.2.2. El Banco de México y el tipo de cambio	13
1.3. Importancia del tipo de cambio	16
1.3.1. Importancia comercial	16
1.3.2. Reservas internacionales	18
1.3.3. Remesas	19
1.4. Delimitación de variable	21
2. Metodología	23
2.1. Series de tiempo	24

2.1.1.	Modelo lineal general y de forma invertida	25
2.2.	Estacionariedad	27
2.2.1.	Estacionariedad en sentido fuerte	28
2.2.2.	Estacionariedad en sentido débil	29
2.2.3.	Prueba Dickey-Fuller	31
2.2.4.	Prueba Dickey-Fuller aumentada	32
2.2.5.	Prueba Phillips-Perron	34
2.3.	Metodología Box-Jenkins	35
2.3.1.	Modelo de Medias Móviles (MA)	37
2.3.2.	Modelo Autorregresivo (AR)	39
2.3.3.	Modelo Autorregresivo y de Medias Móviles (ARMA)	43
2.3.4.	Modelo Autorregresivo Integrado y de Medias Móviles (ARIMA)	46
2.3.5.	Otros modelos	48
2.4.	Cambio estructural	49
2.4.1.	Variable ficticia	51
2.4.2.	Cambio estructural sobre el modelo ARIMA(1,1,1)	53
2.5.	Ventanas temporales	54
2.5.1.	Ventanas temporales deslizantes	54
2.5.2.	Ventanas temporales crecientes	56
2.6.	Normalidad	57
2.6.1.	Prueba Jarque-Bera	58

3. Desarrollo del modelo	61
3.1. Análisis de la serie de tiempo	62
3.1.1. Delimitación del objeto de estudio	62
3.2. Elección de modelo	65
3.2.1. Valor para los parámetros p , d y q	65
3.2.2. Modelo con inclusión de cambio estructural de la serie	70
3.3. Método de ventanas temporales	72
3.3.1. Pruebas de estacionariedad	72
3.4. Modelo a la serie principal	73
3.4.1. Análisis de los parámetros $\hat{\phi}_1$, $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\phi}'_1$	75
3.5. Modelo por ventanas temporales deslizantes	76
3.5.1. Análisis de los parámetros $\hat{\phi}_1$, $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\phi}'_1$, ventanas deslizantes	77
3.6. Modelo por ventanas temporales crecientes, derecha	81
3.6.1. Análisis de los parámetros $\hat{\phi}_1$, $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\phi}'_1$, ventanas crecientes por la derecha	82
3.7. Modelo por ventanas temporales crecientes, izquierda	85
3.7.1. Análisis de los parámetros $\hat{\phi}_1$, $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\phi}'_1$, ventanas crecientes por la izquierda	86
3.8. Modelo aplicado a la última ventana	89
3.9. Construcción del pronóstico	90
3.10. Resultado de los pronósticos	92
Conclusiones	

Bibliografía	101
A. Apéndice	105
A.1. Series utilizadas	105
A.2. Pruebas de estacionariedad en las ventanas temporales	110

Índice de tablas

1.1. Regímenes cambiarios de los miembros del Fondo Monetario Internacional, países de mercados emergentes.	10
1.2. Resumen de los regímenes cambiarios en México desde 1954.	12
2.1. Dualidad y resumen de modelos ARMA.	46
3.1. Estimación del parámetro d por máximo verosimilitud en el dominio de la frecuencia.	66
3.2. Pruebas de Estacioneriedad a la serie tipo de cambio peso-dólar 2016-2017.	66
3.3. Resumen del ajuste de modelos ARIMA(1,1,1) a la serie principal.	75
3.4. Parámetros para las ventanas temporales deslizantes sin elementos en común.	77
3.5. Prueba de normalidad a parámetros obtenidos por ventanas temporales deslizantes.	79
3.6. Prueba de normalidad a parámetros obtenidos por ventanas temporales crecientes por la derecha.	84
3.7. Prueba de normalidad a parámetros obtenidos por ventanas temporales crecientes por la izquierda.	88
3.8. Comparación general de modelos ARIMA(1,1,1), bajo las condiciones descritas, 1 de 2.	92

3.9. Comparación general de modelos ARIMA(1,1,1), bajo las condiciones descritas, 2 de 2.	93
A.1. Registro histórico del tipo de cambio y series empleadas en el modelo	105
A.2. P-value de las pruebas de estacionariedad de las ventanas temporales deslizantes . .	110

Índice de figuras

1.1. Regímenes cambiarios.	7
1.2. Tipo de cambio peso-dólar de 1992 a 2017.	14
1.3. Mecanismo de transmisión de política monetaria.	15
1.4. Exportaciones e importaciones 2016-2017, periodicidad mensual.	17
1.5. Reservas internacionales 2016-2017, periodicidad mensual.	18
1.6. Remesas 2016-2017, periodicidad mensual.	20
1.7. Volumen concentrado en el mercado cambiario.	21
2.1. La serie de tiempo	25
2.2. Ejemplo de realización de un proceso Bernoulli (estacionario).	29
2.3. Enfoque de Box-Jenkins.	35
2.4. Metodología de Box-Jenkins.	36
2.5. Proceso simple de búsqueda de estacionariedad.	47
2.6. Representación de evento transitorio de tipo pulso	51
2.7. Representación de evento transitorio de tipo disipado	52

3.1. Tipo de cambio peso-dolar, en el periodo 2016-2017.	63
3.2. Descomposición por el componente de tendencia de la serie tipo de cambio peso-dólar de 2014 a 2017.	64
3.3. Función de autocorrelación de la serie tipo de cambio peso-dólar 2016-2017	67
3.4. Función de autocorrelación parcial de la serie tipo de cambio peso-dólar 2016-2017	68
3.5. Función de autocorrelación de la serie en diferencia del tipo de cambio peso-dólar 2016-2017	69
3.6. Función de autocorrelación parcial de la serie en diferencia del tipo de cambio peso-dólar 2016-2017	69
3.7. Diferencias del tipo de cambio peso-dolar 2016-2017	71
3.8. Modelo ARIMA(1,1,1), con cambio estructural, aplicado a la serie principal. . . .	74
3.9. Presentación de la ventanas temporales deslizantes, en la serie tipo de cambio. . . .	76
3.10. Comportamiento histórico de los parámetros $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\theta}_1$, ventanas deslizantes.	78
3.11. Comportamiento histórico del parámetro $\hat{\phi}'_1$, ventanas deslizantes.	78
3.12. Histograma de los parámetros $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\theta}_1$, ventanas deslizantes.	80
3.13. Histograma de los parámetros $\hat{\phi}'_1$, ventanas deslizantes.	80
3.14. Comportamiento histórico de los parámetros $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\theta}_1$, ventanas crecientes por la derecha.	82
3.15. Comportamiento histórico del parámetro $\hat{\phi}'_1$, ventanas crecientes por la derecha. . .	83
3.16. Histograma de los parámetros $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\theta}_1$, ventanas crecientes por la derecha.	84
3.17. Histograma de los parámetros $\hat{\phi}'_1$, ventanas crecientes por la derecha.	85

3.18. Comportamiento histórico de los parámetros $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\theta}_1$, ventanas crecientes por la izquierda.	86
3.19. Comportamiento histórico del parámetro $\hat{\phi}'_1$, ventanas crecientes por la izquierda.	87
3.20. Histograma de los parámetros $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\theta}_1$, ventanas crecientes por la izquierda.	88
3.21. Histograma del parámetro $\hat{\phi}'_1$, ventanas crecientes por la izquierda.	89
3.22. Gráfica de los pronósticos que se generan con el abanico de modelos planteados. . .	95
3.23. Gráfica de los pronósticos que se generan en un periodo de 30 días	96

Resumen

La necesidad de tener conocimiento sobre situaciones futuras y predecir otras nos lleva al desarrollo de pronósticos que, por lo general, son puramente numéricos sobre un contexto que es difícil cuantificar, como es el caso de la situación económica de un país considerando por ejemplo el producto interno bruto (PIB) o el tipo de cambio de la moneda nacional respecto a una divisa extranjera.

Los modelos econométricos como los $ARIMA(p,d,q)$, de los que hacemos uso para generar un pronóstico, dan una representación matemática de una serie temporal que permite capturar las características del fenómeno real a partir de la información contenida en los datos, sin embargo, esta es su debilidad, dado que se basa únicamente en los datos de entrada y éstos son susceptibles a condiciones ajenas al fenómeno de estudio y que en casos son difíciles de cuantificar, por lo que su pronóstico suele ser distinto al compararlos con la realidad.

Existen modelos y herramientas más robustas que el mencionado anteriormente, tal es el caso de las redes neuronales artificiales, que ofrecen un pronóstico que se aproxima más al valor real, sin embargo, por su robustez no resulta sencillo emplearlos. Partiendo de la idea de un proceso sencillo se toma el modelo $ARIMA(1,1,1)$ que se aplica al tipo de cambio peso-dólar en el periodo 2016-2017, visto mediante ventanas temporales deslizantes, para hacer una filtración del modelo en el valor de los parámetros a través del tiempo, maximizando los aciertos.

Abstract

The need to have knowledge about future situations and to predict others leads us to the development of forecasts that, in general, are purely numerical about a context that is difficult to quantify, as is the case of the economic situation of a country considering, for example, the gross domestic product (GDP) or the exchange rate of the national currency with respect to a foreign currency.

Econometric models such as ARIMA (p, d, q), which we use to generate a forecast, give a mathematical representation of a time series that allows us to capture the characteristics of the real phenomenon from the information contained in the data, however, this is its weakness, since it is based solely on the input data and these are susceptible to conditions unrelated to the phenomenon of study and that in cases are difficult to quantify, so their prognosis is usually different when compared with the reality.

There are more robust models and tools than the one mentioned above, such is the case of artificial neural networks, which offer a forecast that is closer to the real value, however, due to their robustness, it is not easy to use them. Starting from the idea of a simple process, we take the ARIMA model (1,1,1) that is applied to the peso-dollar exchange rate in the 2016-2017 period, seen through temporary rolling windows, to filter the model in the value of the parameters over time, maximizing the successes.

Introducción

Los países ejercen su autonomía al determinar la moneda que ha de usarse dentro de su territorio, sin embargo, las interacciones comerciales con otros países que cuentan con su propia divisa piden establecer acuerdos de valoración, es decir, dar una razón de cambio. Esto es sencillo cuando se trata de medidas y se requiere una conversión, pero, no es el caso de las unidades monetarias que presentan variaciones, las cuales son dadas de acuerdo a la situación del país en relación de cuanta inversión atrae del extranjero, niveles de inflación, capacidad de exportación, entre otros.

De este modo, los países establecen su régimen cambiario con dos extremos definidos, régimen fijo y régimen flotante, que cuentan con puntos intermedios. Para su implementación se requiere de un punto de referencia que globalmente se ha establecido como el dólar (acuerdo de Bretton Woods), de ahí que las principales transacciones internacionales sean realizadas en dicha divisa. Por esta razón nuestro estudio se centra en el tipo de cambio pesos por dólar EE.UU.A. fecha de determinación FIX.

En el caso de México se han tenido diferentes regímenes cambiarios, incluso en algunos periodos de tiempo se tuvo más de un tipo de cambio vigente, sin embargo, a partir del 22 de diciembre de 1994 se adoptó el régimen de libre flotación, lo cual hace que nuestra moneda dependa del mercado de cambios, por lo que se mantiene en constante fluctuación. De ahí surge la necesidad de predecir su comportamiento, como medio para tener una visión a futuro en un aspecto general y tomar medidas al respecto.

En particular la serie de elección, tipo de cambio peso-dólar correspondiente al periodo 2016-2017, presenta varias características, en su mayoría dadas por la condición de libre flotación en respuesta al mercado de cambios, donde se puede destacar su sensibilidad a sucesos del país vecino, Estados Unidos de Norteamérica. En este sentido se tiene, en el periodo señalado, el proceso electoral del país vecino, que se concreta el 8 de noviembre de 2016 y a partir de esa fecha se observa una depreciación del peso, moneda nacional.

La constante fluctuación del tipo de cambio generan en la serie condiciones, dentro de ellas, la serie que se considera presenta una del tipo cambio estructural, entendido también como un cambio repentino de niveles, condición que se ha tratado para otras series económicas mediante diversas metodologías, de las cuales se hará uso de una en particular manteniendo la idea de un modelo sencillo sin dejar de considerar el cambio que tiene la serie, ya que las anomalías de este tipo deben ser tratadas pues repercuten directamente en los resultados de modelos a emplear, en consecuencia resultando en pronósticos erróneos, si éste es la finalidad de la modelación.

Los modelos de series de tiempo, en particular las metodologías Box-Jenkins, nos permiten pronosticar; entre ellos se tienen los del tipo $ARIMA(p,d,q)$ del que se hará uso, por sus características en cuanto a modelación de las series de tiempo y capacidad para generar pronósticos. Se considera un modelo $ARIMA(1,1,1)$ específicamente, por incluir en su estructura un término autorregresivo, uno en diferenciación y uno de medias móviles.

Al modelo considerado se agrega, también, un tratamiento al cambio estructural presente en la serie, mediante la aplicación de una variable ficticia, dado por un arreglo dicotómico, que nos ayude a seccionar a la serie en dos grupos, antes del cambio y después del cambio, tomando en cuenta que dicho cambio se ve reflejado en la tendencia, se agrega a la variable ficticia el componente de tendencia que afecta a la serie.

Para tomar en cuenta a toda la serie y la influencia indirecta que tiene en su comportamiento vista a través del tiempo, hacemos uso del método de ventanas temporales deslizantes, aplicando en cada ventana el modelo, desarrollado para la serie general, y capturando así la información que proporciona, obteniendo el comportamiento de los parámetros, tres en sus respectivas series.

El objetivo general de la investigación es: construir un pronóstico mediante el uso de modelos ARIMA(1,1,1), en la serie temporal, tipo de cambio peso-dolar, aplicando el método de ventanas deslizantes. Los objetivos específicos son: Obtener la distribución de los parámetros $\hat{\phi}$ y $\hat{\theta}$ generados por la aplicación del modelo ARIMA(1,1,1) por el método de ventanas temporales deslizantes; Re-estimar el modelo ARIMA(1,1,1) empleando el promedio de los parámetros $\hat{\phi}$ y $\hat{\theta}$ del modelo ARIMA(1,1,1) aplicado vía ventanas temporales y obtener el pronóstico; y comparar el modelo ARIMA(1,1,1) generado a través de la media de los parámetros $\hat{\phi}$ y $\hat{\theta}$ vía ventanas temporales versus el modelo ARIMA(1,1,1) estimado tomando en cuenta el horizonte temporal bajo análisis.

La hipótesis que se plantea es la siguiente: el modelo ARIMA(1,1,1) puede mejorar en su ajuste a una serie, en cuanto a puntos de aciertos, mediante el registro histórico de sus parámetros $\hat{\phi}$ y $\hat{\theta}$, generados por la implementación del método de ventanas temporales deslizantes.

Sobre el tipo de cambio y su pronóstico ya se han realizado trabajos previos, de los cuales Aguirre Sánchez (2007), hace uso de regresiones para su modelación y pronóstico, cuyo modelo considera los tipos de cambio peso-dólar, peso-yen, peso-libra esterlina y peso-euro; por otra parte Salazar Núñez (2011) hace uso de modelos de la metodología Box-Jenkins ya mencionada para el periodo 2000-2010, posteriormente Salazar Núñez y Venegas Martínez (2015), muestra evidencia de memoria larga en el tipo de cambio, en el periodo 1971-2012 con datos mensuales, aportando además un recuento de valor en los parámetros del modelo ARIMA(p,d,q).

En cuanto al método de ventanas temporales Armengol, Vehí, Sainz y Herrero (2002) hace uso de él para la detección de fallos en un sistema; por otro lado Hill (2007) lo utiliza para implementación de un modelo VAR, señalando que el método permite detectar temporalidades que difieren del comportamiento general para la serie en cuestión.

En este trabajo se aborda el método de ventanas temporales a través de tres técnicas diferentes, teniendo entonces también tres series distintas de registro para los parámetros en cuestión. De este modo se compara la idea de abordar la serie por un modelo ARIMA(1,1,1) de manera convencional frente a otras tres opciones por ventanas temporales además incluyendo el componente de cambio estructural.

El trabajo muestra diferentes resultados para cada uno de los modelos propuestos, sin embargo, no se alejan entre sí, destacando que se ofrecen mejoras en relación al pronóstico que se genera para los modelos de ventanas temporales, y en particular el de ventanas deslizantes, donde éste ofrece mejoría tanto en ajuste de la serie como pronóstico en comparación directa con el modelo ARIMA(1,1,1) convencional.

El presente trabajo se divide en tres capítulos, de los cuales en el primero se tratan cuestiones relacionadas al tipo de cambio, abordando el caso particular de México, cuyo tipo de cambio peso-dólar es el objeto de estudio, además se incluyen las operaciones sobre las que el tipo de cambio juega un papel relevante, tales como las comerciales, exportaciones e importaciones, reservas internacionales y remesas.

En el segundo capítulo se presenta la metodología que se empleada, comenzando en una definición de serie de tiempo, cuestiones de estacionariedad, se desarrolla de la metodología Box-Jenkins, el tratamiento para el cambio estructural en una serie, así como la descripción de un modelo ARIMA(1,1,1) que considera cambio estructural, desarrollo del método de ventanas temporales, terminando con cuestiones sobre normalidad.

Dentro del tercer capítulo se desarrolla la implementación del modelo en cuestión, comenzando en la adecuación de la estructura ajustada a la serie; el desarrollo particular de los modelos que se plantean cada uno con su respectiva particularidad, llegando a los resultados donde se analizan y comparan en conjunto los modelos.

Capítulo 1

Tipo de cambio

El comercio entre naciones requiere de acuerdos en relación a la forma de pago, principalmente si este se efectúa entre diferentes divisas, por lo que la paridad esta dada como un tipo de cambio. Podemos entender al tipo de cambio como una expresión del precio de una divisa o moneda con respecto a otra en un punto del tiempo; y, en un momento dado, es el resultado de la interacción de la oferta y la demanda de la moneda en cuestión.

De acuerdo con Torres¹ (Como se citó en Salazar Núñez, 2011, p.1), el tipo de cambio tiene su origen en las operaciones comerciales y financieras efectuadas entre las economías que funcionan con relativa independencia y con sistemas monetarios propios, las operaciones que para materializarse requieren de una base común entre las monedas, circunstancia que origina no solo el tipo de cambio sino también un mercado especial, el de cambios, que se rige por un mecanismo de pagos.

En sentido estricto puede entenderse como una razón de cambio entre divisas, por otro lado, una idea más amplia sobre el tipo de cambio la muestra Latter (1997):

El tipo de cambio es el precio al que se valúa la moneda nacional con relación a una moneda extranjera. Resulta de una importancia práctica directa para aquellos comprometidos en

¹Ricardo Torres Gaitan (1985)

transacciones con el exterior, ya sea por comercio o por inversión. También ocupa una posición central en la política monetaria, en la que puede servir como un objetivo, un instrumento o simplemente un indicador (dependiendo del marco de referencia de la política monetaria que se haya escogido). (p.2)

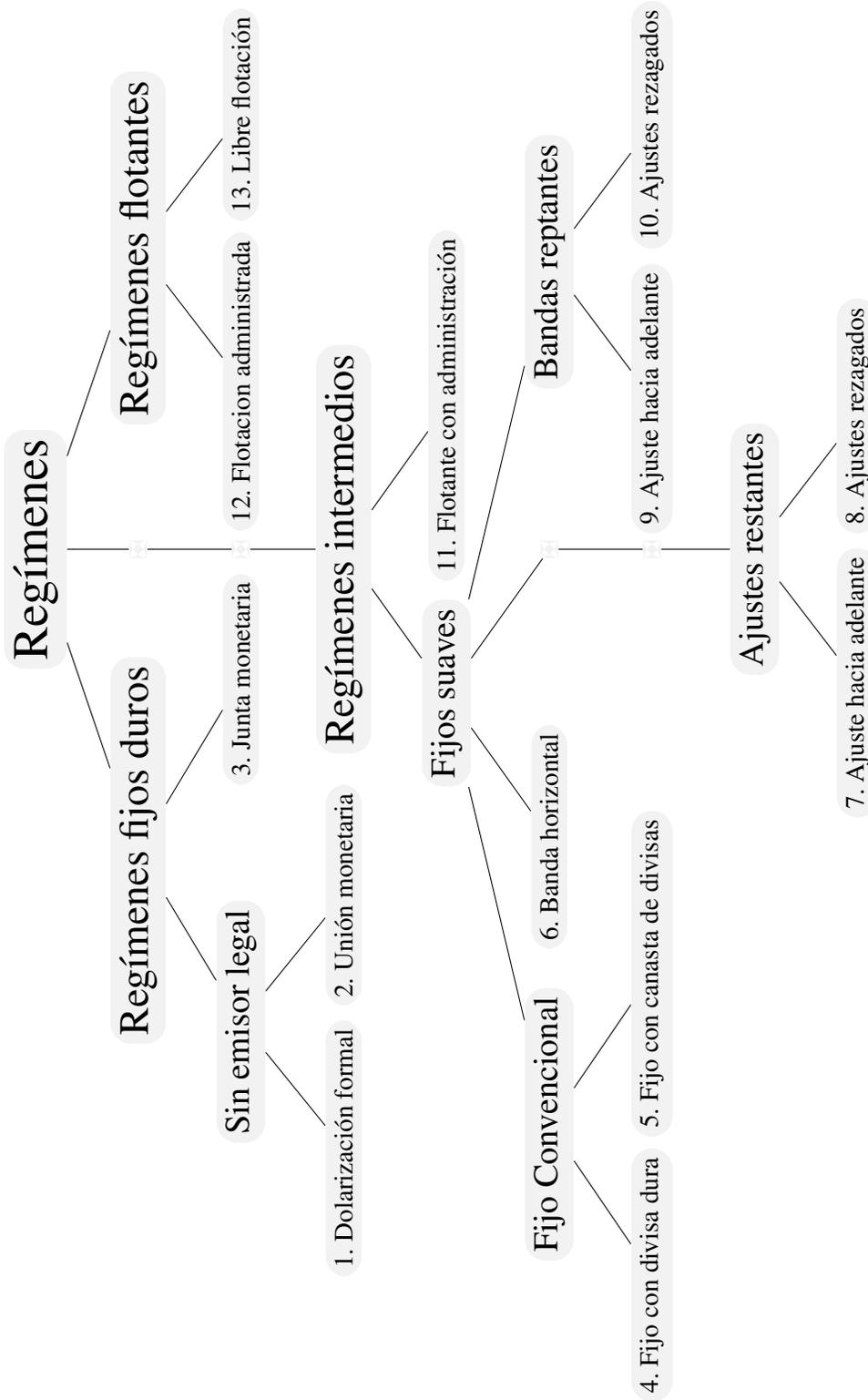
La política monetaria hace referencia al conjunto de acciones realizadas por el banco central con el fin de mantener el control sobre la disponibilidad, costo del dinero y crédito. Debido a que el tipo de cambio es empleado comúnmente como un indicador de los países (Latter (1997) y Salazar Núñez (2011)), tiende a ser controlado, ya que no es conveniente tener indicadores que den una mala imagen de la nación, su influencia se ve reflejada, de un modo, en la atracción de inversión extranjera, sin embargo, no es sencillo tener control sobre el tipo de cambio debido a que esto trae consigo efectos sobre la economía del país.

A pesar de las implicaciones que tienen las decisiones de los países, estos son libres de elegir el tipo de cambio que se empleara para su moneda, dando lugar a la una gran variedad en cuanto a tipo de cambio se refiere, con lo cual se deberán ajustar las transacciones respecto a otras divisas. Cabe mencionar que los países también son libres de migrar de un tipo de cambio a otro dependiendo de sus necesidades, con el fin de mantener una estabilidad en el país.

1.1. Diferentes tipos de cambio que existen

El tipo de cambio puede encontrarse entre dos extremos definidos, por un lado se tiene una condición de fijo, es decir, éste no tendrá variaciones en un corto plazo ni se verá afectado inmediatamente por otros factores económicos, por ésta razón también se expresa como fijo duro; en el otro extremo se encuentra la condición de flotación, con lo cual el tipo de cambio es más susceptible a cambios por los efectos que tienen sobre él los demás factores de la economía nacional, de manera más estricta (dando sentido a la idea de puntos extremos) se ofrece la característica de libre flotación.

Figura 1.1 Regímenes cambiarios.



Fuente: Bubula y Ötker (2002)

A lo largo de la historia se han visto implementadas varias políticas respecto al tipo de cambio, dando como resultado en un amplio número de puntos intermedios entre estos extremos del tipo de cambio. En la Figura 1.1 se muestra el abanico de políticas respecto al tipo de cambio, 12 en total, enumeradas de menor a mayor conforme se acercan a la condición de flotación, con lo cual son más propensos a cambios generados por las condiciones del país por lo que resulta ésta una forma de considerar al tipo de cambio como un indicador, característica mencionada anteriormente.

Cabe señalar que Bubula y Ötoker (2002) presentan un recuento de los tipos de cambio desde 1990, no por ello éste no deja de presentar la idea general de las condiciones que puede y ha tomado el tipo de cambio.

Entre los regímenes cambiarios que se presentan en la figura podemos destacar la condición de fijo sobre la cual Valdivia Enríquez (2016) nos dice:

La autoridad monetaria fija el tipo de cambio con referencia en otra moneda o canasta de moneda, de tal manera que éste es más o menos uno por ciento alrededor de la tasa central. Establecer una paridad implica que las autoridades se comprometen a limitar el grado de fluctuación del tipo de cambio (p.13).

Teniendo entonces la idea de uno de los extremos del tipo de cambio por lo cual para el otro extremo, el de libre flotación también llamado flexible. Referente a él Valdivia Enríquez (2016) de igual manera argumenta que:

En el régimen cambiario flexible el gobierno no interfiere en el nivel del tipo de cambio de su moneda en relación con la moneda de otro país. Las condiciones del mercado determinan, por sí solas, la relación de intercambio entre monedas a partir de la situación relativa de las economías entre ambos países (p.14).

Una vez definidos los extremos podemos mencionar algunos de los puntos intermedios, de los cuales tenemos: Dolarización formal, se abandona la moneda independiente y se adopta alguna otra moneda (en este caso el dólar estadounidense); Junta monetaria, una versión más estricta de fijo pero ajustable; Flotación administrada, los bancos centrales intervienen, pero usualmente sólo

como intento para suavizar las fluctuaciones (Salazar Núñez, 2011, p.3)

1.1.1. Tipos de cambio empleados hoy en día

Como se ha mostrado el régimen cambiario ha tenido diversas estructuras, sin embargo, hoy día no todas se encuentran en uso. Los países ejercen autonomía al determinar su régimen cambiario, por lo que también se encuentran en facultades de moverse de un régimen a otro, con base a los requerimientos de la economía nacional y criterios de objetivos, como, mantener en equilibrio su divisa y su sector externo en general.

De los regímenes cambiarios que se encuentran vigentes, al menos hasta 2006, Fischer (2008) nos ofrece un resumen de los países que pertenecen al Fondo Monetario Internacional, dividiendo el análisis en países desarrollados, países emergentes, Tabla 1.1² y un tercer grupo en aquellos otros miembros que no pertenecen a las clasificaciones señaladas ya señaladas.

Se muestra en la tabla el régimen cambiario de los países hasta 2006, mas, el propósito de Fischer (2008) es mostrar la condición de elección por parte de los países y cual es, en cierto sentido, la preferencia o inclinación de éstos sobre el tipo de cambio, por lo cual se resaltan aquellos países que dentro del periodo 1999 al 2006 han optado por migrar de condición cambiaria. Cabe mencionar que no se indica el régimen que abandonan los países, aun así, el análisis correspondiente no deja de ser interesante.

Para el caso de los países desarrollados, se tienen dos concentraciones, la primera dada por los de países de la Unión Europea, cuya moneda es el euro (€), en el apartado de junta monetaria, con 15 países en el grupo, y la segunda en el régimen de libre flotación, con 10 naciones. Cabe señalar que dentro de esta clasificación solo dos países han modificado su régimen cambiario Fischer (2008).

En el caso de los países de mercados emergentes, por cuya condición es común que tengan objetivos respecto a sus tipos de cambio, como es el caso de buscar una apreciación o un equilibrio

²Se resalta el caso de México debido a que será éste el país que se ha elegido para el presente estudio.

Tabla 1.1 Regímenes cambiarios de los miembros del Fondo Monetario Internacional, países de mercados emergentes.

Régimen	Países de Mercados Emergentes
Sin Emisor Legal/ Junta Monetaria	Bosnia-Herzegovina, Bulgaria, Ecuador(*), El Salvador, Estonia, Lituania, Panamá
Otros Fijos con Divisas Duras	Egipto(*), Jordania, Letonia, Marruecos, Nigeria(*), Paquistán, Qatar, Eslovenia(*), Venezuela(*)
Fijos Dentro de Bandas Horizontales	Chipre, Hungría(*), República Eslovaca(*)
Fijo con Ajustes Periódicos Moderados	China(*)
Ajustes por Bandas Reptantes	
Flotación Administrada sin Tendencia Preanunciada	Colombia(*), República Checa, India, Malasia(*), Perú(*), Filipinas, Rumania(*), Rusia, Sri Lanka(*), Tailandia(*)
Libre Flotación	Argentina, Brasil, Chile, Corea, Indonesia, Israel(*), México** , Polonia(*), Sudáfrica, Turquía(*)

(*) indica el país cuyo régimen ha cambiado desde 1999 al 31 de diciembre de 2006

** para este caso se han actualizado los datos, para 2018 se cuenta con el régimen de libre flotación y el FMI le considera país de mercado emergente (Fischer, 2008, p.26)

Fuente: Fischer (2008), IMF, International Financial Statistics Yearbook, 2005, 2006

en su divisa, por lo cual se observa la presencia de regímenes fijos (13), flotación administrada (10) y en libre flotación (10), además, a diferencia de la primera clasificación aquí se tiene un mayor número de países que han optado por cambiar de régimen, poco menos de la mitad del grupo (17).

En un estudio realizado por Navamuel y Rivero (2015), sobre régimen cambiario y crecimiento económico, menciona que no se encuentra relación significativa entre el régimen cambiario fijo y el crecimiento económico, sin embargo, también argumenta que la ausencia de efectos negativos del régimen cambiario fijo sobre crecimiento permite defender el mantenerse en esta política. Por lo cual, aunque no es su mejor opción, muchos optan por la condición de fijo.

Para aquellos países que pertenecen al Fondo Monetario Internacional distintos a los definidos como países desarrollados o de mercados emergentes, en donde se presenta un mayor número de países, y por consiguiente un mayor registro de países cuyo régimen ha cambiado de 1999 a 2006, aproximadamente un tercio del total del grupo (34). A pesar del gran número de países para el grupo, éstos se encuentran en mayor medida en un régimen fijo con divisas duras (51) y flotación

administrada (34). A diferencia de los casos anteriores el apartado de libre flotación tiene poca participación, solo cinco países Fischer (2008).

Al respecto de los países y su elección de tipo de cambio Fischer (2008) concluye diciendo que a medida que los países se desarrollan más, deberían alejarse de los regímenes intermedios, hacia una mayor flexibilidad del tipo de cambio o, en algunos casos, hacia una paridad dura.

Las políticas monetarias y cambiarias son importantes herramientas para promover el desarrollo. Un tipo de cambio estable al igual que estabilidad en los precios (baja inflación) generan una mayor producción del mismo modo para las exportaciones y por lo tanto mayores niveles de inversiones domésticas y extranjera.

1.2. Tipo de cambio en México

México es un país de mercado emergente, (FMI, 2017, p.26) y (Banxico, 2013b), por lo cual busca aumentar su desarrollo, y tiene el esquema de política monetaria conocido como objetivos de inflación³ Banxico (2013a), utilizado por primera vez en Nueva Zelandia y ahora es muy común en países tanto desarrollados como emergentes. Dicho esquema se basa en alcanzar una meta de inflación.

Dentro de los canales de transmisión de la política monetaria se encuentra el tipo de cambio. Si este es de tipo flexible, una apreciación del mismo ocasiona que los bienes extranjeros sean más baratos en comparación con los bienes nacionales, disminuyendo la demanda de bienes nacionales y por consiguiente los precios; adicionalmente, para las empresas que tienen deuda denominada en moneda extranjera o que requieren de materias primas importadas, puede reducir costos si optan por comprar en el extranjero, la demanda de bienes nacionales cae y por tanto la inflación (Banxico, 2016, p.6).

Como se ha visto, el tipo de cambio es un instrumento de ayuda a la política monetaria. Latter

³Aumento generalizado y sostenido de los precios

(1997) afirma sobre el uso del tipo de cambio: “... en conjunción con otros componentes de la política monetaria, con el propósito de lograr los objetivos deseados en las áreas de inflación, (...), pero sin que allí haya necesariamente un objetivo preciso de nivel para el tipo mismo”(p.2). Por esto que la postura de México respecto al tipo de cambio siempre ha sido la de buscar su apreciación, sin embargo, sus objetivos son respecto a inflación y no sobre tipo de cambio.

Tabla 1.2 Resumen de los regímenes cambiarios en México desde 1954.

Fecha	Régimen	Tipos de cambio	Cotizaciones*	
			Inicio	Fin
19 de abril de 1954 - 31 de agosto de 1976	Paridad fija	Fijo	\$ 12.50	\$ 12.50
1º de septiembre de 1976 - 5 de agosto de 1982	Sistema de flotación controlada	Operaciones en billetes/documentos	\$ 20.50	\$ 48.79
6 de agosto de 1982 - 31 de agosto de 1982	Sistema cambiario múltiple	General	\$ 75.33	\$ 104.00
		Preferencial †	\$ 49.13	\$ 49.81
		'Mex-dólar' ‡	\$ 69.50	\$ 69.50
1º de septiembre de 1982 - 19 de diciembre de 1982	Control generalizado de cambios	Preferencial	\$ 50.00	\$ 70.00
		Ordinario	\$ 70.00	\$ 70.00
20 de diciembre de 1982 - 4 de agosto de 1985	Control de cambios	Controlado	\$ 95.05	\$ 281.34
		Especial	\$ 70.00	\$ 281.51
		Libre	\$ 149.25	\$ 344.50
5 de agosto de 1985 - 10 de noviembre de 1991	Flotación regulada	Controlado de equilibrio	\$ 282.30	\$ 3,073.00
		Libre	\$ 344.50	\$ 3,068.90
11 de noviembre de 1991 - 21 de diciembre de 1994	Bandas cambiarias con desliz controlado	“FIX”	\$ 3,074.03	N\$ 3.9970
22 de diciembre de 1994 - 29 de diciembre de 2017**	Libre flotación	“FIX”	N\$ 4.8875	\$ 19.6629

Tomado de Estudio de Banxico (2009).

*Promedio entre compra y venta. Guía: \$ = “viejos pesos”; N\$ = “nuevos pesos”.

**Fecha de termino del estudio en cuestión. Para este punto se entiende \$ como “pesos”

†El tipo de cambio era el mismo para la compra y para la venta.

‡Sólo se cotizaba al tipo de cambio especificado. Vigente del 19 al 31 de agosto de 1982.

1.2.1. Semblanza histórica

A lo largo de su historia México ha contado con diferentes regímenes cambiarios, en la Tabla 1.2 se presentan algunos de ellos, se puede observar la existencia de más de una referencia oficial para la conversión de divisas. De aquí en adelante entiéndase como tipo de cambio al correspondiente de pesos por dólar E.U.A., mencionado también como peso-dólar. Actualmente cuenta con el régimen de libre flotación, como se mostró también la Tabla 1.1.

En la Tabla 1.2 además se muestran las cotizaciones del tipo de cambio, por lo que se observa el aumento de nivel (para 1954 con paridad fija era de \$12.5 mientras para 1985 con flotación regulada se encontraba en \$282.3), que tuvo un punto marcado en la historia nacional determinado por la devaluación del peso, destacando la medida del gobierno mexicano de quitar tres ceros a la moneda y denominarse nuevos pesos (N\$)⁴, dicha modificación se presentó durante el gobierno de Carlos Salinas de Gortari. La designación presentada para la moneda nacional estuvo en uso por un periodo de inclusión de un par de años, actualmente esa denominación se ha abandonado, refiriéndose simplemente como pesos \$.

En la figura 1.2 se muestra el comportamiento que ha tenido el tipo de cambio en un periodo desde enero de 1992 hasta diciembre de 2017, en la cual es notorio el salto presentado a partir del cambio al régimen de bandas cambiarias con desliz controlado a libre flotación, donde también destaca la paulatina depreciación histórica.

1.2.2. El Banco de México y el tipo de cambio

La política monetaria que es dirigida por el banco central, el Banco de México (Banxico), tiene como herramienta al tipo de cambio para desarrollar su política monetaria, señalando que éste no es el objetivo principal, sino que, con la idea del tipo de cambio como canal de transmisión y su uso como indicador nacional frecuentemente toman medidas, indirectamente sobre él.

⁴Decretado en 1992 en el Diario Oficial de la Federación, entrando en vigor el 1 de enero de 1993.

Figura 1.2 Tipo de cambio peso-dólar de 1992 a 2017.

Elaboración propia con datos de Banxico (2018e).

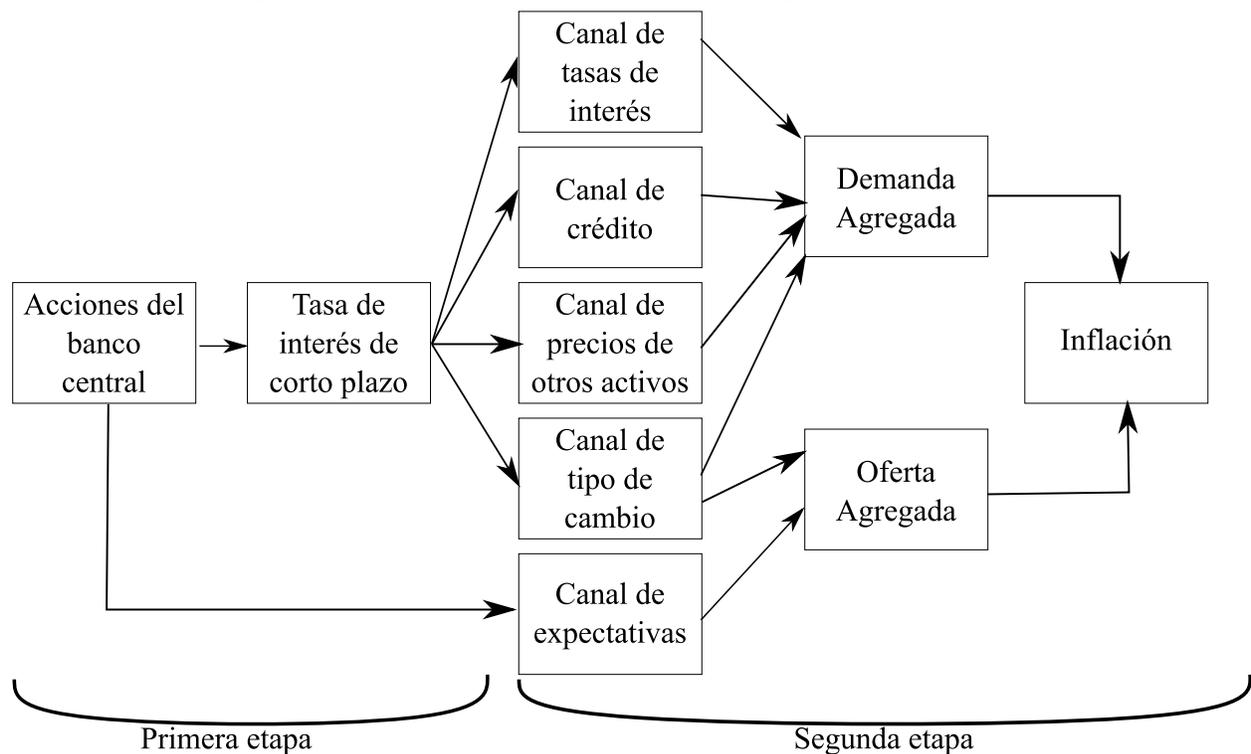
El miedo a flotar, debido a las consecuencias inflacionarias de una devaluación, ha impedido que el esquema de metas de inflación se aplique de manera consistente en México; y aunque este régimen de control monetario supone una mayor comunicación con el público y transparencia en su instrumentación, el uso de la intervención esterilizada en el mercado de cambios oculta el mecanismo de transmisión de la política monetaria y su costo fiscal. (Mántey de Anguiano, 2009, p.73)

Por estos motivos se tiene un registro histórico bastante volátil, ya que algunas de las presiones que son sostenidas, aparentemente, por la intervención del banco central se acumulan, hasta el momento dichas condiciones solo se ven reflejadas en una depreciación paulatina constante y la percepción de una moneda sobrevaluada respecto del nivel que corresponde al tipo de cambio de equilibrio.

(...) En la medida en que se generalizase esta percepción habría expectativas de una

depreciación del peso mexicano y, en términos del mercado cambiario, se acumularían presiones para que ocurriese la depreciación como factor correctivo del desajuste cambiario incluso aunque las probabilidades de ese movimiento correctivo fuesen relativamente bajas (pequeñas inclusive). (López Herrera, Rodríguez Benavides & Ortiz Arango, 2011, p.44)

Figura 1.3 Mecanismo de transmisión de política monetaria.



Fuente: Banxico (2013a).

Se presenta el esquema del mecanismo de transmisión de política monetaria, la cual como ya se ha mencionado es de objetivos de inflación. El banco central tiene como instrumento inmediato a la tasa de interés de corto plazo, la cual puede modificar y se presenta como una primera fase. Posteriormente ésta tasa de interés surte efecto sobre los canales de transmisión, de los cuales en el caso del tipo de cambio es uno de ellos, se muestra la relación de éste con la demanda y oferta agregada que a su vez tienen efecto sobre la inflación, esto en la segunda etapa. Por lo cual se observa la importancia del tipo de cambio para la política monetaria.

1.3. Importancia del tipo de cambio

Lo visto hasta el momento nos muestra la importancia que conlleva el tipo de cambio, como canal de transmisión de la política monetaria , Banxico (2017), como un indicador, y en los apartados siguientes se da una idea de otros aspectos de la economía nacional en los cuales el tipo de cambio juega un papel relevante y tiene con ellos una relación recíproca.

1.3.1. Importancia comercial

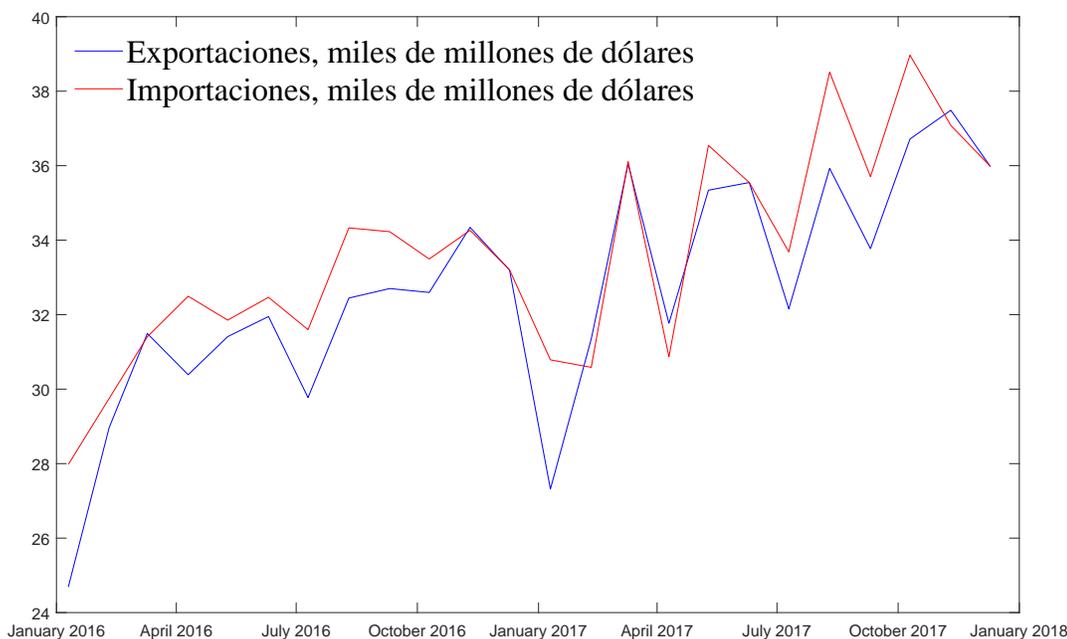
Históricamente el comercio que se tiene entre países es de suma importancia dado que condiciona parte del devenir económico de cada país. Bajo esta premisa, y no solo debido a la cercanía que se tiene con Estados Unidos de Norteamérica como país vecino, sino también por ser este el principal socio comercial de México, aunado a que la gran mayoría de las operaciones internacionales se realizan en dólares. He aquí parte de la importancia del tipo de cambio peso dólar.

Continuamente se requieren acuerdos en cuanto a precios, se necesita de una razón de cambio entre divisas que beneficie a ambas partes, por lo que se generan en este aspecto especulaciones respecto a los niveles futuros del tipo de cambio, cada una de las partes en su propio beneficio.

Sobre las exportaciones e importaciones en relación al tipo de cambio, Casares (2007), en un modelo sobre la relación de aranceles, tipo de cambio y crecimiento económico, encuentra una relación positiva entre depreciación y crecimiento del sector exportador. Lo cual concuerda con lo mencionado anteriormente sobre el tipo de cambio como canal de transmisión de la política monetaria Banxico (2013a).

En la Figura 1.4 se muestran tanto las exportaciones como importaciones mensuales de México, las cuales nos dan una idea del constante requerimiento de tipo de cambio para usos comerciales. Se consideran exportaciones e importaciones por separado debido a que cada una refleja una operación

Figura 1.4 Exportaciones e importaciones 2016-2017, periodicidad mensual.



Elaboración propia con datos de Banxico (2018a) y Banxico (2018b).

independiente⁵, por lo cual tienen impacto en particular sobre el tipo de cambio.

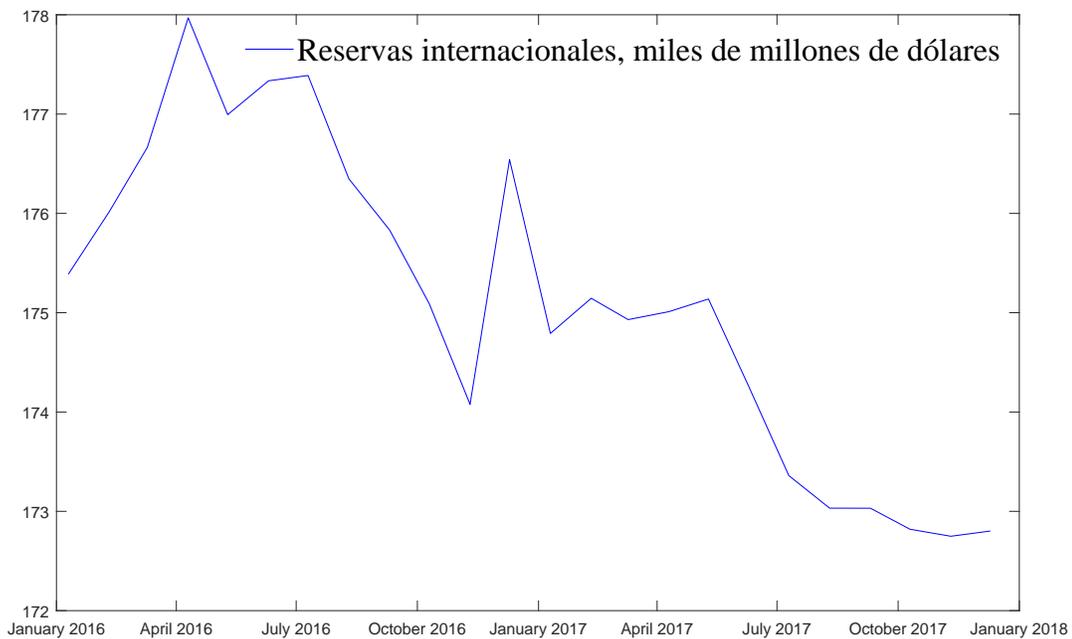
De la gráfica de exportaciones e importaciones podemos destacar su tendencia creciente, la cual es justificada, por una parte porque los datos presentados son valores corrientes, es decir, tienen el efecto de la inflación, y por otro lado se presenta la cifra total, por lo que depende del valor del tipo de cambio, es decir, si el volumen de productos no se modifica pero la razón de cambio si, el valor de la transacción aumenta o disminuye si el tipo de cambio lo hace. Éstas pueden ser razones por las que vemos esta tendencia, sin embargo, en términos generales por el momento solo interesan los valores brutos.

⁵Generalizando la idea, aunque existen acuerdos bilaterales en el comercio.

1.3.2. Reservas internacionales

Tenemos por otro lado las reservas internacionales administradas por el Banco de México, que es la tenencia de activos financieros en el exterior, las cuales rara vez son usadas a manera de seguro, por su condición de gran liquidez. Banxico ha realizado subastas de dólares con precio mínimo, los cuales toma de las reservas internacionales, con el fin de controlar en cierta medida el tipo de cambio. Aunque estas subastas tienen volumen definido por día y recientemente ésta práctica tiene como fin la protección de los de las importaciones y exportaciones ante movimientos del tipo de cambio.

Figura 1.5 Reservas internacionales 2016-2017, periodicidad mensual.



Elaboración propia con datos de Banxico (2018d).

En la figura 1.5 se muestran los niveles mensuales en los que han estado las reservas internacionales, se puede observar como en el periodo de septiembre a diciembre de 2016 tiene una tendencia a disminuir lo cual muestra que en ese periodo, de creciente depreciación del tipo de cambio se emplearon recursos de este rubro para la practica antes mencionada de emplearlos

como activo de liquidez. En general las reservas internacionales tienen una pequeña tendencia a la baja, por lo menos en el periodo que se presenta.

La alta dolarización de pasivos que caracteriza a las economías en desarrollo dificulta el uso del tipo de cambio para estabilizar la balanza de pagos, pues una devaluación tiene graves repercusiones en la solvencia de los agentes económicos. (Mántey, 2013, p.29)

Sobre la relación de países de economías emergentes, como es el caso de México, respecto a sus reservas internacionales De Gregorio (2011) nos dice: “(...) En un esquema de tipo de cambio flotante con metas de inflación, como el practicado en muchas economías emergentes, sería prudente pensar en mecanismos que permitan la acumulación de reservas sin interferir con la flexibilidad cambiaria”(p.88).

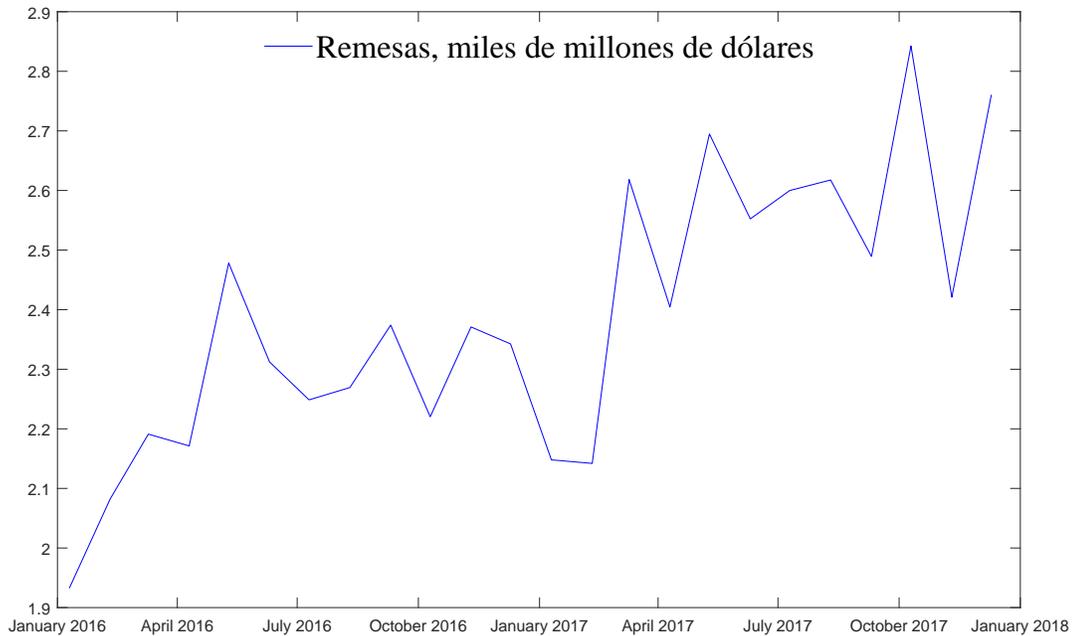
1.3.3. Remesas

Además deben considerarse las remesas que las familias de nuestro país reciben de sus familiares que se encuentran en Estados Unidos, que son transferencias (electrónicas) de dinero⁶ hacia el extranjero mediante compañías especializadas.

Su relación con el tipo de cambio nos la expresa Castillo (2001) en su trabajo en una ecuación para las remesas familiares de Estados Unidos a México: “Los resultados sugieren una elasticidad positiva de largo plazo de las remesas con respecto al PIB de Estados Unidos de casi tres puntos, una elasticidad negativa cercana a la unidad con respecto al PIB de México y una elasticidad negativa con respecto al tipo de cambio”(p.49).

Se presenta la gráfica de las remesas en la Figura 1.6 donde podemos observar que al igual que las importaciones y exportaciones se tiene una tendencia creciente, esto puede ser dado por las condiciones de las transacciones en moneda extranjera descritas anteriormente. Además cabe señalar la proporción que tienen entre sí estos rubros mencionados, ya que las remesas resultan una décima parte de los niveles que se presentan en las exportaciones, por ejemplo.

⁶No se consideran aquellas menores a \$15.

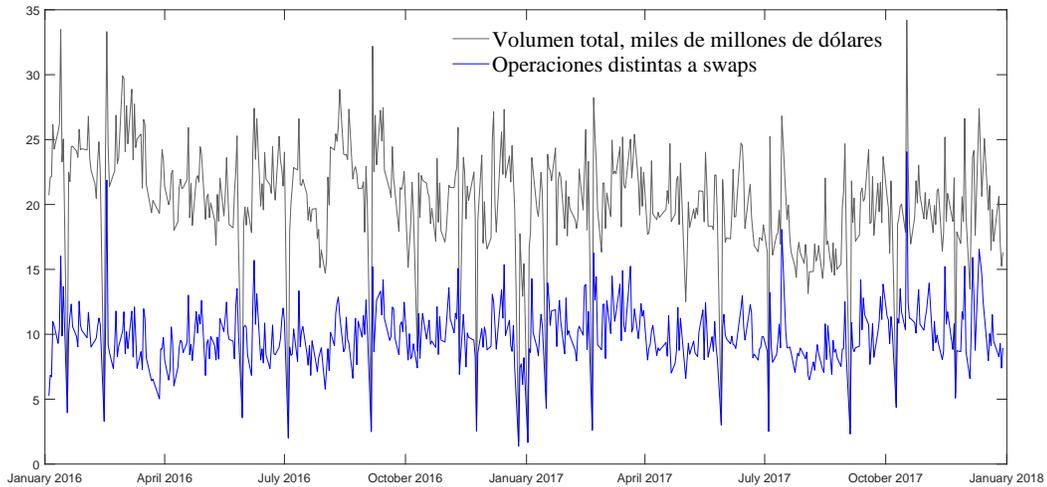
Figura 1.6 Remesas 2016-2017, periodicidad mensual.

Elaboración propia con datos de Banxico (2018c).

A manera de resumen se muestra en la Figura 1.7 el volumen de operaciones que se tiene en el mercado de cambios, en específico sobre el de peso (mexicano)-dólar (estadounidense). Se presenta la distinción entre el volumen total y las operaciones distintas a Swaps, ya que por describirlos de cierta manera, los swaps son contratos a futuro, donde las partes no están obligadas a ejercer sus derechos, es decir, son contratos que en cierto sentido no son concretados, por tal motivo se presenta esta distinción, destacando aquellas operaciones que son, dicho así, concretadas.

Se puede observar que estos registros no presentan tendencias significativas, a pesar de tener grandes fluctuaciones destacando que para finales de 2017 la brecha entre ambos criterios va disminuyendo. Para el caso del volumen total se tienen movimientos aparentemente alrededor de los 23 mil millones de dólares y para las operaciones distintas a swaps sus movimientos son alrededor de los 10 mil millones de dólares.

Figura 1.7 Volumen concentrado en el mercado cambiario.



Elaboración propia con datos de Banxico (2018f).

1.4. Delimitación de variable

La variable a considerar para este estudio será el tipo de cambio pesos por dólar E.U.A., de la cual se trabajará con la serie temporal de enero de 2016 a diciembre de 2017 con periodicidad diaria, considerando los datos otorgados por Banxico, tipo de cambio para solventar obligaciones denominadas en moneda extranjera, fecha de determinación (FIX).

El tipo de cambio FIX es determinado por el Banco de México con base en un promedio de cotizaciones del mercado de cambios al mayoreo para operaciones liquidables el segundo día hábil bancario siguiente y que son obtenidas de plataformas de transacción cambiaria y otros medios electrónicos con representatividad en el mercado de cambios. El Banco de México da a conocer el FIX a partir de las 12:00 horas de todos los días hábiles bancarios, se publica en el Diario Oficial de la Federación (DOF) un día hábil bancario después de la fecha de determinación y es utilizado para solventar obligaciones denominadas en dólares liquidables en la República Mexicana al día siguiente de la publicación en el DOF. (Estudio de Banxico, 2009, p.10).

Por los motivos y relaciones aquí expuestos, agregando además la interacción directa del intercambio de divisas, las herramientas que nos permiten dar conocimiento sobre situaciones futuro, como el caso de un pronóstico⁷, son de gran utilidad para la toma de decisiones y planteamiento de estrategias.

Mención a parte merece el considerar al tipo de cambio como activo de inversión, en particular para peso-dólar, que por su condición de libre flotación, presenta fluctuaciones reflejadas en una alta volatilidad, de la cual se puede tomar ventaja en el corto plazo, en base a especulaciones, sin dejar de lado que en el largo plazo cumple también con esta condición.

⁷Aquellos de corto plazo son primordiales, pero, también son útiles aquellos de largo plazo.

Capítulo 2

Metodología

En este apartado se abordará la metodología en la cual nos apoyamos para la implementación del modelo, así como condiciones que deben cumplir las series temporales para que sean adecuadas a las técnicas planteadas, una de ellas y podría decirse la más importante la estacionariedad, que será mencionada frecuentemente en las siguientes paginas.

Al igual que la estacionariedad la metodología Box-Jenkins será tratada de manera amplia, ya que dentro de las series económicas es un referente en cuanto a modelación y pronósticos, por tal motivo, se le considera un pilar de este estudio.

El tratamiento de series de tiempo es variado, entre los que se encuentra el tratamiento al cambio estructural, el cual es común encontrar en series económicas al igual que la elegida como objeto de estudio, por lo que de igual modo este tema es abordado en las paginas siguientes.

Además se plantean diferentes técnicas para implementar el método de ventanas temporales, del cual se hará uso dentro de este estudio, con el fin de obtener un registro a través del tiempo de los parámetros del modelo que se ha elegido. Con esta idea se agrega una prueba de normalidad con el fin hacer un análisis de los datos obtenidos.

2.1. Series de tiempo

Las características de nuestro objeto de estudio parten de un proceso estocástico el cual Rincón (2012) lo define como: “Un proceso estocástico es una colección de variables aleatorias $\{X_t : t \in T\}$ parametrizada por un conjunto T , llamado espacio parametral, en donde las variables toman valores en un conjunto S llamado espacio de estados”(p.1).

Ahora bien, si registramos las observaciones de dicho proceso tendríamos entonces una serie parametrizada por el tiempo, a lo que comúnmente se le conoce como serie de tiempo.

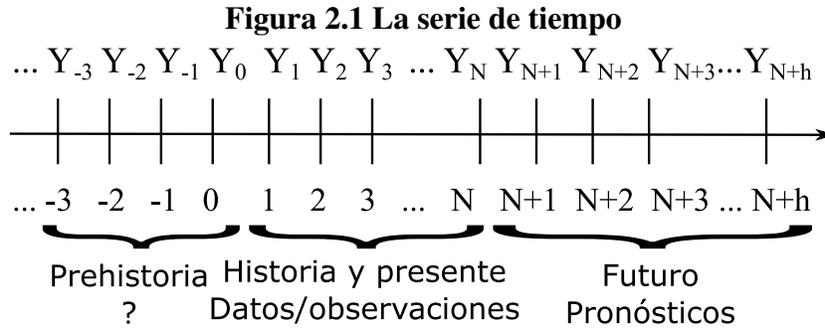
Una serie de tiempo observada, es decir, el conjunto de sus valores o datos conocidos, se acostumbra llamar una realización del proceso estocástico. Esto es, la realización es *una* de todo el conjunto de posibles secuencias o resultados del proceso. Se le llama de esta forma porque, si el fenómeno pudiera ocurrir de nuevo (lo cual en la mayoría de los casos reales es imposible), se supone que se obtendrían resultados diferentes, es decir, una realización distinta.

Por su parte Box y Jenkins (1976) la describe de la siguiente manera: “Una serie de tiempo es un conjunto de observaciones generadas secuencialmente en el tiempo. Si el conjunto es continuo, se dice que la serie de tiempo es *continua*. Si el conjunto es discreto, se dice que la serie de tiempo es *discreta*. Por lo tanto, las observaciones de una serie temporal discreta realizada en el tiempo $T_1, T_2, \dots, T_t, \dots, T_N$ se pueden denotar mediante $Z(T_1), Z(T_2), \dots, Z(T_t), \dots, Z(T_N)$ ”(p.23).

Manteniendo estas ideas González Videgaray (2011) concibe a la serie de tiempo como “Una colección de observaciones cronológicas, es decir, generadas en forma secuencial a través del tiempo. Los datos recabados se ordenan con respecto al tiempo y las observaciones sucesivas suelen ser independientes entre sí ... un proceso estocástico con espacio de estados S continuo o discreto y espacio paramétrico T que también puede ser continuo discreto”(p.15).

El objeto del análisis de series de tiempo es entonces describir el proceso teórico que subyace a la serie de tiempo, en forma de un modelo matemático que contenga propiedades similares al proceso real. Esto nos permite entender mejor dichas propiedades y, sobre todo, elaborar

pronósticos con alto grado de precisión y confiabilidad.



Elaboración propia, tomado de González Videgaray (2011).

De aquí en adelante la serie de tiempo la denotaremos como $\{Y_t\}$. El valor particular Y_t representa la t -ésima observación, es decir, el valor que presentará la serie de tiempo en el momento t . Este valor puede ser conocido para $t = 1, 2, 3, \dots, N$, en estos casos es una constante; o desconocido, en cuyo caso es una variable aleatoria. Es preciso señalar que se utiliza la misma notación para ambos casos y se hace la diferencia a través de la posición en el tiempo, es decir, del valor de t , como se ve en la figura 2.1.

2.1.1. Modelo lineal general y de forma invertida

Considerando que una serie de tiempo Y_t está configurada ya sea por una suma ponderada de choques aleatorios en sucesión o una combinación lineal de los mismos: $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots$, un modelo con las ponderaciones de los errores mencionados puede ser construido. El **modelo lineal general**, entonces, estará formado por los errores aleatorios ponderados, como se muestra a continuación:

$$Y_t = \varepsilon_t + \lambda_1 \varepsilon_{t-1} + \lambda_2 \varepsilon_{t-2} + \lambda_3 \varepsilon_{t-3} + \dots \quad (2.1.1)$$

Bajo ciertas condiciones, este modelo lineal general equivale a lo que se llama **modelo de forma invertida**, donde la serie de tiempo es una suma ponderada de sus valores anteriores, más

el error aleatorio del tiempo t:

$$Y_t = \psi_1 Y_{t-1} + \psi_2 Y_{t-2} + \psi_3 Y_{t-3} + \dots + \varepsilon_t \quad (2.1.2)$$

A continuación se demuestra la equivalencia. Considere el modelo finito de forma lineal general.

$$Y_t = \varepsilon_t + \lambda_1 \varepsilon_{t-1} \quad (2.1.3)$$

Donde $\lambda_2 = \lambda_3 = \dots = 0$. Despejando el valor de ε_t en la ecuación 2.1.3 se tendría:

$\varepsilon_t = Y_t - \lambda_1 \varepsilon_{t-1}$ Si se aplica esta misma ecuación para calcular ε_{t-1} se obtiene lo siguiente:

$$\varepsilon_{t-1} = Y_{t-1} - \lambda_1 \varepsilon_{t-2} \quad (2.1.4)$$

Sustituyendo la ecuación 2.1.4 en 2.1.3 y continuando con este proceso de se llega a los siguientes resultados: $Y_t = \varepsilon_t + \lambda_1(Y_{t-1} - \lambda_1 \varepsilon_{t-2}) \Rightarrow Y_t = \lambda_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t - \lambda_1^2 \varepsilon_{t-2}$

$$Y_t = \lambda_1 Y_{t-1} - \lambda_1^2 Y_{t-2} + \lambda_1^3 Y_{t-3} - \lambda_1^4 Y_{t-4} + \dots + \varepsilon_t \quad (2.1.5)$$

La ecuación 2.1.5 corresponde al modelo de forma invertida donde: $\psi_1 = \lambda_1, \psi_2 = -\lambda_1^2, \psi_3 = \lambda_1^3, \psi_4 = -\lambda_1^4$, etcétera. Entonces se observa que, tomando como punto de partida el modelo general lineal finito de la ecuación 2.1.3, éste resulta equivalente a la expresión del modelo de forma invertida, pero, con un numero infinito de términos. Por supuesto, para que esta equivalencia tenga sentido, se esperaría que $|\lambda_1| < 1$, de manera que los términos mas lejanos en el tiempo tengan menor peso en el modelo.

De manera similar es posible demostrar que un modelo finito de forma invertida como se muestra en la ecuación 2.1.6 puede transformarse en un modelo lineal general infinito, solo al sustituir los valores sucesivos de Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots y dejar la ecuación en función de los errores

aleatorios, como se muestra a continuación.

$$Y_t = \psi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.1.6)$$

Para Y_{t-1} se tiene $Y_{t-1} = \varepsilon_{t-1} + \psi_1 Y_{t-2}$ que al sustituir en 2.1.6 queda $Y_t = \psi_1(\varepsilon_{t-1} + \psi_1 Y_{t-2}) + \varepsilon_t$

$Y_t = \psi_1 \varepsilon_{t-1} + \psi_1^2 Y_{t-2} + \varepsilon_t$, continuando con este proceso se llega a:

$$Y_t = \psi_1 \varepsilon_{t-1} + \psi_1^2 \varepsilon_{t-2} + \psi_1^3 \varepsilon_{t-3} + \psi_1^4 \varepsilon_{t-4} + \dots + \varepsilon_t \quad (2.1.7)$$

La ecuación 2.1.7 corresponde al modelo lineal general donde: $\lambda_1 = \psi_1, \lambda_2 = \psi_1^2, \lambda_3 = \psi_1^3, \lambda_4 = \psi_1^4$, etcétera. De esta manera se ha demostrado que bajo ciertas condiciones el modelo de forma invertida se puede cambiar a la forma lineal general y viceversa.

Además, ya que ambos modelos están integrados por un número infinito de elementos resultan poco prácticos, derivado de esto, se espera que mientras más alejados en el tiempo se encuentren los variables sus ponderaciones resulten menores en valor absoluto, tendiendo a cero, de tal manera que resulten menos relevantes en el modelo.

Partiendo de lo anterior es posible plantear modelos que resuelvan las debilidades de los planteados anteriormente, de modo que cumpla con más características que brinden fortalezas.

2.2. Estacionariedad

Podemos entender por estacionariedad la condición de una serie en la cual sus registros se mueven dentro de cierto rango, el cual puede percibirse como líneas horizontales imaginarias, entre menor sea el la distancia entre estas barreras se presenta en cierto sentido mayor estacionariedad.

Cabe señalar que con lo que se ha dicho se llega a la idea de una línea recta, representación de una constante, sin embargo, la diferencia recae en el hecho de que la estacionariedad permite variaciones en la serie solo que estos deben de ser delimitadas, en cierto sentido.

Conocer si una serie de tiempo es estacionaria, o no, nos permite seleccionar las herramientas que son efectivas en su tratamiento. Si resulta con estacionariedad nos facilita el manejo de la serie, ya que esto nos indica que los valores de la media, la varianza y la función de autocorrelación son independientes del tiempo, por lo que permanecerán constantes.

En caso contrario, la existencia de no estacionariedad nos indica que la serie presenta una posible tendencia que debe ser conocida, además, las funciones de media, varianza y autocorrelación se ven afectada por dicha tendencia, lo que dificulta la generalización de dichas funciones para la serie.

2.2.1. Estacionariedad en sentido fuerte

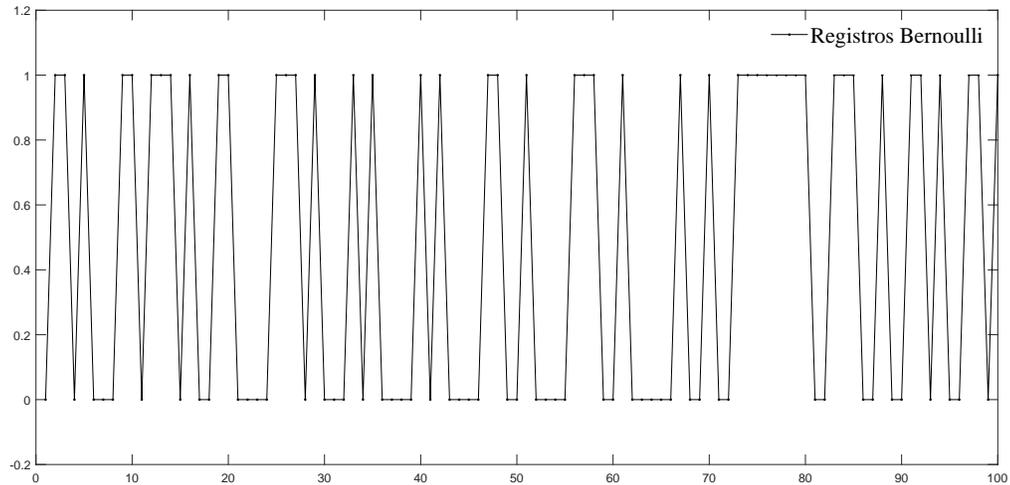
Una serie de tiempo Y_t es estacionaria en sentido fuerte si su función de distribución conjunta de probabilidad permanece idéntica en el tiempo. Es decir, es estacionaria en sentido estricto si y sólo si:

$$f(Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-k}) = f(Y_{t+\tau}, Y_{t-1+\tau}, Y_{t-2+\tau}, \dots, Y_{t-k+\tau}), \forall \tau \in \mathbb{R} \quad (2.2.1)$$

La ecuación 2.2.1 nos indica que la función de distribución conjunta de probabilidad (lado izquierdo) permanece igual o equivalente a pesar de tener un aumento en temporalidad dado por τ , entonces se muestra que un incremento en el tiempo no debería tener influencia sobre dicha función.

Un ejemplo de estacionariedad fuerte se tiene al hacer un registro del proceso estocástico Bernoulli¹, con eventos de acierto o fallo, 1 o 0 respectivamente, y cuya probabilidad es complementaria. En este caso se presenta en la Figura 2.2 el registro de la realización de eventos Bernoulli, presentando una probabilidad del 50% para cada evento. Se perciben las barreras imaginarias descritas anteriormente, además, del comportamiento indiferente al tiempo por lo que para cualquier t el registro se mantiene entre 0 y 1.

¹ $X \sim Ber(p)$ con $p \in (0,1)$, su función de probabilidad es $f(x) = p^x(1-p)^{1-x}$ para $x = 0, 1$.

Figura 2.2 Ejemplo de realización de un proceso Bernoulli (estacionario).

Elaboración propia.

2.2.2. Estacionariedad en sentido débil

Dado que la estacionariedad fuerte es difícil de probar y no es común encontrarla, puede utilizarse un concepto alternativo más sencillo. Se dice que una serie de tiempo es estacionaria en sentido débil, si y sólo si cumple con tres condiciones:

$$1. \text{ Su media es constante en el tiempo} \quad \mathbb{E}[Y_t] = \mathbb{E}[Y_{t+\tau}], \forall \tau \in \mathbb{R} \quad (2.2.2)$$

Si la serie es estacionaria la media podrá estimarse a través del promedio aritmético:

$$\hat{\mu} = \bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Y_t \quad (2.2.3)$$

$$2. \text{ La varianza es constante en el tiempo} \quad \text{Var}(Y_t) = \text{Var}(Y_{t+\tau}) = \gamma_0, \forall \tau \in \mathbb{R} \quad (2.2.4)$$

Si la varianza es constante puede estimarse como se muestra a continuación, estimador insesgado de la varianza.

$$\hat{\gamma}_0^2 = S^2 = \frac{\sum_{t=1}^N (Y_t - \bar{Y})^2}{N - 1} \quad (2.2.5)$$

3. La función de autocorrelación es independiente del tiempo

$$Autocorr(Y_t, Y_{t-k}) = Autocorr(Y_{t+\tau}, Y_{t-k+\tau}) = \rho_k, \forall \tau \in \mathbb{R} \quad (2.2.6)$$

Si la media y la varianza son constantes, entonces la autocorrelación puede expresarse como se muestra a continuación.

$$\rho_k = Corr(Y_t, Y_{t-k}) = \frac{Cov(Y_t, Y_{t-k})}{\sqrt{Var(Y_t)Var(Y_{t-k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (2.2.7)$$

Es evidente que las series económicas, en general, son no estacionarias, sin embargo, es posible que sus derivadas sean estacionarias, como es el caso de la tasa de crecimiento. La gráfica de la serie permite distinguir inestabilidades de primer orden, tales como la tendencia o ciclos en la variable. Sin embargo, es conveniente recurrir a la regresión de la variable sobre el tiempo, es decir: $y_t = \beta_0 + \beta_1 t + u_t$ y evaluar la significancia de la variable tiempo, González Videgaray (2011).

Ahora bien, introducimos elementos mas formales para probar la existencia de componentes inestables en las series de tiempo, partiremos de un modelo ARMA(p,q)

$$y_t = c + \sum_{j=1}^p \phi_j y_{t-j} + \sum_{j=1}^q \theta_j y_{t-j} + \varepsilon_t \quad \text{o bien} \quad \phi_p(L)y_t = c + \theta_q(L)\varepsilon_t$$

Esta relación de la variable con su pasado respectivo y con el pasado y presente de un componente no sistemático, cuya estabilidad depende solamente de la inercia de, definida por el polinomio $\phi_p(L)$, cuyas raíces deben estar fuera del círculo unitario para garantizar estabilidad. Esto es suficiente y necesario para estacionariedad débil.

2.2.3. Prueba Dickey-Fuller

En 1979 David A. Dickey y Wayne A. Fuller publican su trabajo titulado *Distribution of the estimators for autorregresive time series whit a unit root* donde describen una prueba para la detección de raíz unitaria en series de tiempo, convirtiéndose en una prueba que permite detectar estacionariedad, en particular del tipo débil.

Considere el caso de primer orden: $Y_t = \alpha Y_{t-1} + \varepsilon_t$ o bien $(1 - \alpha L)y_t = \varepsilon_t$ (2.2.8)

Teniendo n observaciones y_1, y_2, \dots, y_n el estimador de α esta dado por:

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{t=1}^n Y_t Y_{t-1}}{\sum_{t=1}^n (Y_{t-1})^2}$$

Este proceso es estacionario si, y solamente si, $|\alpha| < 1$, y es inestable si $\alpha \geq 1$, de aquí definimos $H_0 : \alpha \geq 1$ vs $H_1 : \alpha < 1$ que nos permiten evaluar la estabilidad de la serie. Sin embargo, esta hipótesis se contrasta probando simplemente la igualdad contra la desigualdad alternativa

$$H_0 : \alpha = 1 \text{ vs } H_1 : \alpha < 1$$

y ésta es la prueba formal de si la raíz del proceso es unitaria². Bajo la hipótesis nula el proceso es inestable y bajo la alternativa el proceso es débilmente estacionario. Es importante notar que solamente interesa para la hipótesis alternativa de estacionariedad que el parámetro tome valores menores a la unidad. Para evaluar esta hipótesis, es posible sustraer y_{t-1} en ambos lados de la igualdad de la ecuación de primer orden para obtener la relación equivalente $\nabla y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t$ donde $\nabla y_t = (1 - L)y_t = y_t - y_{t-1}$ y $\phi = \alpha - 1$, de manera que la hipótesis de estacionariedad se puede contrastar equivalentemente analizando la significancia de ϕ en la relación anterior contra la alternativa de que el coeficiente sea negativo, ya que $\alpha \geq 1 \Leftrightarrow \phi =$

²En este caso se tendría $Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$, un proceso conocido como caminata aleatoria, el cual no es estacionario.

$\alpha - 1 \geq 0$, es decir

$$H_0 : \phi = 0 \text{ vs } H_1 : \phi < 0$$

Este proceso también es aplicado a modelos con elemento de intercepto (c) $Y_t = c + \alpha Y_{t-1} + \varepsilon_t$, e intercepto y tendencia (βt) $Y_t = c + \beta t + \alpha Y_{t-1} + \varepsilon_t$ Dickey y Fuller (1979).

De la prueba Dickey-Fuller se puede destacar que solo se describe la no estacionariedad en función de un rezago, es decir, solo la dependencia, por así decirlo, del antecesor inmediato, sin embargo, es posible que una serie presente dependencia de más rezagos y no necesariamente solo de su antecesor (t-1).

Se ha presentado esta prueba como punto de partida para aquellas de las que se hará uso en el presente trabajo y dar así una idea de las pruebas de estacionariedad.

2.2.4. Prueba Dickey-Fuller aumentada

Ante las limitaciones de su prueba Dickey-Fuller publican en 1981 su trabajo titulado *Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root*, en donde su trabajo anterior sobre raíz unitaria lo generalizan a un grado de orden p en procesos autorregresivos.

Entonces, para el caso general de orden P se utiliza la prueba de Dickey-Fuller Aumentada (DFA)³, que se basa en encontrar la significancia de y_t en la ecuación dada por Dickey y Fuller (1981).

$$\nabla y_t = \phi y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} a_j \nabla y_{t-j} + \varepsilon_t \quad (2.2.9)$$

Es decir

$$H_0 : \phi = 0 \text{ vs } H_1 : \phi < 0$$

³A pesar de ser una prueba de mayor orden en relación con DF solo prueba la existencia de estacionariedad en sentido débil.

Para justificar este procedimiento, note que

$$\begin{aligned}
 \alpha_{p-1}y_{t-p+1} + \alpha_p y_{t-p} &= \alpha_{p-1}y_{t-p+1} + (\alpha_p y_{t-p+1} - \alpha_p y_{t-p+1}) + \alpha_p y_{t-p} = \\
 &= (\alpha_{p-1} + \alpha_p)y_{t-p+1} + a_{p-1}\nabla y_{t-p+1} \quad \text{donde } a_{p-1} = -\alpha_p. \text{ De igual forma} \\
 \alpha_{p-2}y_{t-p+2} + (\alpha_{p-1} + \alpha_p)y_{t-p+1} &= \\
 = \alpha_{p-2}y_{t-p+2} + [(\alpha_{p-1} + \alpha_p)y_{t-p+2} - (\alpha_{p-1} + \alpha_p)y_{t-p+2}] + (\alpha_{p-1} + \alpha_p)y_{t-p+1} = \\
 &= (\alpha_{p-2}\alpha_{p-1} + \alpha_p)y_{t-p+2} + a_{p-2}\nabla y_{t-p+2}
 \end{aligned}$$

donde $a_{p-1} = -(\alpha_{p-1} + \alpha_p)$. Combinando ambas relaciones se tiene

$$\begin{aligned}
 \alpha_{p-2}y_{t-p+2} + \alpha_{p-1}y_{t-p+1} + \alpha_p y_{t-p} &= \alpha_{p-2}y_{t-p+2} + (\alpha_{p-1} + \alpha_p)y_{t-p+1} + a_{p-1}\nabla y_{t-p+1} = \\
 &= (\alpha_{p-2}\alpha_{p-1} + \alpha_p)y_{t-p+2} + a_{p-2}\nabla y_{t-p+2} + a_{p-1}\nabla y_{t-p+1}
 \end{aligned}$$

y prosiguiendo de la misma forma se llega a que

$$\sum_{j=1}^p \alpha_j y_{t-j} = \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \dots + \alpha_p y_{t-p} = \alpha y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} a_j \nabla y_{t-j}$$

donde $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_p$ y $a_j = -(\alpha_{j+1} + \dots + \alpha_p) = \sum_{i=j+1}^p \alpha_i$; $j = 1, \dots, p-1$. Con esto, la ecuación general de orden p se puede expresar como

$$y_t = \sum_{j=1}^p \alpha_j y_{t-j} + \varepsilon_t = \alpha y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} a_j \nabla y_{t-j} + \varepsilon_t$$

y la ecuación para la prueba de raíces unitarias DFA sigue de substraer un rezago de la variable endógena en ambos lados de esta relación, definiendo $\phi = \alpha - 1$. Es importante notar que, cuando existe una raíz unitaria se tiene que $0 = \alpha_p(1) = 1 - \sum_{j=1}^p \alpha_j(1^j) = 1 - \sum_{j=1}^p \alpha_j = 1 - \alpha$ de donde se sigue igualmente que $\alpha = 1$, o bien que $\phi = \alpha - 1 = 0$. Sabau García (2011)

De este modo se puede expresar la influencia que tiene, no solo y_{t-1} sino hasta en un orden mayor (y_{t-p}), el pasado en la serie en función de solo un parámetro, ϕ .

Ésta prueba se encuentra programada y a disponible para su uso en el software MATLAB, por lo que se hará uso de ella, es entonces que los resultados que se ofrecen son la elección entre: 0 para hipótesis nula, no estacionariedad, y 1 para hipótesis alternativa, existencia de estacionariedad en la serie. Además del conocido como p-valor, que se entiende como la probabilidad de fallo de la hipótesis alternativa. Lo que se esperaría entonces para estacionariedad es un p-valor menor a 0.05. Esto puede entenderse como entre menor sea el p-valor mas cerca se encuentra la serie de la condición de estacionariedad.

2.2.5. Prueba Phillips-Perron

Con el fin de tener una doble confirmación, por así decirlo, se presenta una tercera prueba de estacionariedad (en sentido débil) que es conocida como Phillips-Perron, propuesta por Peter C. B. Phillips and Pierre Perron en 1988 en su trabajo *Testing for a unit root in time series regression*, la cual deriva de la propuesta de Dickey y Fuller (1981).

$$\nabla y_t = \mu + \phi y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \alpha_j \nabla y_{t-j} + v_t \quad \text{con} \quad v_t = \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1} \quad (2.2.10)$$

$$H_o : \phi = 0 \quad vs \quad H_1 : \phi < 0 \quad \text{Phillips y Perron (1988).}$$

En la ecuación 2.2.10 podemos observar su semejanza con la presentada en 2.2.9, el hecho de ambas ya asumen un orden p; en la propuesta de Phillips y Perron (1988) se agrega además un elemento de intercepto y en la parte del componente aleatorio, v_t , éste es descrito como un proceso adicional.

De igual modo que para DFA esta prueba, PP, también se encuentra disponible en MATLAB, y sus resultados se interpretan de la misma manera que par DFA.

Las pruebas descritas en este apartado permiten identificar estacionaridad en sentido débil,

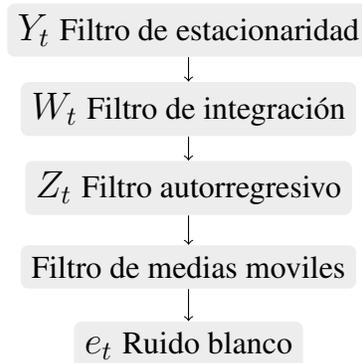
por lo que en base a la existencia de las barreras imaginarias que indicarían que una serie es estacionaria, las pruebas DFA y PP permiten, por así decirlo, la existencia de valores atípicos en la serie que sobrepasen las barreras planteadas, sin que esto afecte la estacionariedad de la serie.

2.3. Metodología Box-Jenkins

Muchas son las metodologías y modelos que nos ayudan a describir el comportamiento de las series temporales, tal es el caso de las propuestas por Box y Jenkins (1976), que hoy en día siguen teniendo modificaciones que permitan modelar de mejor forma la realidad.

Time series analysis: forecasting and control, libro de George E. P. Box Gwilym M. Jenkins publicado en 1976, en el que se mencionan cuatro aplicaciones prácticas del pronóstico de series de tiempo: planeación económica y financiera, planeación de la producción, control de inventarios y producción, así como control y optimización de procesos industriales.

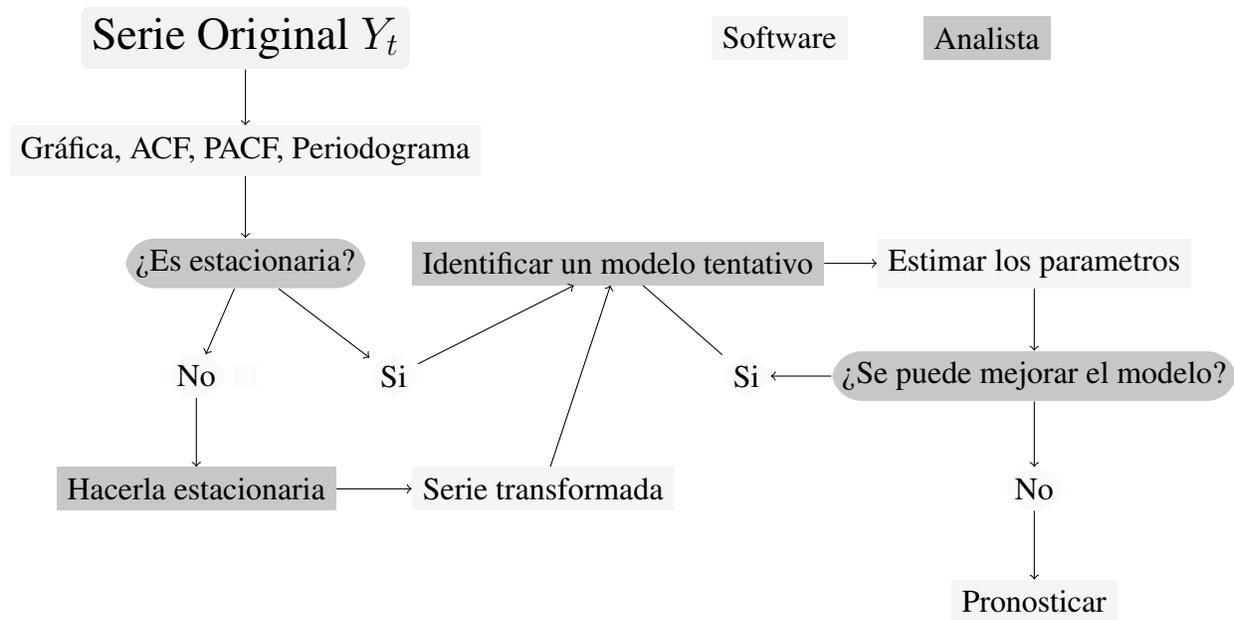
Figura 2.3 Enfoque de Box-Jenkins.



Fuente: González Videgaray (2011).

La metodología Box-Jenkins radica en la extracción de movimientos predecibles de los datos observados y separarlos de la parte que no es predecible o que resulta aleatoria. La serie de tiempo esta integrada por varios componentes, en ocasiones también llamados filtros, debido a que la esencia de este método consiste en detectar los distintos componentes y separarlos usando los “filtros” que corresponden, hasta obtener residuales no predecibles que presentan un

Figura 2.4 Metodología de Box-Jenkins.



Fuente: González Videgaray (2011).

comportamiento con poca influencia en el resultado y con semejanza al ruido blanco, $N \sim (0, 1)$.

El enfoque Box-Jenkins hace principalmente uso de tres filtros lineales: el autoregresivo, el de integración y el de medias móviles, como se puede ver en la figura 2.3.

A continuación se trataran y analizaran modelos estacionarios con mayor complejidad y sistematicidad que los mencionados anteriormente (modelo lineal general y modelo de forma invertida), pero sin incluir relaciones con otras variables observables. Sin embargo, por generalidad se permite el uso de una constante (c), a excepción de ésta todos los componentes serán no deterministas (g_t): provenientes del pasado del mismo tipo de proceso y/o de no observables, como en el caso del ruido blanco (ε_t) que representará su componente no sistemático.

Los procesos a analizar serán de la forma:
$$y_t = c + g_t + \varepsilon_t = c + u_t ; u_t = g_t + \varepsilon_t \quad (2.3.1)$$

La construcción de modelos adecuados para este tipo de procesos ayuda en dos formas: por un lado proporcionaran modelos simples para producir pronósticos de variables que no sean el principal

foco de interés con una metodología relativamente sencilla. Por el otro lado permitirán construir una teoría bastante general para el tratamiento de los errores de regresión en modelos que aun no están bien contruidos y mantienen en el error componentes sistemáticos, como es el caso de las relaciones a largo plazo.

2.3.1. Modelo de Medias Móviles (MA)

Tomando como punto de partida el modelo lineal general y considerando un número finito de variables q (errores aleatorios ponderados) es posible construir un modelo más económico. La ecuación 2.3.2 nos muestra la estructura del **modelo de medias móviles**⁴ denotado por MA(q) ya que contiene q variables históricas autorregresivas (*Moving Averages Model*).

$$Y_t = \varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \theta_2\varepsilon_{t-2} + \theta_3\varepsilon_{t-3} + \cdots + \theta_{q-1}\varepsilon_{t-q-1} + \theta_q\varepsilon_{t-q} \quad (2.3.2)$$

Donde las ε_t son ruido blanco, es decir, variables aleatorias independientes que siguen una distribución Normal con media cero y varianza constante σ^2 .

De modo que el modelo MA(1) tiene la siguiente estructura: $Y_t = \varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1} \quad (2.3.3)$

Mientras que el modelo MA(2) sería: $Y_t = \varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \theta_2\varepsilon_{t-2}$

Ahora cabe preguntarse: ¿estos modelos son estacionarios en sentido amplio? A continuación se revisará en particular el modelo MA(1).

⁴El nombre fue acuñado por Box y Jenkins (1976), sin embargo, resulta poco apropiado porque en realidad no se están calculando promedios y, además, existe otra metodología de pronóstico con el mismo nombre de medias móviles y otras bases teóricas. Sin embargo el nombre ha permanecido así.

Modelo MA(1)

Para verificar si el modelo MA(1) (ecuación 2.3.3) es estacionario en sentido amplio, se revisaran las tres condiciones establecidas en la Sección 2.2.2:

1. Media constante:
$$\mathbb{E}[Y_t] = \mathbb{E}[\varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1}] = \mathbb{E}[\varepsilon_t] + \mathbb{E}[\theta_1\varepsilon_{t-1}] = 0 \quad (2.3.4)$$

Por lo cual la media es constante independientemente del valor del coeficiente θ_1 .

2. Varianza constante:

$$Var(Y_t) = Var(\varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1}) = Var(\varepsilon_t) + Var(\theta_1\varepsilon_{t-1}) = \sigma^2 + \theta_1^2\sigma^2 = (1 + \theta_1^2)\sigma^2 \quad (2.3.5)$$

Por lo tanto la varianza es constante (y positiva) independientemente del valor de θ_1 . Esto significa que el modelo MA(1) **no tiene condiciones de estacionariedad**.

3. La función de autocorrelación ACF debe depender únicamente del intervalo k entre dos variables y no de su posición en el tiempo t. Si se revisa cada una de las autocovarianzas considerando que la media es cero, se tendrá para k = 1:

$$\gamma_1 = Autocov(Y_t, Y_{t-1}) = \mathbb{E}[(\varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1})(\varepsilon_{t-1} + \theta_1\varepsilon_{t-2})] = -\theta_1\mathbb{E}[\varepsilon_{t-1}^2] = -\theta_1\sigma^2 \quad (2.3.6)$$

Para k = 2:
$$\gamma_2 = Autocov(Y_t, Y_{t-2}) = \mathbb{E}[(\varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1})(\varepsilon_{t-2} + \theta_1\varepsilon_{t-3})] = 0$$

Para $k = 3, 4, 5, \dots$: $\gamma_k = 0$. A partir de estos resultados, se concluye que la función de autocorrelación o ACF de un modelo MA(1) será:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \begin{cases} \frac{-\theta_1}{1 + \theta_1^2} & \text{para } k = 1 \\ 0 & \text{para } k = 2, 3, 4, \dots \end{cases} \quad (2.3.7)$$

Si bien se ha concluido que el modelo MA(1) no tiene condiciones de estacionariedad,

recuérdese que partimos de un modelo lineal general, que bajo ciertas condiciones equivale al modelo de forma invertida (modelo $AR(\infty)$) como se mostró en la ecuación 2.1.5. Por lo tanto para que la ecuación tenga sentido, se requiere imponer ahora una condición de invertibilidad, la cual implica que $|\theta_1| < 1$.

MA(q)

La ecuación general del modelo MA(q) se muestra en la ecuación 2.3.2. De acuerdo con lo que se ha visto hasta aquí, puede generalizarse para el modelo MA(q) lo siguiente:

- Carece de condiciones de estacionariedad para sus parámetros, es decir, *siempre* es estacionario.
- Tiene condiciones de invertibilidad para sus parámetros.
- La ACF se trunca en $k = q$.
- La PACF es decreciente infinita, con variantes que dependen de los signos y magnitudes de los coeficientes.

2.3.2. Modelo Autorregresivo (AR)

De manera similar al modelo de medias móviles pero ahora tomando como punto de partida el modelo de forma invertida, es posible construir un modelo más económico que únicamente contenga algunas de las variables históricas ponderadas, más el error aleatorio asociado. El modelo que se muestra en la ecuación 2.3.8 recibe el nombre de **modelo autorregresivo** (*AutoRegresive Model*) y se denota por AR(p) dado que contiene p variables históricas autorregresivas.

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \phi_3 Y_{t-3} + \cdots + \phi_{p-1} Y_{t-p-1} + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.3.8)$$

Donde las ε_t son ruido blanco, es decir, variables aleatorias independientes que siguen una distribución Normal con media cero y varianza constante σ^2 .

De modo que el modelo AR(1) presenta la siguiente estructura: $Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$ (2.3.9)

Mientras que el modelo AR(2) sería: $Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t$

Ahora cabe preguntarse: ¿estos modelos son estacionarios en sentido amplio? A continuación se revisará en particular el modelo AR(1).

Modelo AR(1)

Para verificar si el modelo AR(1) (ecuación 2.3.9) es estacionario en sentido amplio, se revisaran las tres condiciones establecidas en la Sección 2.2.2:

1. Media constante:
$$\mathbb{E}[Y_t] = \mathbb{E}[\phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t] = \mathbb{E}[\phi_1 Y_{t-1}] + \mathbb{E}[\varepsilon_t] = \phi_1 \mathbb{E}[Y_{t-1}]$$

Si la serie de tiempo Y_t es estacionaria y la media es constante, debería cumplirse que $\mathbb{E}[Y_t] = \mathbb{E}[Y_{t-1}] = \mu$ y por lo tanto:

$$\mu = \phi_1 \mu \quad (1 - \phi_1)\mu = 0 \quad \mu = \frac{0}{1 - \phi_1} \quad \mu = 0 \quad (2.3.10)$$

Así, la media será cero siempre y cuando $\phi_1 \neq 1$. Puede notarse que también es posible agregar una constante al modelo y en ese caso, la media sería igual a dicha constante dividida entre $(1 - \phi_1)$.

2. Varianza constante:

$$Var(Y_t) = Var(\phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t) = Var(\phi_1 Y_{t-1}) + Var(\varepsilon_t) = \phi_1^2 Var(Y_{t-1}) + \sigma^2$$

Si la serie de tiempo es estacionaria y la varianza es constante, debería cumplirse que $Var(Y_t) = Var(Y_{t-1}) = \gamma_0$ y por lo tanto:

$$\gamma_0 = \phi_1^2 \gamma_0 + \sigma^2 \quad (1 - \phi_1^2) \gamma_0 = \sigma^2 \quad \gamma_0 = \frac{\sigma^2}{1 - \phi_1^2} \quad (2.3.11)$$

Dado que la varianza debe ser positiva ($\gamma_0 > 0$), será constante siempre y cuando se cumpla que:

$$1 - \phi_1^2 > 0 \quad \phi_1^2 < 1 \quad \phi_1 < 1 \quad (2.3.12)$$

Así de acuerdo con la ecuación 2.3.12 el modelo AR(1) tiene una **condición de estacionariedad** que incluye la condición que se había planteado anteriormente para la media constante.

3. La función de autocorrelación ACF debe depender únicamente del intervalo k entre dos variables y no de su posición en el tiempo t. Si se revisa cada una de las autocovarianzas considerando que la media es cero, se tendrá para k = 1:

$$\gamma_1 = Autocov(Y_t, Y_{t-1}) = \mathbb{E}[(\phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t) Y_{t-1}] = \phi_1 \mathbb{E}[Y_{t-1}^2] + \mathbb{E}[\varepsilon_t Y_{t-1}] = \phi_1 \gamma_0$$

Para k = 2:

$$\gamma_2 = Autocov(Y_t, Y_{t-2}) = \mathbb{E}[(\phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t) Y_{t-2}] = \phi_1 \mathbb{E}[Y_{t-1} Y_{t-2}] + \mathbb{E}[\varepsilon_t Y_{t-2}] = \phi_1 \gamma_1 = \phi_1^2 \gamma_0$$

Para k = 3:

$$\gamma_3 = Autocov(Y_t, Y_{t-3}) = \mathbb{E}[(\phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t) Y_{t-3}] = \phi_1 \mathbb{E}[Y_{t-1} Y_{t-3}] + \mathbb{E}[\varepsilon_t Y_{t-3}] = \phi_1 \gamma_2 = \phi_1^3 \gamma_0$$

Y así sucesivamente, de modo que para $K = 1, 2, 3, \dots$:

$$\gamma_k = \text{Autocov}(Y_t, Y_{t-k}) = \mathbb{E}[(\phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t) Y_{t-k}] = \phi_1 \mathbb{E}[Y_{t-1} Y_{t-k}] + \mathbb{E}[\varepsilon_t Y_{t-k}] = \phi_1 \gamma_{k-1} = \phi_1^k \gamma_0 \quad (2.3.13)$$

A partir de estos resultados se concluye que la función de autocorrelación o ACF de un modelo AR(1) estacionario será:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \phi_1^k \quad (2.3.14)$$

Dado que la condición de estacionariedad implica que $|\phi_1| < 1$, por lo que la ACF de un modelo AR(1) será siempre decreciente infinita.

Por otro lado, es posible analizar la función de autocorrelación parcial o PACF de este modelo. Puesto que la única variable autorregresiva que tiene contribución en este caso es Y_{t-1} y dicha contribución tiene el valor del coeficiente ϕ_1 , se tiene que la PACF se trunca en el valor de $k = 1$ y es cero para el resto de los casos.

Modelo AR(p)

La ecuación general del modelo AR(p) mostrada en 2.3.8.

De acuerdo con lo visto anteriormente, para el modelo AR(p) es posible generalizar que:

- Tendrá condiciones de estacionariedad para sus parámetros.
- La ACF es decreciente infinita, con variantes que dependen de los signos y magnitudes de los coeficientes.
- La PACF se trunca en $k = p$

Ya que se ha partido de un modelo de forma invertida, de forma similar se puede llegar al modelo lineal general como se muestra en la ecuación 2.1.7.

2.3.3. Modelo Autorregresivo y de Medias Móviles (ARMA)

Es posible mezclar los modelos AR(p) y MA(q), de tal manera que podamos tener una clase más amplia, los modelos llamados ARMA(p,q), los cuales contienen p + q parámetros, como se muestra en la ecuación 2.3.15. Estos modelos presentan condiciones tanto de estacionariedad e invertibilidad.

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad (2.3.15)$$

Modelo ARMA(1,1)

De esta familia de modelos tenemos el caso del ARMA(1,1), que es el que presenta menos parámetros y se muestra en la ecuación 2.3.16, cuyas características se muestran a continuación.

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.3.16)$$

1. Media constante: $\mathbb{E}[Y_t] = \mathbb{E}[\phi_1 Y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t] = \mathbb{E}[\phi_1 Y_{t-1}] + \mathbb{E}[\theta_1 \varepsilon_{t-1}] + \mathbb{E}[\varepsilon_t] = \phi_1 \mathbb{E}[Y_{t-1}]$

Este resultado es el mismo que el mostrado para un modelo AR(1) en la ecuación 2.3.10, por lo que podemos concluir que $\mathbb{E}[Y_t] = 0$

2. Varianza constante: Para encontrar el valor de la varianza se tomó el procedimiento que muestra Guerrero Guzmán (2003), con lo cual iniciamos con las funciones de autocovarianza.

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= \text{Autocov}(\hat{Y}_t, Y_t) = \mathbb{E}[(\phi_1 Y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t) Y_t] = \phi_1 \mathbb{E}[Y_{t-1} Y_t] + \theta_1 \mathbb{E}[\varepsilon_{t-1} Y_t] + \mathbb{E}[\varepsilon_t Y_t] = \\ &= \phi_1 \gamma_1 + \theta_1 \{ \phi_1 \mathbb{E}[\varepsilon_{t-1} Y_{t-1}] + \theta_1 \sigma^2 \} + \sigma^2 = \phi_1 \gamma_1 + \theta_1 \phi_1 \mathbb{E}[\varepsilon_t Y_t] + \theta_1^2 \sigma^2 + \sigma^2 = \phi_1 \gamma_1 + \theta_1 \phi_1 \sigma^2 + \theta_1^2 \sigma^2 + \sigma^2 \\ \gamma_0 &= \phi_1 \gamma_1 + (\theta_1 \phi_1 + \theta_1^2 + 1) \sigma^2 \end{aligned} \quad (2.3.17)$$

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= \text{Autocov}(\hat{Y}_t, Y_{t-1}) = \mathbb{E}[(\phi_1 Y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t) Y_{t-1}] = \phi_1 \mathbb{E}[Y_{t-1}^2] + \theta_1 \mathbb{E}[\varepsilon_{t-1} Y_{t-1}] + \mathbb{E}[\varepsilon_t Y_{t-1}] = \\ &= \phi_1 \mathbb{E}[Y_t^2] + \theta_1 \mathbb{E}[\varepsilon_t Y_t] + 0 = \phi_1 \gamma_0 + \theta_1 \sigma^2 \quad \gamma_1 = \phi_1 \gamma_0 + \theta_1 \sigma^2\end{aligned}\quad (2.3.18)$$

Al resolver el sistema de ecuaciones dado por 2.3.17 y 2.3.18 se obtiene la varianza, que cumple con la condición de ser independiente del tiempo.

$$\text{Var}(Y_t) = \text{Var}(\phi_1 Y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t) \quad \gamma_0 = \frac{(1 + \theta_1^2 + 2\phi_1 \theta_1) \sigma^2}{1 - \phi_1^2} \quad (2.3.19)$$

Dado que la varianza debe ser positiva ($\gamma_0 > 0$), será constante siempre y cuando se cumpla que:

$$1 - \phi_1^2 > 0 \quad \phi_1^2 < 1 \quad \phi_1 < 1 \quad (2.3.20)$$

Así de acuerdo con lo que se muestra en las condiciones de 2.3.20, el modelo ARMA(1,1) conserva la **condición de estacionariedad** que viene dada por la parte autoregresiva del modelo.

3. La función de autocorrelación ACF debe depender únicamente del intervalo k entre dos variables y no de su posición en el tiempo t. Si se revisa cada una de las autocovarianzas considerando que la media es cero, habiendo ya encontrado los valores para k = 0 y k = 1, se tendrá para k = 2:

$$\gamma_2 = \mathbb{E}[(\phi_1 Y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t) Y_{t-2}] = \phi_1 \mathbb{E}[Y_{t-1} Y_{t-2}] + \theta_1 \mathbb{E}[\varepsilon_{t-1} Y_{t-2}] + \mathbb{E}[\varepsilon_t Y_{t-2}] = \phi_1 \gamma_1$$

Para k = 3:

$$\gamma_3 = \mathbb{E}[(\phi_1 Y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t) Y_{t-3}] = \phi_1 \mathbb{E}[Y_{t-1} Y_{t-3}] + \theta_1 \mathbb{E}[\varepsilon_{t-1} Y_{t-3}] + \mathbb{E}[\varepsilon_t Y_{t-3}] = \phi_1 \gamma_2 = \phi_1^2 \gamma_1$$

Y así sucesivamente, de modo que para K = 1, 2, 3, ... :

$$\gamma_k = \mathbb{E}[(\phi_1 Y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t) Y_{t-k}] = \phi_1 \mathbb{E}[Y_{t-1} Y_{t-k}] + \theta_1 \mathbb{E}[\varepsilon_{t-1} Y_{t-k}] + \mathbb{E}[\varepsilon_t Y_{t-k}] = \phi_1 \gamma_{k-1} \quad (2.3.21)$$

A partir de estos resultados se concluye que la función de autocorrelación o ACF de un modelo

ARMA(1,1) estacionario será:

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & \text{para } k = 0 \\ \frac{(\phi_1 + \theta_1)(1 + \phi_1\theta_1)}{1 + \theta_1^2 + 2\phi_1\theta_1} & \text{para } k = 1 \\ \phi_1\rho_{k-1} & \text{para } k \geq 2 \end{cases} \quad (2.3.22)$$

Es posible verificar que el modelo ARMA(1,1) equivale a un modelo AR(∞), por ello su PACF sera decreciente infinita. Por otro lado también puede mostrarse su equivalencia a un modelo MA(∞). Por ello, este modelo tiene una condición de estacionariedad ($|\phi_1| < 1$) y una condición de invertibilidad ($|\theta_1| < 1$).

Modelo ARMA(p,q)

El modelo ARMA(p,q) se forma al mezclar el modelo AR(p) con el modelo MA(q). contiene p + q parámetros que corresponden a p variables autorregresivas y q + 1 errores aleatorios. su estructura se muestra en la ecuación 2.3.15.

Estos modelos, como puede suponerse y se mostró en el caso particular p = 1, q = 1, tendrá tanto condiciones de estacionariedad como de invertibilidad, ya que poseen parte AR y parte MA. Del mismo modo, su ACF será decreciente infinita, con un efecto de la parte MA que termina en k = q y su PACF será decreciente infinita, con un efecto de la parte AR que desaparece después de k = p.

Dualidad de los modelos

Como se ha visto en las secciones anteriores, existe una especie de dualidad entre los procesos AR y los procesos MA, la cual se entiende dado que estos procesos derivan del modelo lineal general y modelo de forma invertida que a su vez también presentan dualidad. En la tabla 2.1 se resume la información de los modelos explicados hasta el momento.

Tabla 2.1 Dualidad y resumen de modelos ARMA.

Modelo	Equivale a	CE*	CI**	ACF	PACF
AR(p)	MA(∞)	Sí	No	Decreciente infinita	Se trunca en $k = p$
MA(q)	AR(∞)	No	Sí	Se trunca en $k = q$	Decreciente infinita
ARMA(p,q)	AR(∞) MA(∞)	Sí	Sí	Decreciente infinita	Decreciente infinita

CE* Condiciones de estacionariedad.

CI** Condiciones de invertibilidad.

Fuente: Elaboración propia, tomado de (González Videgaray, 2011, p.79).

2.3.4. Modelo Autorregresivo Integrado y de Medias Móviles (ARIMA)

Los modelos Autorregresivos Integrados y de Medias Móviles (ARIMA) pueden ser vistos como una generalización de los modelos ARMA mencionados previamente. Se agrega un elemento diferenciador dado por la letra I basado en un estudio realizado por Yaglom (1955), quien sugirió que un tipo de no estacionariedad mostrado por algunas series de tiempo, podía representarse mediante la toma sucesiva de diferencias de la serie original. Esto le otorga gran flexibilidad de representación a los modelos ARMA, puesto que en realidad lo que se hace al aplicar el operador diferencia ∇^d es eliminar una posible tendencia polinomial de orden d, que esta presente en la serie a analizar.

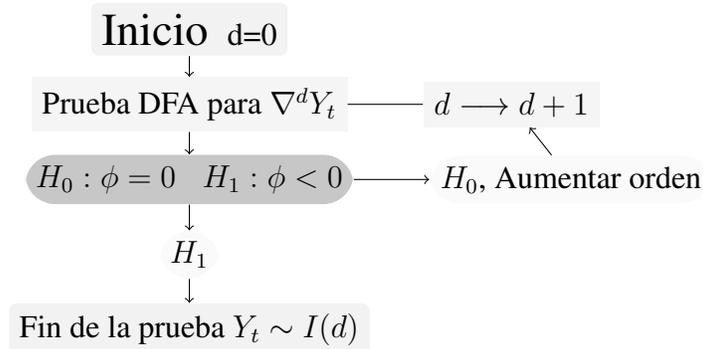
Si se tiene un proceso $\{\tilde{Y}_t\}$ el cual no presenta estacionariedad debido a una tendencia polinomial no determinista (a la que se le denomina no estacionariedad homogénea) es posible construir el proceso estacionario $\{X_t\}$. En la figura 2.5 se muestra un proceso que permite encontrar el valor d que ayude a estacionarizar la serie⁵.

$$X_t = \nabla^d \tilde{Y}_t \quad \text{para toda } t \quad (2.3.23)$$

Dentro del modelo ARIMA el término *integrado* se refiere a que Y_t se obtiene de la relación

⁵Nótese que con éste proceso se encuentran valores enteros, por lo que no es útil como un proceso general para la obtención del valor de diferenciación.

Figura 2.5 Proceso simple de búsqueda de estacionariedad.



Fuente: Sabau García (2011).

2.3.23 por inversión del operador ∇^d , dando como resultado una suma infinita (o una integración) de términos X_t .

$$\nabla^d Y_t = \phi_1 \nabla^d Y_{t-1} + \phi_2 \nabla^d Y_{t-2} + \dots + \phi_p \nabla^d Y_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad (2.3.24)$$

La estructura general de los modelos ARIMA(p,d,q) esta dada por p, elementos autorregresivos, d, el termino de diferenciación, y q + 1, numero de elementos dados por errores aleatorios, y su representación se muestra en la ecuación 2.3.24.

Modelo ARIMA(1,1,1)

Consideremos el caso particular de éste conjunto de modelos, el cual consideramos del tipo ARIMA(1,1,1)⁶, que se muestra en la ecuación 2.3.25. Haciendo un cambio de variable dado por $\nabla Y_t = Y_t - Y_{t-1} = X_t$, se tendría como resultado un proceso ARMA(1,1), dado por la ecuación 2.3.26, de este modo se toman las consideraciones de estacionariedad e invertibilidad del modelo

⁶Viene dado de la consideración general ARIMA(p,d,q), donde: tiene a p como parte autorregresiva, grado de diferenciación d, y q la parte que correspondiente a medias móviles.

ARMA(1,1) para un modelo ARIMA(1,1,1), como caso particular.

$$\nabla Y_t = \phi_1 \nabla Y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.3.25)$$

$$Y_t - Y_{t-1} = \phi_1(Y_{t-1} - Y_{t-2}) + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad Y_t = (1 + \phi_1)Y_{t-1} - \phi_1 Y_{t-2} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.3.26)$$

Con estos resultados es evidente la equivalencia que se tiene entre un modelo ARMA(1,1) y un ARIMA(1,1,1), por lo que en un caso práctico es posible asumir un modelo ARIMA(1,1,1) como un ARMA(1,1), donde en el primero se trabaja con los valores reales de la serie y en el segundo con los valores de la serie en diferencia.

2.3.5. Otros modelos

Existen además otros modelos derivados de la metodología Box-Jenkins, cada uno de ellos deriva de las condiciones de la serie que se ha de tratar, por lo que resultan en una estructura más robusta que los que se han descrito en paginas anteriores.

Es importante señalar que estos modelos ofrecen muchas bondades, sin embargo, el presente trabajo mantiene la idea de un modelo sencillo en su desarrollo, por lo que solo serán mencionados brevemente a continuación.

ARIMAX, Modelos ARIMA con influencia de una o varias variables exógenas adaptadas con la estructura de una regresión, por lo que es común que sus parámetros sean definidos como β , su estructura se muestra en la ecuación 2.3.27, donde se agrega solo una variable exógena.

$$\nabla^d Y_t = \phi_1 \nabla^d Y_{t-1} + \phi_2 \nabla^d Y_{t-2} + \dots + \phi_p \nabla^d Y_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \beta Z_t + \varepsilon_t \quad (2.3.27)$$

Incluir variables exógenas ayuda a mejorar el proceso de predicción. Cabe señalar que la variable

que se ha de adaptar debe cumplir con estacionariedad y en su defecto ser tratadas.

SARIMA, Modelo ARIMA multiplicativo que se expresan como SARIMA(p,d,q)x(P,D,Q)s el cual ayuda a capturar la particularidad estacional y cíclica de la serie de interés, con (p,d,q) como parte regular y (P,D,Q)s parte estacional. Una representación de estos modelos se muestra en la Ecuación 2.3.28, la cual es del tipo SARIMA(1,0,1)x(1,1,1)12.

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \Phi_1 Y_{t-12} + \phi_1 \Phi_1 Y_{t-13} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \Theta_1 \varepsilon_{t-12} + \theta_1 \Theta_1 \varepsilon_{t-13} + \varepsilon_t \quad (2.3.28)$$

ARFIMA, llamados también FARIMA considerados modelos de memoria larga, se diferencian de los tipo ARIMA por tener un mayor espectro respecto al valor d del modelo, ya que permite que se encuentren en valores del tipo fraccional, en el llamado espacio de fractales.

La estructura de este modelo es similar al del tipo ARIMA(p,d,q), como lo muestra la Ecuación 2.3.29, con la condición que d puede tomar valores reales no enteros.

$$\nabla^d Y_t = \phi_1 \nabla^d Y_{t-1} + \phi_2 \nabla^d Y_{t-2} + \dots + \phi_p \nabla^d Y_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad (2.3.29)$$

Estos modelos no se consideran ya que su implementación depende, en cierta medida, de la serie. Para la planteada en este estudio, se realizan pruebas que fundamentan el uso del modelo ARIMA(1,1,1). Además, podría ser útil uno del tipo ARFIMA, pero, como considera de diferencias fraccionales se torna un tanto complejo, lo cual difiere de la idea de un modelo sencillo.

2.4. Cambio estructural

Las series temporales son una mezcla de factores o componentes, los cuales al ser identificados ayudan en gran medida a la modelación de la serie. Dichos componentes son: tendencia, cambio

sistemático en el patrón de los datos; variación estacional, patrón de comportamiento que se repite en periodos menores o iguales a un año; ciclo, patrón repetitivo con periodo mayor a un año y fluctuación aleatoria.

En ocasiones las series presentan cambios abruptos en sus componentes (por lo regular, detectables mediante la representación gráfica de la serie) llamados también perturbaciones atípicas, que podemos entender como un aumento o disminución, según sea el caso, de la magnitud (valor) del cambio habitual de punto a punto en la serie. Tal situación genera complicaciones al momento de tratar de ajustar un modelo que las describa. Ésta condición en las series temporales es conocido como cambio estructural, sobre el cual Pérez García (1995) nos dice: “El cambio de estructura es un fenómeno temporal, es decir, recoge la evolución del fenómeno económico a través del tiempo mediante las alteraciones en las relaciones de las variables que lo integran.”(p.21) Además agrega:

El cambio de estructura debe abarcar un conjunto amplio de relaciones entre las variables de un sistema, de forma que una visión excesivamente concentrada en un reducido número de variables o de observaciones, puede conducirnos a conclusiones erróneas. (Pérez García, 1995, p.21).

La forma en que se da tratamiento al cambio estructural es muy variado, Pérez García (1995) lo aborda sobre modelos de regresión, donde, ofrece una amplia explicación de los tipos de cambio en esa área y sus respectivos tratamientos, uno de los cuales es el incluir una variable ficticia⁷; mientras que Sánchez (2008) aborda este tema sobre series de tiempo, a modo de una revisión del estado del arte, de este modo, también muestra los trabajos respecto a la identificación y tratamiento de cambios estructurales.

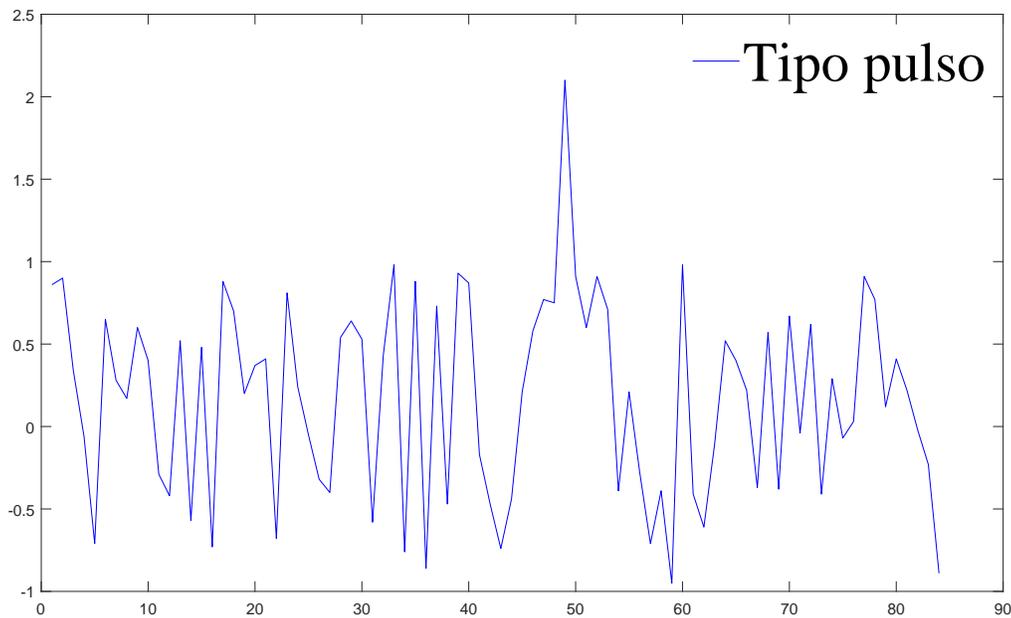
Como ya se mencionó, existen pruebas, por así llamarles, que permiten identificar estos cambios, por mencionar algunas como Chow (1960), Quandt (1960), Andrews (1993), Andrews y Ploberger (1994) y Gagliardini et al (2005) (como se citaron en Sánchez, 2008, p.125). Para las más recientes se plantea un robusto tratamiento estadístico, por lo que no resulta conveniente su

⁷Esta variable se comporta como una dicotómica, es decir, asme valores de 0 ó 1.

uso, mientras que la Chow (1960) impone que el cambio sea conocido a priori, y su uso solo se enfoca a comprobar que en realidad se trata de un cambio estructural.

Entonces las pruebas para la detección de cambios estructurales se usan cuando estos no son fácilmente, ya sea de forma gráfica o en el registro de la serie, ante tal situación Sánchez (2008) menciona que es conveniente escoger un punto de cambio basado en el conocimiento que se tenga de la serie de tiempo.

Figura 2.6 Representación de evento transitorio de tipo pulso



Elaboración propia.

2.4.1. Variable ficticia

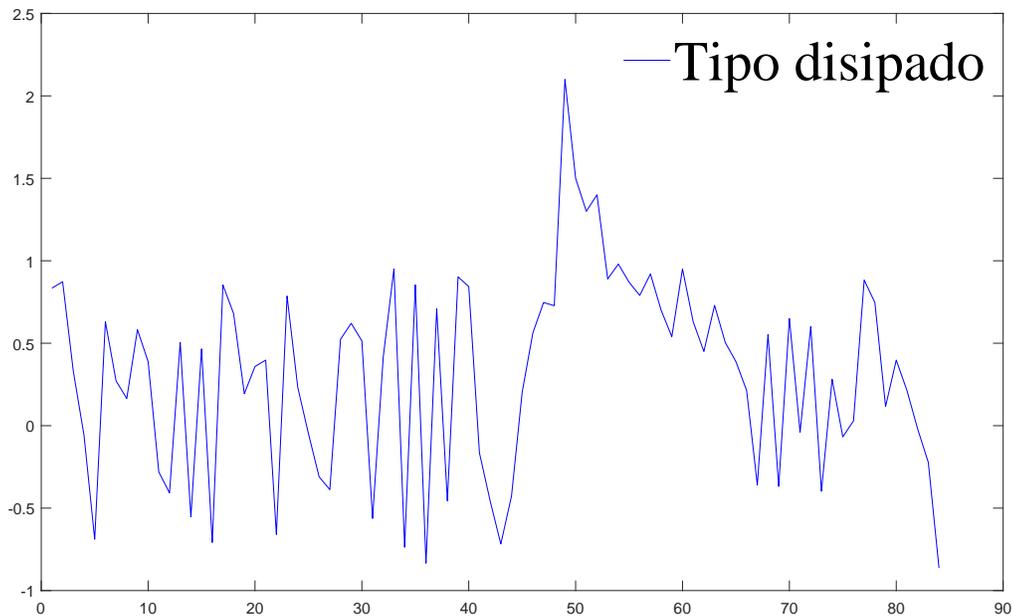
Bajo el planteamiento tradicional el efecto de un cambio en una serie temporal representado por $g(t)$ puede ser capturado por una variable ficticia explicativa $I_d(t)$ que refleja la persistencia o transitoriedad del evento, con ω_0 que equivale al impacto inicial de la perturbación y β_t como parámetro que acompaña a la variable explicativa y determina la forma dinámica de dicha perturbación. Este componente fue descrito inicialmente por Box y Tiao (1975).

$$g(t) = \omega_0 * \beta_t * I_d(t) \tag{2.4.1}$$

Partiendo de esto un evento transitorio puede ser modelado del tipo pulso, representando entonces un cambio (en alza o baja) en un instante de tiempo d desapareciendo sin alterar el comportamiento de la serie, en la Figura 2.6 se muestra la representación de un evento de éste tipo donde se observa que solo influye en el incremento de una observación quedando las demás inalteradas, como se había descrito. Para este caso tendríamos:

$$I_d(t) = \begin{cases} 1 & \text{Si } t = d \\ 0 & \text{Si } t \neq d \end{cases} \tag{2.4.2}$$

Figura 2.7 Representación de evento transitorio de tipo disipado



Elaboración propia.

Por otro lado un evento permanente se modela mediante una variable explicativa del tipo escalón o salto, que es usada para representar cambios en un instante del tiempo cuyo efecto ejerce una influencia sostenida sobre la serie, modificando su comportamiento, en la Figura 2.7

se muestra la representación de un evento de este tipo donde se observa el incremento en una observación además de modificación en las observaciones siguientes. Ahora se tendría:

$$I_d(t) = \begin{cases} 1 & \text{Si } t \geq d \\ 0 & \text{Si } t < d \end{cases} \quad (2.4.3)$$

2.4.2. Cambio estructural sobre el modelo ARIMA(1,1,1)

Tomando las consideraciones de cambio estructural y variable ficticia, bajo la idea que el cambio estructural se presenta sobre la serie con las condiciones descritas por Pérez García (1995), la aplicación en el modelo ARIMA(1,1,1)⁸ estaría afectando a la parte autorregresiva, (con $\omega_0 = \nabla Y_{t-1}$) como se muestra en la ecuación 2.4.4, el modelo ahora agrega cambio estructural en la serie, en forma de variable ficticia.

$$\nabla Y_t = \phi_1 \nabla Y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_1 I_d(t-1) \nabla Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.4.4)$$

Es preciso señalar que la variable ficticia ($I_d(t)$) se encuentra ahora parametrizada en t-1 debido a que acompaña al componente con ∇Y_{t-1} , además, dado que el modelo describe el futuro (t) en función del pasado (t-1) es conveniente y correcto establecer la variable ficticia en t-1.

La tendencia de una serie es el componente usual sobre el cual se presenta el cambio estructural, ante tal situación Pérez García (1995) propone agregar una variable tendencial (t) que recoja el transcurso del tiempo y en este caso estará dada en t-1. Por cuestiones prácticas y dado que la variable ficticia es endógena sustituimos $\beta_1 = \phi'_1$, quedando entonces el modelo ARIMA(1,1,1) que considera cambio en tendencia como se muestra en la Ecuación 2.4.5.

$$\nabla Y_t = \phi_1 \nabla Y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \phi'_1 I_d(t-1) \nabla Y_{t-1}(t-1) + \varepsilon_t \quad (2.4.5)$$

⁸Se toma este modelo por ser éste el de menos parámetros, sin dejar de tomar los tres componentes, el autorregresivo, el integrado y el de medias móviles.

De este resultado podemos mencionar que el modelo aún describe el presente (t) en función del pasado parametrizado por (t-1). Se conserva el grado de diferenciación ∇ , la parte autorregresiva $\phi_1 \nabla Y_{t-1}$, medias móviles $\theta_1 \varepsilon_{t-1}$, variable ficticia, su efecto sobre es la serie y tendencia $\phi'_1 I_d(t - 1) \nabla Y_{t-1}(t - 1)$, y el respectivo error aleatorio asociado ε_t .

2.5. Ventanas temporales

En este estudio se trabaja con una entrada que es fragmento definido de nuestro proceso inicial, el cual tiene una dimensión establecida y constante, de modo que pueda ser un proceso *ceteris paribus*, siendo así que lo único que va cambiando serán los valores de entrada.

El esfuerzo de cálculo se puede limitar fijando una distancia máxima $w \geq t - t_i$. Si a esta distancia se le asigna un valor constante, se dice que se está utilizando una ventana temporal deslizando de longitud $w : Y_r(t|t - w), Y_r(t + 1|t + 1 - w)$. (Armengol et al. 2002, p.97).

Teniendo una serie de tiempo Y_t , con $t=1,2,\dots,m,\dots,N$, una ventana temporal de la serie Y'_t es una sub-serie que cuenta con m observaciones, por ejemplo, Y'_t con $t=1,2,\dots,m$.

Se ha establecido, incluso desde el título de éste trabajo, que un eje central es de este estudio es el ya mencionado método de ventanas temporales deslizantes, pero además se presentan dos formas adicionales para hacer uso de esta herramienta de ventanas temporales, para ambos casos se considera creciente, solo que uno es por la derecha y otro por la izquierda.

2.5.1. Ventanas temporales deslizantes

Una ventana temporal deslizando presenta una longitud definida y aunque sobre toda la serie principal ésta no cambia su amplitud. Entiéndase por deslizando el hecho que la ventana iniciara en la posición donde concuerda con el punto inicial de la serie principal y se avanza, en este caso a la derecha, en una forma como el dar pasos, pero, como ya se dijo sin cambiar su longitud. Teniendo esta idea se expresa este proceso de manera formal.

El método de ventanas temporales deslizantes está dado por la implementación de un modelo temporal realizado sobre las ventanas temporales de un número constante de observaciones m , dadas por $(Y'_t : t = 1, 2, \dots, m)$, $(Y''_t : t = 2, 3, \dots, m + 1)$, $(Y'''_t : t = 3, 4, \dots, m + 2)$, \dots , $(Y_t^{n-1} : t = N - m, N - m + 1, \dots, N - 1)$, $(Y_t^n : t = N - m + 1, N - m + 2, \dots, N)$, sub-series de la serie principal $(Y_t : t = 1, 2, \dots, m, \dots, N)$, con $n = N - m + 1$ número de ventanas posibles de m elementos, de modo que nos permite tener un registro de los resultados del modelo aplicado a diferentes valores de entrada, dados por fragmentos en una secuencia ordenada, de una serie temporal principal.

Al irse moviendo la ventana por toda la serie permite ir capturando un registro histórico de los parámetros y/o resultados del modelo a aplicar a la ventana, esto ha sido usado por Armengol et al. (2002) como herramienta para la detección de fallos en un proceso; también ha sido empleado por Hill (2007), pero, en este caso se empleo para obtener el registro histórico y con ello el comportamiento de los valores del modelo empleado.

Para este estudio se considera este método como un filtro que mediante el registro histórico a obtener se podrá destacar el valor para el modelo que presente mayor significancia estadística, por llamarlo de este modo, porque de igual manera se quiere encontrar la distribución, si se da el caso, que se ajuste a los datos obtenidos.

La implementación del modelo ARIMA(1,1,1) cuyos parámetros son estimados por el método de máxima verosimilitud⁹ se encuentra limitado, por decirlo así, a los valores de las observaciones, por lo que al hacer uso de ventanas temporales deslizantes se espera tener un histórico de los parámetros para diferentes fragmentos de la serie principal, buscando además, un valor recurrente dentro de los registros, que nos permita determinar si es posible mejorar el ajuste dado por máxima verosimilitud.

⁹Es común que este método sea usado por los software que son usados para el uso de modelos, y en este caso los ARIMA(1,1,1).

2.5.2. Ventanas temporales crecientes

A pesar de ser ya las ventanas temporales deslizantes el eje central de este trabajo se presenta también dos opciones más sobre el uso de ventanas temporales con el fin de dar puntos a comparar y si es el caso diferenciar cual resulta mejor entre estos tres usos de ventanas temporales.

Otra forma de hacer uso de ventanas temporales en un proceso iterativo será mediante la amplitud de la misma, es decir, se toma una ventana inicial Y'_t , estableciendo uno de sus extremos como fijo se comienza el proceso agregando el dato próximo al punto último de la ventana que no hemos establecido fijo y así sucesivamente; de este modo podemos hacer una ventana temporal creciente por la derecha o la izquierda.

Ventanas temporales crecientes por la derecha

El método de ventanas temporales crecientes por la derecha está dado por la implementación de un modelo temporal realizado sobre las ventanas temporales de un número inicial de observaciones m , dadas por $(Y'_t : t = 1, 2, \dots, m)$, $(Y''_t : t = 1, 2, \dots, m + 1)$, $(Y'''_t : t = 1, 2, \dots, m + 2)$, \dots , $(Y^{n-1}_t : t = 1, 2, \dots, N - 1)$, $(Y^n_t : t = 1, 2, \dots, N)$, sub-series de la serie principal $(Y_t : t = 1, 2, \dots, m, \dots, N)$, con $n = N - m + 1$ número de ventanas posibles de m elementos en la ventana inicial que aumentan hasta la última ventana con N elementos, es decir, aplicado a la serie principal. De este modo, nos permite tener un registro¹⁰ de los resultados del modelo aplicado a diferentes valores de entrada, crecientes por la derecha, dados por fragmentos en una secuencia ordenada que se mueve sobre la serie temporal principal.

Ventanas temporales crecientes por la izquierda

De manera similar podemos establecer el método de ventanas temporales crecientes por la izquierda. Bajo la idea de movernos sobre toda la serie principal tomamos como punto de anclaje

¹⁰Este registro nos permitirá determinar una distribución en los datos, así como un punto recurrente, los cual ya se ha descrito.

el final de nuestra serie principal, de este modo tenemos las ventanas con un número inicial de observaciones m , dadas por $(Y'_t : t = N - m + 1, N - m + 2, \dots, N)$, $(Y''_t : t = N - m, N - m + 1, \dots, N)$, $(Y'''_t : t = N - m - 1, N - m, \dots, N)$, \dots , $(Y_t^{n-1'} : t = 2, 3, \dots, N)$, $(Y_t^{n'} : t = 1, 2, \dots, N)$, sub-series de la serie principal $(Y_t : t = 1, 2, \dots, m, \dots, N)$, con $n = N - m + 1$ número de ventanas posibles de m elementos en la ventana inicial que aumentan hasta la última ventana con N elementos.

Hill (2007) hace uso del método de ventanas temporales, tanto deslizantes como crecientes por la derecha, ya que teniendo el modelo VAR ¹¹ a implementar lo aplica sobre ventanas temporales deslizantes con amplitud $m = 324$ ¹², con $N = 528$ dando como resultado 205 ventanas. Para el caso de las ventanas temporales crecientes, la ventana inicial tiene 324 elementos y la última tiene 528, dando un total de 205 ventanas. Desarrollando entonces registro histórico mediante dos métodos, lo cual nos muestra la eficacia de éste método como herramienta de ayuda a la observación del comportamiento de los parámetros en el tiempo.

2.6. Normalidad

Teorema central del limite (TCL). *Si tomando una muestra aleatoria de tamaño n , siendo $\{x_i\}$ una secuencia de variables aleatorias e idénticamente distribuidas cada una con media μ y varianza σ^2 , entonces la función de probabilidad para la media de la muestra converge a una normal con media μ y varianza $\frac{\sigma^2}{n}$.*

En otras palabras, un poco fuera de formalidad, tomando una gran cantidad de registros estos tienden a comportarse como una distribución normal, lo cual es intuitivo ya que habrá un punto dentro de los datos que sea recurrente al igual que no se alejarán tanto de éste punto los demás registros.

A principios del siglo XVIII el resultado del TCL fue establecido para una muestra aleatoria

¹¹Vector Autorregresivo, trivariado, para el caso mencionado donde considera, el precio del petróleo, la tasa de desempleo y el diferencial entre la letra del Tesoro y las tasas de papel comercial como procesos auxiliares.

¹²Temporalidad mensual en los datos.

de una distribución Bernoulli por A. de Moivre. A principios de 1920 la prueba para una muestra aleatoria grande de una distribución arbitraria, no importando sea discreta o continua, fue establecida por J.W. Lindeberg y P. Levy, cuyo enunciado preciso para TCL es el siguiente:

Si las variables aleatorias x_1, \dots, x_n forman una muestra aleatoria de tamaño n de una distribución dada con media μ y varianza σ^2 , con $0 < \sigma^2 < \infty$, entonces para cualquier numero fijo x :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Prob\left(\frac{\sqrt{n}(\bar{x}_n - \mu)}{\sigma} \leq x\right) = \Phi(x)$$

Donde Φ denota la función de distribución de una normal estándar¹³.

Por tanto la distribución de \bar{x}_n será aproximadamente normal con media μ y varianza $\frac{\sigma^2}{n}$, o equivalente, la distribución de la suma $\sum_{i=1}^n x_i$ será aproximadamente una Normal con media $n\mu$ y varianza¹⁴ igual a $n\sigma^2$.

2.6.1. Prueba Jarque-Bera

Aunque la distribución aparente sea intuitiva, es necesario probar tal condición de normalidad, entre las herramientas para tal fin se encuentra la prueba Jarque-Bera, que es una prueba de bondad de ajuste y nos permite comprobar si una muestra de datos tiene la simetría y curtosis de una distribución normal, Jarque y Bera (1980).

$$JB = n\left[\frac{S^2}{6} + \frac{(C - 3)^2}{24}\right] \quad (2.6.1)$$

$$S = \frac{\hat{\mu}_3}{\hat{\sigma}^3} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad C = \frac{\hat{\mu}_4}{\hat{\sigma}^4} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2\right]^2}$$

¹³X se distribuye como una normal con media 0 y varianza 1 $X \sim N(0, 1)$.

¹⁴ $\text{Var} \sum \frac{x_i}{n} = \frac{\sigma^2}{n}$, entonces $\text{Var} \sum x_i = \text{Var} (n\bar{x}) = \frac{n^2 * \sigma^2}{n} = n\sigma^2$.

Con n el número de observaciones, S es la simetría de la muestra y C la curtosis de la muestra. Para el caso de X , una distribución normal $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, el valor de $S = 0$, dado que es simétrica, y se tiene una curtosis $C = 3$.

La prueba acepta normalidad si el valor de JB es menor que 5.99, considerado éste el valor crítico¹⁵ de la prueba, en caso contrario que el estadístico JB sea mayor, la prueba indicará que no hay normalidad.

La existencia de normalidad es de ayuda para identificar el llamado valor esperado o valor más probable, además de conocer la varianza en los datos, partiendo entonces hacia la construcción de intervalos de confianza, todo esto con un sustento estadístico, dado por la condición de distribución normal.

Con lo visto hasta el momento, el presente trabajo se entiende como una investigación cuantitativa, de la cual en el título se menciona, es en específico una aplicación de modelo, con el fin de generar un pronóstico sobre el tipo de cambio peso-dólar. El periodo elegido es el 2016-2017, con datos diarios¹⁶, de los históricos ofrecidos por Banxico llamados FIX.

El periodo se ha elegido debido que al inicio en el desarrollo del proyecto de investigación era reciente, que al desarrollar el presente trabajo se fue alejando dicho periodo en un sentido de actualidad. Sin embargo, durante el tratamiento y uso de la serie resalto el hecho de la existencia de un cambio estructural, por lo que se asumió como periodo de particular interés al poner en una doble prueba el método de ventanas temporales deslizantes, por un lado como un filtro para mejorar los resultados de un modelo de series de tiempo y se agregaba el impacto de un cambio estructural en dicha serie.

Se presentó la idea de estacionariedad en una serie, con sus respectivas pruebas, al igual que se comprobó tal condición para la metodología Box-Jenkins, esto será de utilidad en el estudio ya que para que a una serie se aplique un modelo estacionario ésta también debe serlo, en caso contrario

¹⁵El valor crítico se considera general, sin embargo, cada conjunto de datos a los que se aplica la prueba tiene su propio valor crítico, pero, éste resulta cercano al ya mencionado de 5.99.

¹⁶Se consideran días laborables, es decir, una semana de 5 días, si tomamos en cuenta que durante los días festivos del año Banxico no ofrece cotización del tipo de cambio, el número de registros correspondiente a un año será de 251.

resultaría el tratar de describir como estacionaria una serie que no lo es. Se presenta la idea de cambio estructural y por conveniencia se agrega un componente que le considera a un modelo ARIMA(1,1,1), que es el objeto de estudio. Además de incluir el método de ventanas temporales por 3 diferente enfoques, de los cuales se hará uso con el fin de filtrar los resultados de aplicar un modelo ARIMA(1,1,1) a la serie principal, como herramienta de este filtro se tiene la prueba de bondad de ajuste Jarque-Bera para comprobar la significancia estadística que puedan tener los parámetros. Una vez realizado el filtro estadístico los parámetros resultantes se usaran para evaluar el modelo y comprobar si el método de ventanas temporales deslizantes es de ayuda para mejorar el ajuste del modelo ARIMA(1,1,1), en este caso considerando además el cambio estructural de la serie.

Capítulo 3

Desarrollo del modelo

En este capítulo se tratará el modelo en cuestión que ha de aplicarse a la serie temporal, no sin antes realizar un tratamiento tanto a los datos como al modelo, sin que ello resulte en una gran modificación en los mismos a fin de que la serie se mantenga lo más cercana a la realidad, y el modelo describa de mejor forma el comportamiento de la serie, siendo consideradas, también, sus particularidades.

Posteriormente se realizarán diversas pruebas que nos permitan adecuar y estructurar los métodos a emplear, los cuales servirán de apoyo para realizar las filtraciones necesarias para mejorar, en cierto sentido, los resultados iniciales del modelo en cuestión.

Se presenta, además, un abanico de opciones por las cuales se hace uso del método de ventanas temporales, mencionado en el capítulo anterior, haciendo también un comparativo entre métodos convencionales y los que se generaran por el método ya mencionado, dicha comparación será en su ajuste a la serie y en el pronóstico que generan.

Todo esto con el fin de ofrecer una opción más dentro de la gama de los pronósticos, en específico sobre el tipo de cambio, que se diferencie por su simplicidad. En base al objetivo principal que es construir un pronóstico mediante el uso de modelos ARIMA(1,1,1), en la serie temporal, tipo de cambio peso-dólar, aplicando el método de ventanas temporales.

3.1. Análisis de la serie de tiempo

La metodología a implementar corresponde al tratamiento de series de tiempo, por lo que es lógico emplear una para su realización. La serie en cuestión corresponde a los registros de los valores que toma el tipo de cambio peso-dólar¹ cuyos datos los presenta Banxico, con observaciones diarias, no son considerados los fines de semana ni días festivos, debido a que en estos días no se ofrece una cotización. De este modo los registros correspondientes a un año cuentan con 251 observaciones.

3.1.1. Delimitación del objeto de estudio

Para delimitar la serie temporal solo se considera un periodo de 2 años, iniciando en enero de 2016² y terminando en diciembre de 2017³, de modo que nuestra serie de tiempo cuenta con 503 observaciones, $\{Y_t : t = 1, 2, 3, \dots, 503\}$. La representación gráfica de esta serie se muestra en la Figura 3.1.

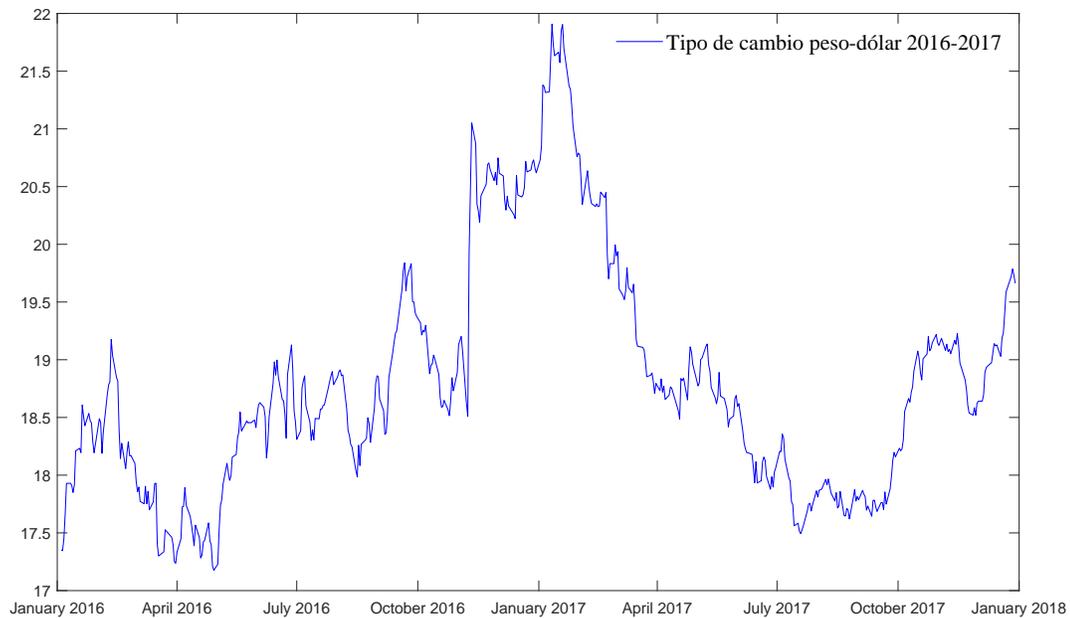
Puede identificarse en la gráfica un gran salto en noviembre de 2016, para ser más específicos el 09 de noviembre de 2016 ($t = 217$), al pasar de $Y_{216} = 18,5089$ a $Y_{217} = 19,925$ origina un incremento de 1.4161. Cabe señalar que resulta ser un caso atípico, ya que si lo vemos mediante el efecto de diferencias (∇), es decir, la variación neta que presenta un punto respecto a su antecesor inmediato [véase la Figura 3.7 del apartado 3.2.2], en particular para la observación 217 este valor es de 1.4161, lo cual casi triplica el segundo valor máximo de estas diferencias (0.5699). Por esta razón es conveniente dar tratamiento a la serie, una vez identificada la observación 217 que es un valor atípico dentro de la serie.

Dentro de las opciones se encuentra el aplicar un método de interpolación. Dada la estructura de la serie en el punto de interés, ésta es creciente del punto 216 al 218, por lo que al aplicar interpolación en el punto 217, se distribuiría el efecto del aumento abrupto de un punto entre dos.

¹Tipo de cambio para solventar obligaciones denominadas en moneda extranjera, fecha de determinación (FIX).

²2016 es año bisiesto, por lo que en particular cuenta con 252 observaciones.

³4 de enero de 2016 al 29 de diciembre de 2017.

Figura 3.1 Tipo de cambio peso-dólar, en el periodo 2016-2017.

Elaboración propia con datos de

Es sencillo y no afectaría al resto de la serie, sin embargo, en este estudio no se le considera.

Otra de las opciones que se tienen para el tratamiento de nuestro dato atípico es el ajuste por dummy ($Y_t = \beta_0 + \beta_1\delta + \varepsilon_t$)⁴, que consiste en una regresión donde δ representa un arreglo (dato a dato con Y_t) con valores 0 ó 1, con 0 en los datos indiferentes y 1 en los datos de interés.

A pesar de la sencillez del método éste nos ofrece dos resultados: por una parte con β_0 éste nos modifica en pequeña medida a toda la serie, debido al efecto de una constante, por lo que los datos reales se ven comprometidos, además, el dato de interés tiene una disminución menor al 20 %⁵. Por otro lado, al emplear el modelo sin constante el valor de interés es disminuido a cero, por lo que para una serie temporal resulta en una modificación de la serie a partir del punto de interés. Por ello, en particular para esta serie no es conveniente emplear este método, a pesar de que es útil para otras series y con otras características.

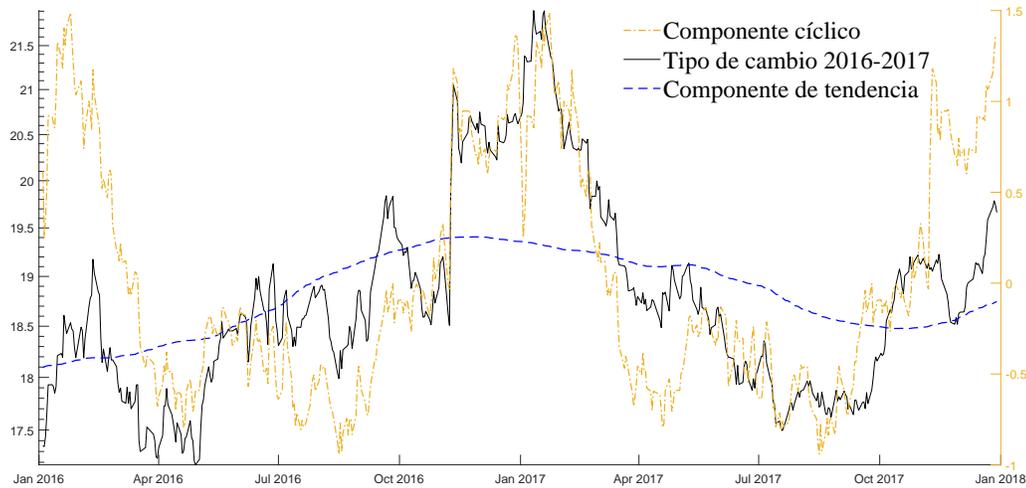
⁴Este modelo puede o no incluir una constante, en el caso de no llevarla sería del tipo ($Y_t = \beta_1\delta + \varepsilon_t$).

⁵Se hizo uso del método para la serie en cuestión y se analizaron los resultados.

Tomando en cuenta la descomposición de la serie en tendencia y componente de variación estacional que se muestra en la Figura 3.2, observamos un cambio en la tendencia⁶ que se presenta en el periodo de interés, dado por un incremento en la pendiente (valor positivo), teniendo su valor máximo en el punto de Y_{217} , para posteriormente cambiar de signo, es decir, la tendencia era decreciente.

En el caso del componente cíclico⁷, el punto Y_{217} y siguientes 50 registros, aproximadamente, tienen un comportamiento similar⁸ entre valor real (eje izquierdo) y componente cíclico (eje derecho), por lo que podemos observar el punto de cambio ubicado en la tendencia también influye sobre la variación estacional. Esta afectación se ve reflejada al momento de observar los extremos de la gráfica donde se aleja del comportamiento real, por lo que el cambio afectó a este componente de tal manera que ya no describe apropiadamente la serie, sino el cambio estructural.

Figura 3.2 Descomposición por el componente de tendencia de la serie tipo de cambio peso-dólar de 2014 a 2017.



⁶La tendencia se obtiene como registro de medias por el método de ventanas temporales deslizantes, con longitud $m = 251$ (un año).

⁷El componente cíclico se obtiene en dos pasos, primero se registra la diferencia del valor real de la serie menos el valor correspondiente a tendencia para el mismo t . Como segundo paso se calcula la media para t en diferente año, es decir, la media entre el primer registro del año 2016 y el primer registro del año 2017, y de manera similar para los demás registros del año.

⁸no podemos decir que son iguales ya que los valores no son equivalentes, sino que se encuentran en diferente proporción

Por lo visto en el apartado 2.4 y lo descrito en los párrafos anteriores se presentan evidencias y se prueba la existencia de un cambio estructural en la serie. Por ello un tratamiento de cambio estructural es la mejor opción en este caso.

3.2. Elección de modelo

Manteniendo la idea de utilizar un modelo sencillo, y con lo planteado en el capítulo anterior, se elige un modelo del tipo ARIMA(p,d,q) con la consideración de cambio estructural de efecto en tendencia que se había planteado y retomando, como se muestra en la Ecuación 3.2.1.

$$\nabla^d Y_t = \phi_1 \nabla^d Y_{t-1} + \dots + \phi_p \nabla^d Y_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \phi'_1 I_d(t-1) \nabla Y_{t-1}(t-1) + \varepsilon_t \quad (3.2.1)$$

Una vez elegido el modelo se procede a delimitar el valor de sus componentes, es decir, los valores para p, d, y q. Salazar Núñez y Venegas Martínez (2015) ofrece un punto de referencia, dado que presenta un estudio sobre valores óptimos para el parámetro d sobre la serie del tipo de cambio, sin embargo, solo es un punto de partida ya que además de ser sobre el tipo de cambio nominal, utiliza datos mensuales durante el periodo de 1971 al 2012.

De los datos que se muestran en la Tabla 3.1 en específico para México se observa que el mayor valor para el parámetro d, (igual al 0.46) es dado en el modelo ARIMA(1,0.46,1), como ya se menciono, ésto es evidencia a considerar posteriormente y por el momento sirve como punto de partida.

3.2.1. Valor para los parámetros p, d y q

Como primer paso, de acuerdo con la metodología Box-Jenkins descritos en la Figura 2.4, en la búsqueda de los valores para los parámetros, se inicia al encontrar el valor que corresponde a la

Tabla 3.1 Estimación del parámetro d por máximo verosimilitud en el dominio de la frecuencia.

País	ARIMA(p,d,q)			
	(0,d,0)	(1,d,0)	(0,d,1)	(1,d,1)
Chile	0.15	0.32	0.43	0.29
	(-4.76)	(-4.81)	(-4.81)	(-4.81)
China	0.14	0.11	0.11	0.12
	(-7.50)	(-7.50)	(-7.50)	(-7.50)
Islandia	0.26	0.22	0.22	0.24
	(-6.83)	(-6.83)	(-6.83)	(-6.83)
Israel	0.38	0.44	0.48	0.50
	(-6.77)	(-6.77)	(-6.77)	(-6.77)
México	0.15	0.18	0.19	0.46
	(-5.74)	(-5.73)	(-5.73)	(-5.74)
Turquía	0.11	0.11	0.11	0.10
	(-5.37)	(-5.36)	(-5.36)	(-5.37)

Entre paréntesis, el criterio de información de Akaike.

Fuente: Elaboración propia, tomado de Salazar Núñez y Venegas Martínez (2015).

serie en el parámetro d, recordando que un modelo ARIMA es estacionario, por lo tanto una serie debe ser estacionaria para que el ajuste de un modelo de este tipo sea el adecuado. La búsqueda de estacionariedad de la serie nos dará el resultado para este primer parámetro.

Tabla 3.2 Pruebas de Estacionariedad a la serie tipo de cambio peso-dólar 2016-2017.

Prueba	Tipo de cambio 2016-2017, d = 0		∇ Tipo de cambio 2016-2017, d = 1	
	ADF	PP	ADF	PP
Orden p	0.8317699	0.8317699	1.0000e-03	1.0000e-03
Con intercepto	0.3096665	0.3096665	1.0000e-03	1.0000e-03
Con tendencia	0.6173272	0.6173272	1.0000e-03	1.0000e-03

Los valores corresponden al p-valor, probabilidad de fallo, en este caso, que la serie no sea estacionaria.

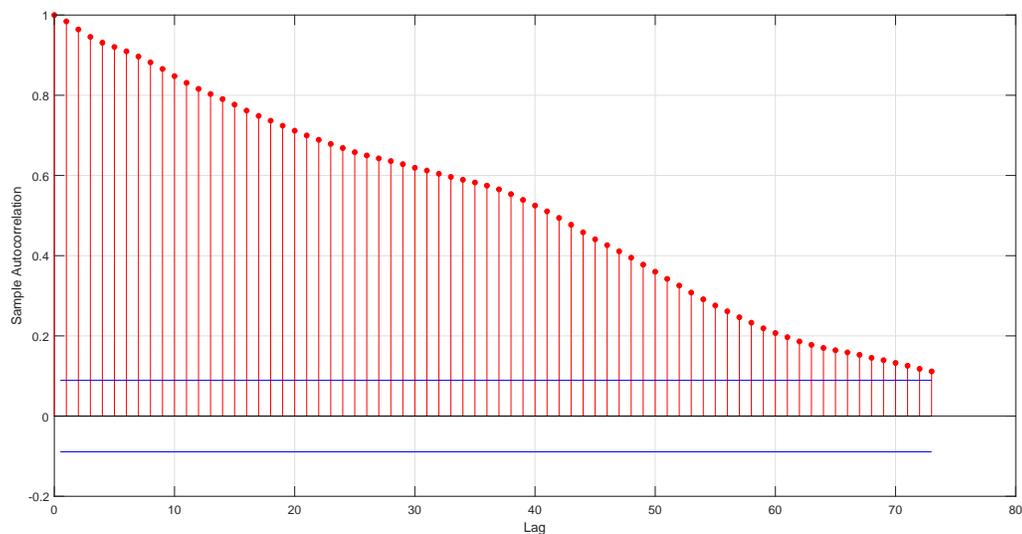
Elaboración propia.

En la Tabla 3.2 se muestran los resultados de las pruebas de estacionariedad, descritas en el apartado 2.2.2, Dickey-Fuller Aumentada (ADF) y Phillips-Perron (PP), por las tres condiciones posibles⁹, siguiendo además el proceso descrito en la Figura 2.5. Los resultados

⁹Solo sobre rezagos, incluyendo constante y con constante y tendencia.

indican estacionariedad en $d = 1$, con lo que se tiene el parámetro que indica el orden de diferenciación de la serie. De este modo se encuentra que la serie tipo de cambio no es estacionaria, sin embargo, su serie en diferencia cumple estacionariedad.

Figura 3.3 Función de autocorrelación de la serie tipo de cambio peso-dólar 2016-2017



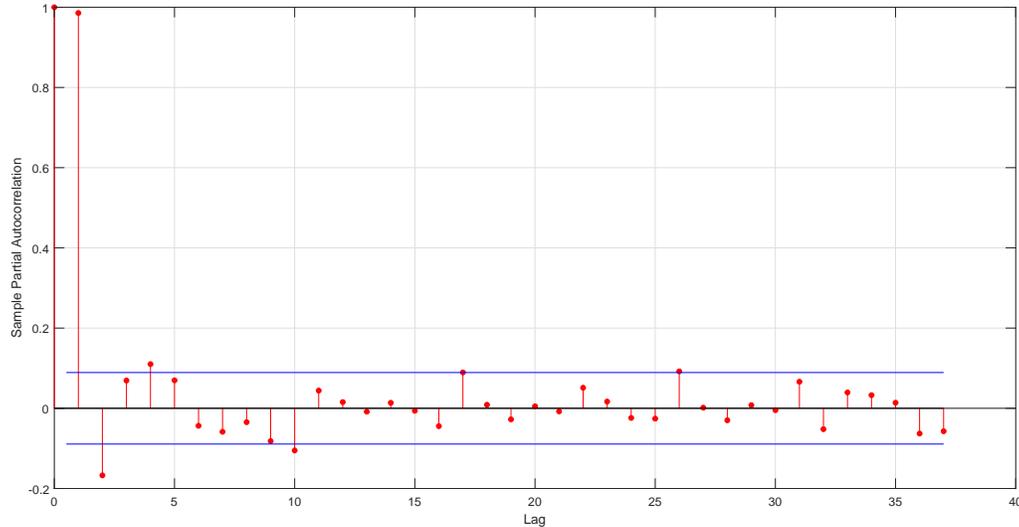
Elaboración propia, mediante software MATLAB.

Una vez conociendo el valor del parámetro, $d = 1$, procedemos a encontrar los valores p y q correspondientes a la serie de tiempo en cuestión. En el apartado 2.3.3 se menciona un método que ayuda a determinar los valores del modelo en cuestión. Donde se menciona que la función de autocorrelación (ACF) se trunca en el punto que corresponde a $k = q$, para la parte MA del modelo; en cambio, para el caso de la función de autocorrelación parcial (PACF) se trunca en $k = p$, correspondiente a la parte AR.

A manera de revisión y comprobación se presentan la ACF, Figura 3.3, y la la PACF, Figura 3.4, que corresponden a la serie del tipo de cambio peso-dólar 2016-2017. Se puede observar que la ACF es decreciente (aparentemente infinita), correspondiente a un modelo $MA(\infty)$; para el caso de la PACF se observa relevancia en el punto $k = 1$ (valor de 1 aproximadamente¹⁰), y $k = 2$, sin

¹⁰Evidencia para ser considerado como un proceso del tipo caminata aleatoria $Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$, el cual no es estacionario.

Figura 3.4 Función de autocorrelación parcial de la serie tipo de cambio peso-dólar 2016-2017



Elaboración propia, mediante software MATLAB.

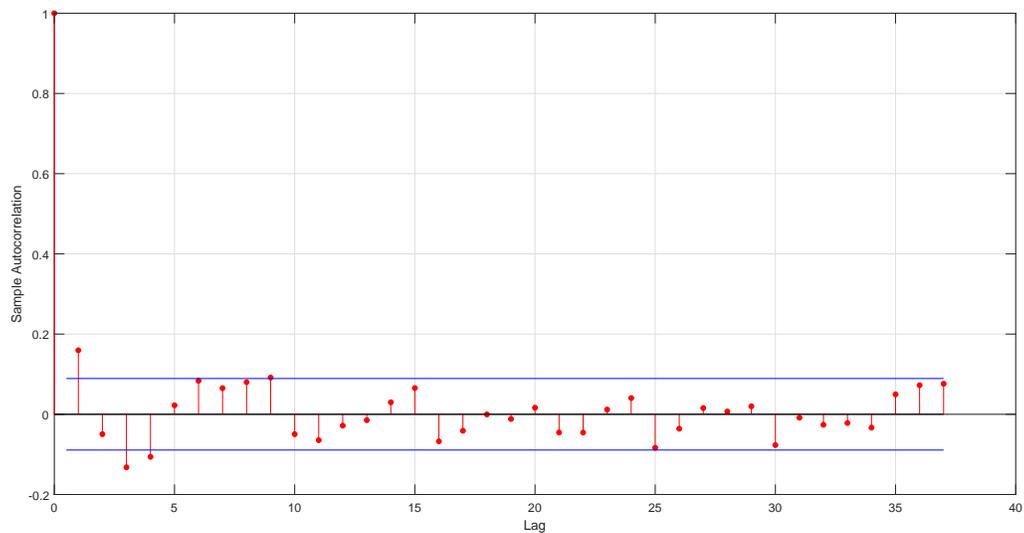
embargo, estos serían resultados para un modelo ARMA, aplicado a una serie sin diferencia, por lo que no correspondería a la serie en cuestión.

Las funciones se aplican de igual manera para la serie en diferencia del tipo de cambio peso-dólar 2016-2017, Figuras 3.5 y 3.6, de las cuales se puede mencionar que destaca en la ACF el punto $k = 1$, por lo que nos indica un valor de $q = 1$; para el caso de la PACF sobresale el punto $k = 1$, con una magnitud similar que la de $k = 1$ de ACF e indica un valor de $p = 1$.

Se observa además, tanto para ACF como para PACF, que en el punto $k = 3$ el valor sobresale, sin embargo, con menor magnitud que el ya mencionado en el párrafo anterior, no se les considera dentro del modelo general, sin embargo, las medidas a tomar dentro del estudio pretenden justificar estas acciones.

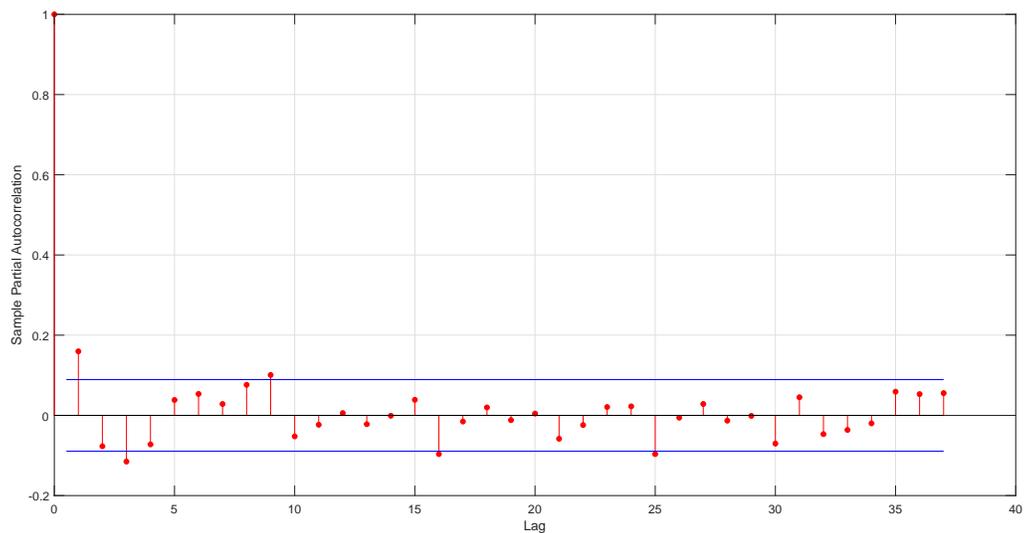
Con estos resultados se puede argumentar que el modelo que se ajusta a la serie es del tipo ARIMA(1,1,1). La elección de este modelo no difiere de la que se tomó como punto de partida y que se muestra en la Tabla 3.1, solo que en ese caso se argumenta memoria larga en la serie,

Figura 3.5 Función de autocorrelación de la serie en diferencia del tipo de cambio peso-dólar 2016-2017



Elaboración propia, mediante software MATLAB.

Figura 3.6 Función de autocorrelación parcial de la serie en diferencia del tipo de cambio peso-dólar 2016-2017



Elaboración propia, mediante software MATLAB.

un modelo de tipo ARFIMA, que por cuestiones prácticas no es considerado en este estudio para mantener la idea de un modelo sencillo. Quedando así la estructura inicial del modelo como se muestra en la Ecuación 3.2.2

$$\nabla Y_t = \phi_1 \nabla Y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.2.2)$$

3.2.2. Modelo con inclusión de cambio estructural de la serie

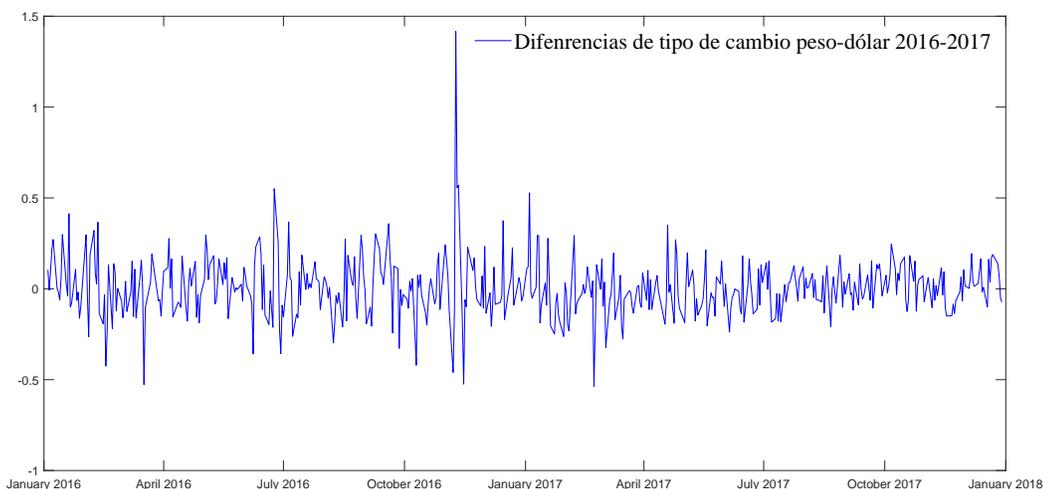
Como se mencionó en el apartado 3.1.1 la serie sobre la que se trabajará presenta un cambio estructural, por lo cual, se agregara un componente que ayude a considerar esta condición de la serie dentro del modelo que previamente se determinó, siguiendo las instrucciones dadas en el apartado 2.4 sobre técnicas para el tratamiento del cambio estructural, en específico, variable ficticia.

En la gráfica de la serie mostrada en la Figura 3.1 se observa un salto repentino en noviembre de 2016, como herramienta de apoyo se muestra en la Figura 3.7 la serie en diferencia del tipo de cambio peso-dólar 2016-2017, con la cual se identifica plenamente el punto de salto, que se ubica en Y_{217} con valor de 19.925 sobre la serie original y 1.4161 en la serie en diferencia.

La serie en diferencia muestra un cambio modalidad de pulso, sin embargo, como ésta viene dada a partir de la serie del tipo de cambio, en la cual se presenta un cambio estructural en la tendencia de índole disipado, por lo que este segundo será considerado en el modelo.

Al valorar a $I_d(t)$ del tipo pulso se tiene cierta restricción en esta técnica, ya que en particular ahora se consideraría a la serie en dos secciones, antes del cambio y después del cambio. Sin embargo, se toma en cuenta esta técnica en específico debido a que no modifica, en gran medida, la estructura de un ARIMA(1,1,1), además de ser de implementación directa y a cuyas limitaciones se pretende dar mayor alcance mediante el método de ventanas temporales.

El cambio viene dado como efecto sobre la tendencia por lo que, específicamente se considera

Figura 3.7 Diferencias del tipo de cambio peso-dólar 2016-2017

Elaboración propia, mediante software MATLAB.

lo descrito en el apartado 2.4.2, es entonces que se toma en cuenta el modelo con la estructura que se muestra en la Ecuación 3.2.3, la cual se había descrito previamente.

$$\nabla Y_t = \phi_1 \nabla Y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \phi'_1 I_d(t-1) \nabla Y_{t-1}(t-1) + \varepsilon_t \quad (3.2.3)$$

Al igual que para los parámetros p , d y q , del modelo, se identifica el valor d^{11} que nos indicará el punto del tiempo en el sucede y/o inicia el cambio estructural, que en este caso ya se ha mencionado y corresponde a el punto 217.

Para el caso del valor t , éste es más intuitivo y directo, por lo que para cualquier valor Y_t corresponde el mismo t , ejemplos de esto es que para el valor inicial t sera igual a 1, en el caso del punto de cambio estructural le corresponde el valor $t = 217$, tanto en la serie original como en la serie en diferencia y para el último valor corresponde $t = 503$.

Las series aquí mencionadas tanto la del tipo de cambio peso-dólar 2016-2017, su serie en diferencia y la serie correspondiente componente de cambio estructural, variable ficticia endógena,

¹¹No confundirlo con el valor d que corresponde al grado de diferenciación, previamente detectado.

se presentan en el apartado Apéndice A.1.

3.3. Método de ventanas temporales

Una vez que se tiene bien definido el modelo del que se hará uso en este estudio, se procede ahora a integrar el método de ventanas temporales, previamente mencionado y cuyas instrucciones de uso se presentan, detalladas, en el apartado 2.5. Por lo que se emplea de diferentes formas, logrando así tener un abanico de opciones respecto a valores que toma el modelo planteado.

Contando, en la serie, con un número de 503 observaciones, valor impar por cierto, con la generalidad de que Banxico ofrece, para el tipo de cambio FIX, 251 registros por año, será éste el valor m de las ventanas a considerar, siendo así que se tendrán ventanas anuales. Para dar respaldo a esta elección en la Figura 3.2, sobre los componentes de la serie, en la sección que corresponde a variación estacional, se observa como ésta, de igual manera que la elección ya hecha, está dada en una temporalidad de un año.

El método en cuestión permitirá tener un registro histórico de los parámetros estimados, $\hat{\phi}_1$, $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\phi}'_1$, que proporciona al modelo una descripción de la serie en cuestión. En este estudio se hace uso del software MATLAB, el cual ofrece una función para la implementación de modelos ARIMA(p,d,q), estimando los parámetros por el método de máxima verosimilitud.

3.3.1. Pruebas de estacionariedad

Habiendo establecido la amplitud inicial de la ventana $m = 251$, se tendrán entonces como caso general del método un total de 253 ventanas que son sub-series de la serie principal tipo de cambio peso-dólar 2016-2017. Se considera solo el caso de las ventanas temporales deslizantes, ya que para el caso de las ventanas crecientes, izquierda y derecha, contienen la última y primera ventana, respectivamente, de las ventanas deslizantes, y a la serie principal.

Recordando que el modelo base, ARIMA(1,1,1), es estacionario, y la serie principal ha pasado

las pruebas de estacionariedad después de ser diferenciada en grado uno como se muestra en la Tabla 3.2, sin embargo, esto no garantiza esta condición como general para todas las sub-series que se tendrían, por lo que conviene realizar las pruebas a cada una de las sub-series y comprobar que el modelo se ajustará a cada una de ellas.

Al igual que en el caso de la serie principal las pruebas que se realizaron son Dickey-Fuller Aumentada (ADF) y Phillips-Perron (PP), por las tres condiciones posibles, solo sobre rezagos, incluyendo constante y con constante y tendencia. Del mismo modo, sobre valores originales y con una diferencia, cumpliendo en general¹² con estacionariedad. Los resultados de las pruebas se presentan en el Apéndice A.2. Se puede destacar el hecho que todas las ventanas temporales deslizantes pasaron la prueba de normalidad después de un diferencia, es decir, $d = 1$, por lo que es posible que se ajuste un modelo estacionario a dichas ventanas. Para algunas ventanas la prueba de estacionariedad fue aceptada previo a la diferencia, sin embargo, se consideran casos particulares ya que las condiciones por las cuales se comportaban estacionarias era bajo intercepto (c) o intercepto y tendencia ($c + \beta_1 t$).

3.4. Modelo a la serie principal

El objetivo de este estudio se basa en un análisis de los parámetros $\hat{\phi}_1$, $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\phi}'_1$, por lo que es preciso tener un punto de referencia y comparación para los procesos que seguirá este estudio. Siendo así, como primer acercamiento se aplica el modelo, ya elegido y generalizado para este estudio, sobre la serie principal, es decir, sobre el periodo 2016-2017.

Se presenta una comparación, adicional, entre los resultados obtenidos de un modelo ARIMA(1,1,1) sin cambio estructural, Ecuación 3.4.1, y el que es objeto de estudio (con cambio estructural), Ecuación 3.4.2, como resumen se presentan en la Tabla 3.3, donde se puede destacar que la varianza entre un modelo y otro no varía tanto, siendo así que solo es 0.0001 menor en

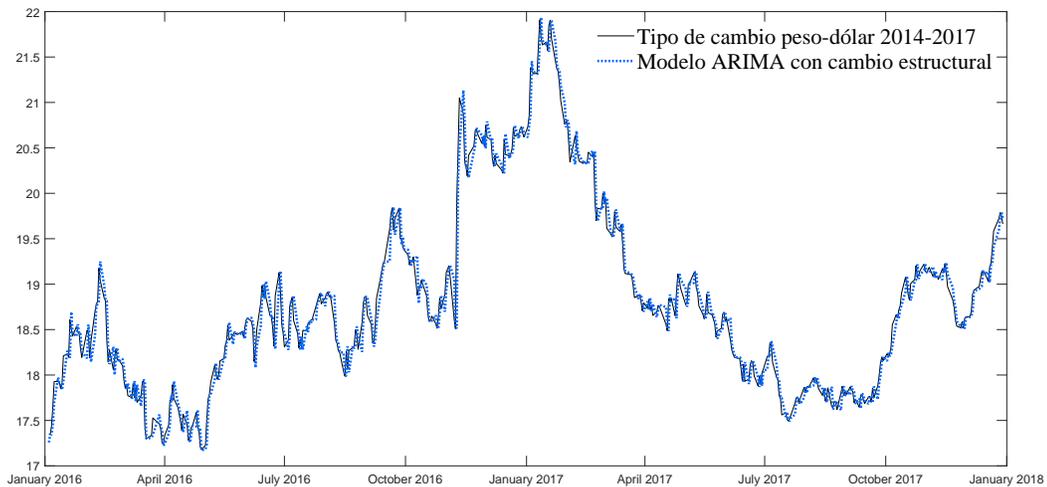
¹²En algunos casos la serie original cumplió estacionariedad bajo la condición de con constante, y otros con constante y tendencia, en cuyo caso ha de considerarse un análisis en particular, sin embargo, este estudio hace uso de cuestiones de generalidad.

el caso del modelo con cambio estructural. También para el caso del p-valor de los parámetros¹³ bajo el modelo con cambio estructural los parámetros tienen menor probabilidad de cambio, con $\hat{\theta}_1$ como el de menor p-valor, siendo idóneo en el modelo, mientras que $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\phi}'_1$ presentan p-valor de 0.5.

$$\nabla Y_t = (-0,0433766)\nabla Y_{t-1} + (0,2139934)\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.4.1)$$

$$\nabla Y_t = (-0,1010624)\nabla Y_{t-1} + (0,3046463)\varepsilon_{t-1} + (-0,0002189)I_d(t-1)\nabla Y_{t-1}(t-1) + \varepsilon_t \quad (3.4.2)$$

Figura 3.8 Modelo ARIMA(1,1,1), con cambio estructural, aplicado a la serie principal.



Elaboración propia, mediante software MATLAB.

El comportamiento del modelo ARIMA(1,1,1) con cambio estructural, basado en la serie, se muestra en la Figura 3.8. De la representación gráfica puede destacarse que a pesar de que el modelos no describen en totalidad la serie, logra dar un acercamiento bastante bueno.

Un análisis sobre las características en las que se diferencian a los modelos es presentado en el apartado de resultados, considerando para tal caso el modelo sin cambio estructural ya aquí

¹³Entiéndase en este caso como la probabilidad de que el valor del parámetro cambie con el fin de mejorar el modelo, dicho de otra forma un p-valor menor a 0.05 indica que es valor encontrado para el parámetro es el idóneo para el modelo.

presentado como comparativo de considerar cambio estructural y no hacerlo.

3.4.1. Análisis de los parámetros $\hat{\phi}_1$, $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\phi}'_1$

En las ecuaciones 3.4.1 y 3.4.2 es notorio el cambio que se tiene en cuanto a la estimación de los parámetros, de los que se puede señalar que: en el caso de $\hat{\phi}_1$ cambia su magnitud pero no lo hace su signo, es mayor para el modelo de cambio estructural siendo de -0.1010624 y es un poco menor bajo un modelo sin cambio estructural siendo de -0.0433766.

Tabla 3.3 Resumen del ajuste de modelos ARIMA(1,1,1) a la serie principal.

Modelo	Parámetro	Valor	Error estándar	Estadístico	P-valor
Modelo ARIMA(1,1,1) considerando cambio estructural.	$\hat{\phi}_1$	-0.1010624	0.1707	-0.5973	0.5503
	$\hat{\theta}_1$	0.3046463	0.1556	1.9645	0.0495
	$\hat{\phi}'_1$	-0.0002189	0.00033	-0.6644	0.5064
	Varianza	0.0254860	0.00069	37.0096	8.03e-300
Modelo ARIMA(1,1,1) sin considerar cambio estructural.	$\hat{\phi}_1$	-0.0433766	0.1569	-0.2765	0.7821
	$\hat{\theta}_1$	0.2139934	0.1574	1.3596	0.1740
	Varianza	0.0255052	0.00066	38.3280	2.09e-321

Elaboración propia.

El considerar cambio estructural dentro del modelo modifica su estructura, por lo que un análisis parámetro a parámetro entre un modelo de cambio estructural contra uno que no lo tiene resulta incompleto. Sin embargo, cabe señalar que la presencia del componente de cambio influye sobre los otros parámetros, además, en este caso particular el hecho de que el parámetro $\hat{\phi}'_1$ tenga signo negativo indica una tendencia decreciente, por lo que es una comprobación de lo visto previamente de manera gráfica.

Es así como se tiene el punto de partida dado por la Ecuación 3.4.2, donde se espera que dentro de la metodología descrita en las paginas siguientes sea un punto recurrente. En un análisis *a priori*, si se ajusta para el caso general, se ajusta también para los casos particulares de una serie.

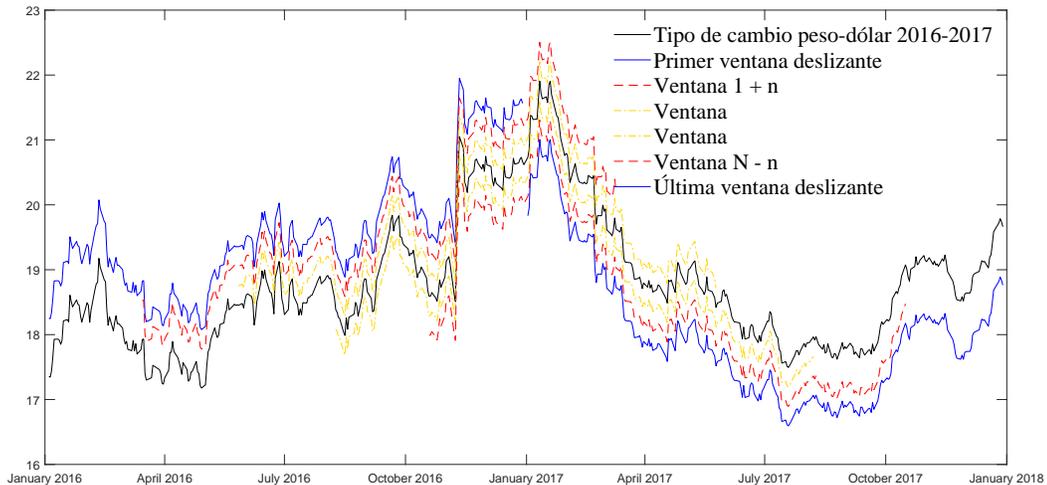
La motivación de este estudio es probar y en su defecto encontrar evidencia sobre esta

particularidad de las series; en base a las condiciones de estacionariedad débil [véase apartado 2.2.2], donde la media y la varianza son constantes en el tiempo, se busca que los parámetros de un modelo que describe la serie principal sean constantes para sus sub-series.

3.5. Modelo por ventanas temporales deslizantes

La implementación del método de ventanas temporales deslizantes viene dada en el apartado 2.5.1, donde tomando las condiciones establecidas en paginas anteriores se tiene, una amplitud de $m = 251$ para todas las ventanas, teniendo así un total de 253 ventanas, por consiguiente 253 registros de los parámetros de interés, $\hat{\phi}_1$, $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\phi}'_1$.

Figura 3.9 Presentación de la ventanas temporales deslizantes, en la serie tipo de cambio.



Elaboración propia, mediante software MATLAB.

En la Figura 3.9¹⁴ se muestra una representación del método de ventanas temporales deslizantes del que se hace uso para la aplicación del modelo donde destaca que la primer ventana $Y'_t : t = 1, 2, \dots, 251$) y la última $Y_t^{n'} : t = 253, 254, \dots, 503$) no comparten datos como se ha ilustrado,

¹⁴El método no realiza ningún cambio sobre los datos de la serie, el cambio de nivel que se muestra es para fines ilustrativos.

por lo cual los resultados particulares de estas ventanas serán interesantes al compararlos a la par, por lo que los resultados para estas ventaras merecen un análisis particular y se presenta un resumen en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4 Parámetros para las ventanas temporales deslizantes sin elementos en común.

Parámetro	Ventana 1	Ventana 2	Ventana 252	Ventana 253
$\hat{\phi}_1$	0.00542511	0.00739186	0.07983330	-0.39891546
$\hat{\theta}_1$	0.15367648	0.15157491	0.20244521	0.84858702
$\hat{\phi}'_1$	0.00054136	0.00054595	-0.00055018	-0.00114725
valor t, inicio	1	2	252	253
valor t, fin	251	252	502	503

Elaboración propia.

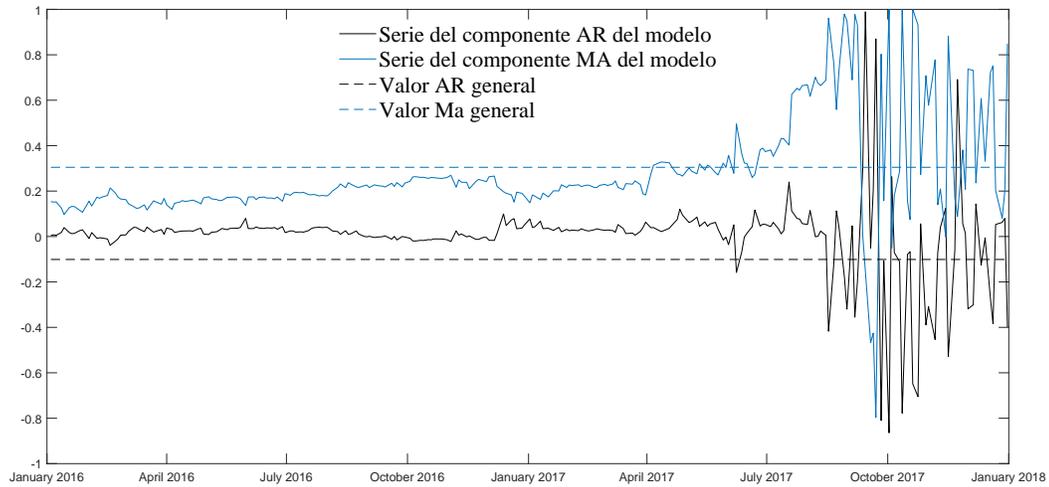
Se observa que para los parámetros $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\theta}_1$ su valor magnitud es muy parecida para las ventanas 1, 2 y 252, cambiando el signo de $\hat{\phi}_1$ en 252 en comparación con 1 y 2, a pesar de que ésta última no tiene elementos en común con 1 y solo uno respecto a 2.

3.5.1. Análisis de los parámetros $\hat{\phi}_1$, $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\phi}'_1$, ventanas deslizantes

Con las particularidades del modelo ya planteado dado en la Ecuación 3.2.3, se realiza un proceso iterativo donde iniciando con la primer ventana se estiman los parámetros correspondientes realizando además una captura de ellos, terminado esta acción se avanza a la siguiente ventana repitiendo el procedimiento señalado, agrupando los parámetros en un arreglo cada uno con sus pares, y así hasta llegar a la última ventana, donde se termina el proceso.

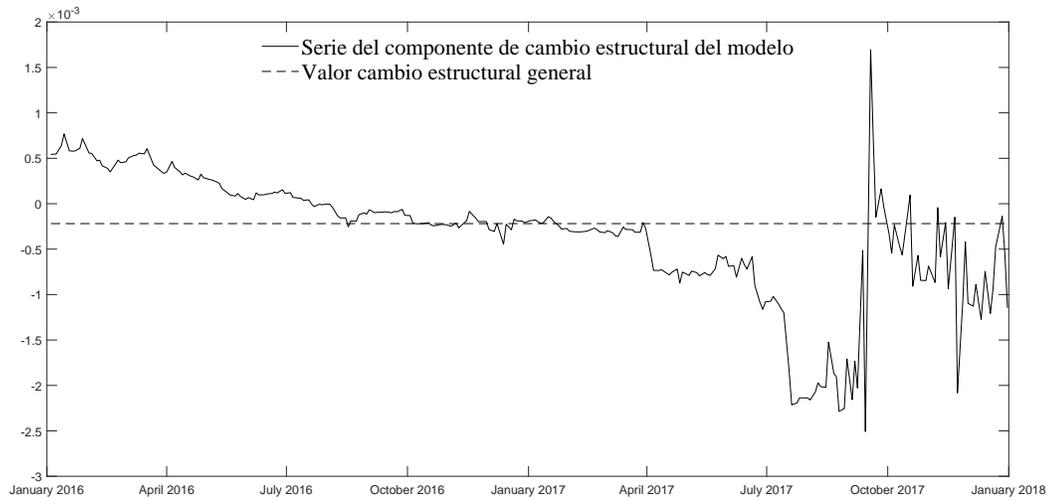
Como resultado tenemos un registro temporal, que se puede considerar también como serie, en donde se muestra la evolución que tienen estos parámetros a través del tiempo, el valor t para los parámetros será el perteneciente a su ultimo dato de entrada, con el fin de que la serie de parámetros termine en el mismo punto que la serie principal. En la Figura 3.10 se muestra el registro obtenido para los parámetros $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\theta}_1$, se agrega también el valor de los parámetros obtenidos al aplicar el modelo a la serie principal, en forma de una recta.

Figura 3.10 Comportamiento histórico de los parámetros $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\theta}_1$, ventanas deslizantes.



Elaboración propia, mediante software MATLAB.

Figura 3.11 Comportamiento histórico del parámetro $\hat{\phi}'_1$, ventanas deslizantes.



Elaboración propia, mediante software MATLAB.

De manera similar se muestra el comportamiento que tiene $\hat{\phi}'_1$, Figura 3.11, se muestra a parte debido a reducido rango $(-0.003, 0.002)$, mientras que los parámetros $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\theta}_1$ oscilan entre $(-1, 1)$, esto por las condiciones de estacionaridad e invertibilidad del modelo.

3.5. MODELO POR VENTANAS TEMPORALES DESLIZANTES

Como caso particular del parámetro $\hat{\phi}_1$ por ser este también un indicador de la tendencia, se observa que al inicio del registro indica tendencia creciente (primeros 4 registros), condición dada por los puntos consecutivos al cambio estructural, y a medida que se avanza, esta tendencia cambia de signo, siendo en este caso decreciente (de abril a octubre de 2016), se observa además un punto de caída repentino seguido de salto inmediato (lapso de tiempo entre julio y octubre de 2017), lo cual marca un segundo punto de cambio estructural¹⁵.

Para los tres parámetros se observa que su comportamiento se vuelve más abrupto mientras las ventanas se acercan más al final de la serie principal, dada la evidencia mostrada por el parámetro $\hat{\phi}_1$ este efecto es causado por un cambio estructural adicional, el cual afecta a aproximadamente a una octava parte de los registros, mas, no por ello la propuesta planteada en este estudio deja de ser relevante.

Tabla 3.5 Prueba de normalidad a parámetros obtenidos por ventanas temporales deslizantes.

Parámetro	Normalidad	p-value	estadístico JB	valor crítico
$\hat{\phi}_1$	No	0	1971.19534	5.60310
$\hat{\theta}_1$	No	0	208.66651	5.03843
$\hat{\phi}'_1$	No	0	56.56717	5.43241

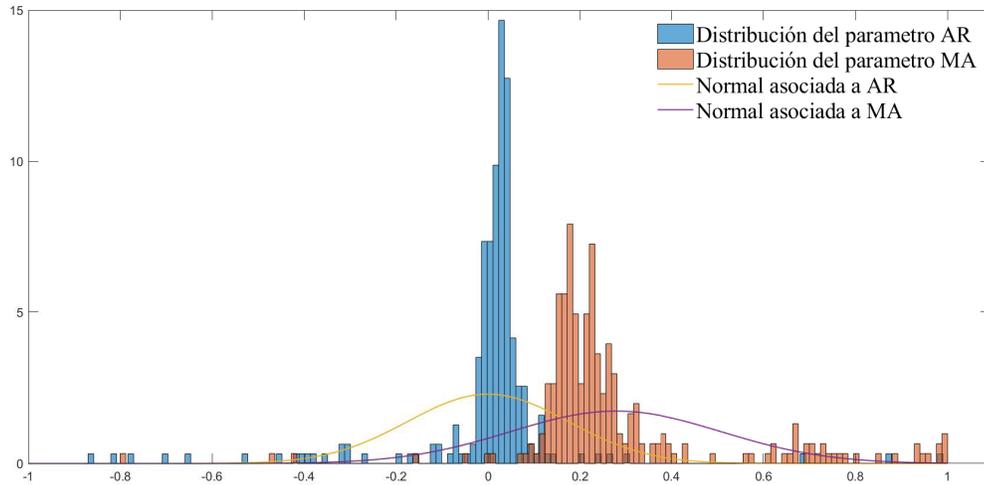
Elaboración propia.

Una vez que se tiene el registro de los parámetros, considerando el teorema central del límite, mencionado en el capítulo previo, se procede a realizar la prueba de bondad de ajuste descrita en el apartado 2.6.1 (Jarque-Bera), con ayuda del software MATLAB, el cual nos ofrece la posibilidad de dar valor de significancia a la prueba por lo que se considera $\alpha = 1\%$ para los tres parámetros.

Los resultados obtenidos en la prueba de bondad de ajuste, Jarque-Bera, Tabla 3.5, no son favorables ya que no se justifica normalidad e inclusive los estadísticos correspondientes se encuentran bastante alejados del valor crítico, sin embargo, una representación gráfica de la distribución de los parámetros que se muestra para $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\theta}_1$ en la Figura 3.12 y para $\hat{\phi}'_1$ en la Figura 3.12 muestra una aparente concentración sobre un punto medio, en los tres casos, lo cual

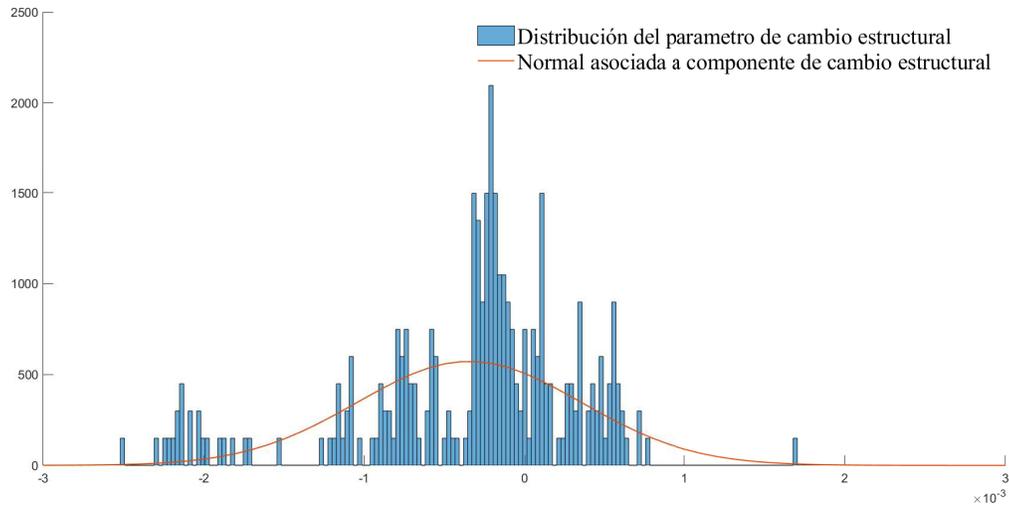
¹⁵Esta es una de las limitaciones del tratamiento de cambio estructural elegido, dado que a partir del punto de cambio se particiona a la serie en antes y después del cambio, pero, no permite integrar más puntos de cambio.

Figura 3.12 Histograma de los parámetros $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\theta}_1$, ventanas deslizantes.



Elaboración propia, mediante software MATLAB.

Figura 3.13 Histograma de los parámetros $\hat{\phi}_1$, ventanas deslizantes.



Elaboración propia, mediante software MATLAB.

sirve de evidencia aunque no en sentido estricto.

A partir de lo que se muestra en los histogramas es posible construir el modelo, planteado en este estudio, pero en lugar de estimar los parámetros serán considerados los valores promedios

3.6. MODELO POR VENTANAS TEMPORALES CRECIENTES, DERECHA

de sus respectivos históricos construidos mediante las ventanas deslizantes, por lo que el modelo después de la filtración estadística para ventanas temporales deslizantes queda con las características que se muestran en la Ecuación 3.5.1

$$\nabla Y_t = (-0,0005379)\nabla Y_{t-1} + (0,2781923)\varepsilon_{t-1} + (-0,0003453)I_d(t-1)\nabla Y_{t-1}(t-1) + \varepsilon_t \quad (3.5.1)$$

La representación gráfica de ajustar el modelo dado por la Ecuación 3.5.1 en la serie tipo de cambio resulta similar a la presentada en la Figura 3.8, ya que como se mencionó en su momento, las variaciones que se tienen del modelo sobre la serie principal y el obtenido por ventanas deslizantes son pequeñas¹⁶ en relación a lo que es posible apreciar al presentar una serie con 503 registros, sin la posibilidad de hacer un acercamiento una vez plasmado en papel.

Ante tal limitación por el momento solo se mencionarán los aspectos generales a destacar, mas adelante en el apartado de resultados se ofrece de manera esquematizada que permite hacer un comparativo entre los diferentes métodos abordados.

La suma de los errores al cuadrado que muestra el modelo al compararlo con la serie original es de 12.8858811, es decir, los errores observación a observación que se tienen bajo el modelo al que se ha llegado se elevaron al cuadrado (esto para evitar que se anulen entre si) y se sumaron de modo que el resultado es el ya mencionado.

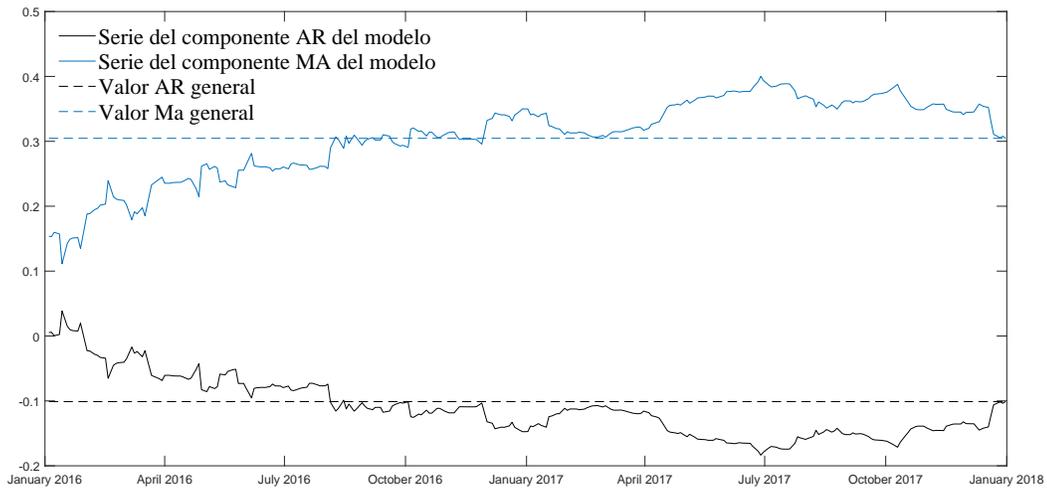
3.6. Modelo por ventanas temporales crecientes, derecha

Una vez habiendo trabajado con el método de ventanas temporales deslizantes es más fácil implementar el método de ventanas temporales, por lo que considerando lo descrito en el apartado 2.5.2, se aplica el modelo general, bajo el método de ventanas temporales crecientes por la derecha.

¹⁶Cabe señalar que una variación inclusive por centésimas, bajo una transacciones en millones, representa perdidas o ganancias significativas, por lo que estas pequeñas variaciones deben ser consideradas.

Con el fin de mantener criterios homogéneos, al igual que para ventanas deslizantes se considera una ventana inicial con amplitud de $m = 251$, y con un proceso iterativo similar al anterior, con la diferencia de tener el punto inicial, Y_1 , fijo y agregando el dato consecutivo por la derecha para la implementación del modelo.

Figura 3.14 Comportamiento histórico de los parámetros $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\theta}_1$, ventanas crecientes por la derecha.



Elaboración propia, mediante software MATLAB.

Este método tiene la particularidad de converger, por la derecha, hacia la serie principal, por lo que se tendrá para el último registro de los parámetros los encontrados en el apartado 3.4 de este capítulo, además, se espera que los parámetros sean más persistentes que los encontrados por ventanas deslizantes, ya que estas ventanas presentan mayores datos en común ventana a ventana.

3.6.1. Análisis de los parámetros $\hat{\phi}_1$, $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\phi}'_1$, ventanas crecientes por la derecha

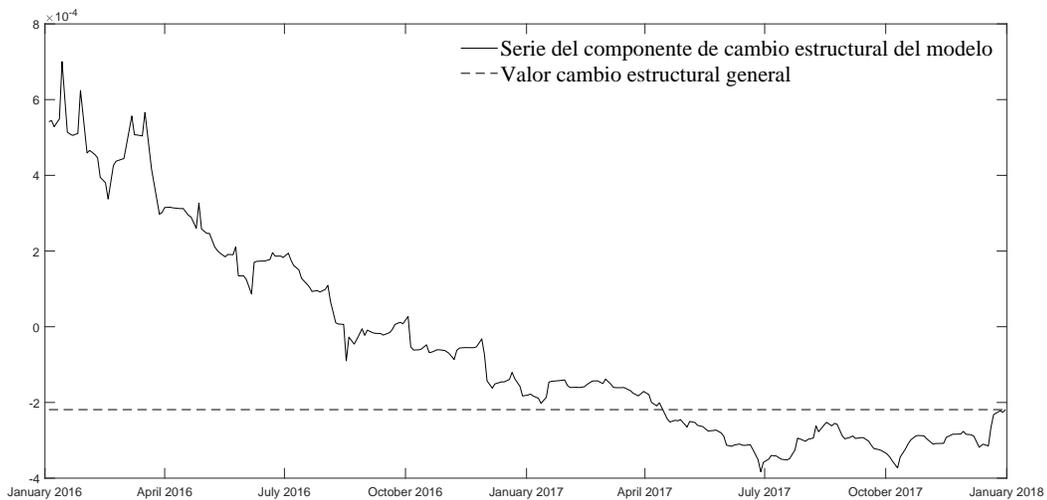
En la Figura 3.14 se muestra el registro obtenido para los parámetros $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\theta}_1$, mientras que el registro del componente de cambio estructural, $\hat{\phi}'_1$, se presenta en la Figura 3.15. A pesar de que los valores son cambiantes en el tiempo estos no tienen gran variación, es decir para $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\theta}_1$ en

3.6. MODELO POR VENTANAS TEMPORALES CRECIENTES, DERECHA

conjunto tienen un rango de $(-0.2, 0.5)$, el cual es inferior al de los mismos parámetros pero por ventanas deslizantes que es de $(-1, 1)$, pasa algo similar para $\hat{\phi}'_1$.

Como se puede observar, el comportamiento de la serie tanto para $\hat{\phi}_1$ como para $\hat{\theta}_1$, resulta en movimientos alrededor de la línea que indica el valor de los parámetros encontrados en el modelo aplicado a la serie principal, sin embargo, este no es el caso del parámetro $\hat{\phi}'_1$, pues éste, como ya se ha comentado previamente, depende de la tendencia de la serie.

Figura 3.15 Comportamiento histórico del parámetro $\hat{\phi}'_1$, ventanas crecientes por la derecha.



Elaboración propia, mediante software MATLAB.

Un aspecto a destacar es que por un corto segmento de los registros el parámetro $\hat{\phi}'_1$ estuvo cercano y casi paralelo al del modelo general, por lo que puede argumentarse que en el transcurso de tiempo señalado se tiene la misma tendencia que en el caso general.

Del mismo modo que se aplicó la prueba de bondad de ajuste para los parámetros de ventanas deslizantes se aplica ahora para los parámetros obtenidos por ventanas crecientes por la derecha. En la Tabla 3.6 se presentan los resultados obtenidos, bajo las mismas condiciones, $\alpha = 1\%$.

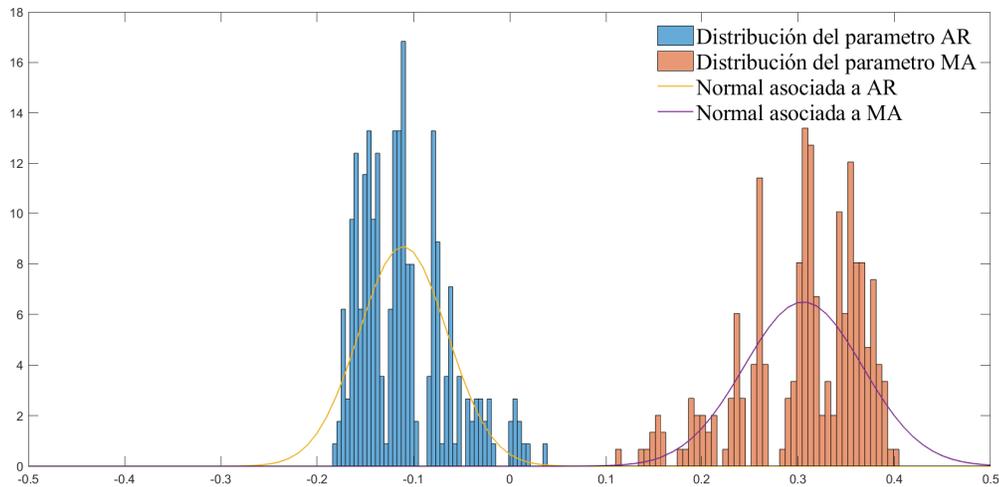
Para este caso no es posible encontrar normalidad, como lo muestran los resultados contenidos en la tabla, pero, al ser comparados, parámetro a parámetro, estos resultados con los obtenidos en el apartado de ventanas deslizantes destaca el hecho que el valor del estadístico es menor

Tabla 3.6 Prueba de normalidad a parámetros obtenidos por ventanas temporales crecientes por la derecha.

Parámetro	Normalidad	p-value	estadístico JB	valor crítico
$\hat{\phi}_1$	No	0	33.06867	5.47756
$\hat{\theta}_1$	No	0	30.71915	5.81588
$\hat{\phi}'_1$	No	0	32.90974	6.44188

Elaboración propia.

Figura 3.16 Histograma de los parámetros $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\theta}_1$, ventanas crecientes por la derecha.

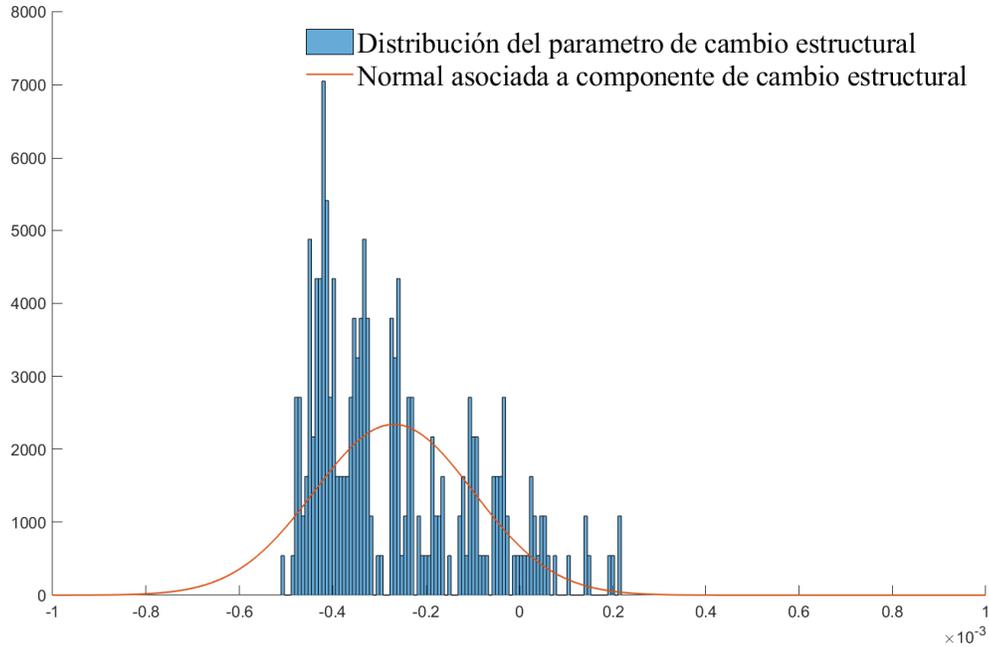


Elaboración propia, mediante software MATLAB.

para ventanas crecientes por la derecha, por lo que podría decirse que en términos relativos estos parámetros se asemejan más a un comportamiento normal que los del apartado 3.5.1, sin embargo, aun esta lejos de ser una distribución normal ya que para los tres parámetros el estadístico es casi seis veces mayor que el valor crítico.

En las Figuras 3.16 y 3.17 se muestra la distribución de los parámetros y como en el apartado anterior a pesar de no cumplir con los criterios de normalidad se observa que la distribución normal asociada, marcada como una línea, logra capturar la mayoría de los registros, por esta razón al igual que con el método de ventanas deslizantes se toman los valores promedio de los parámetros para definir un tercer que integre cambio estructural, el cual se presenta en la Ecuación 3.6.1.

Figura 3.17 Histograma de los parámetros $\hat{\phi}_1$, ventanas crecientes por la derecha.



Elaboración propia, mediante software MATLAB.

$$\nabla Y_t = (-0,1107153)\nabla Y_{t-1} + (0,3057719)\varepsilon_{t-1} + (-0,0000499)I_d(t-1)\nabla Y_{t-1}(t-1) + \varepsilon_t \quad (3.6.1)$$

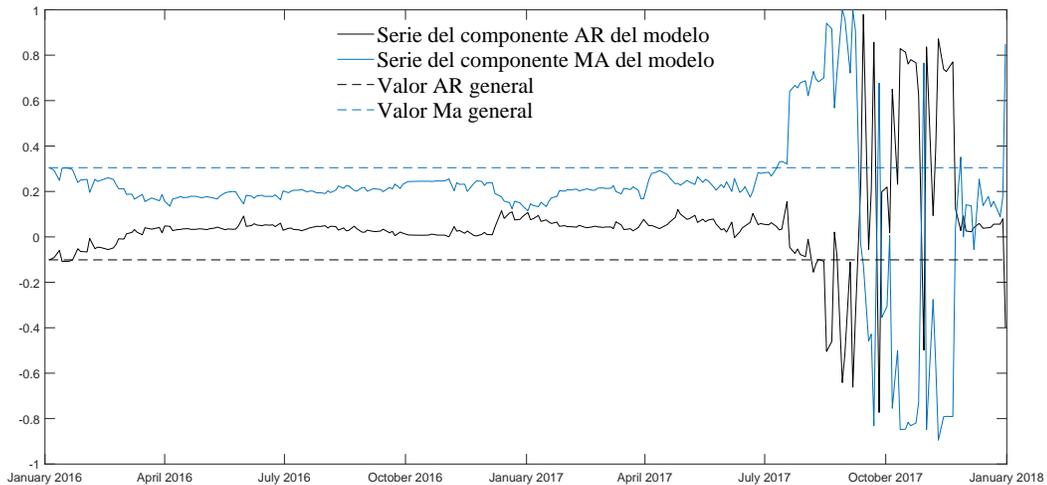
Bajo el análisis del modelo que se presentó en la sección anterior se tiene para este caso a 12.83312532 como la suma del errores al cuadrado, siendo éste un resultado menor que el de ventanas deslizantes.

3.7. Modelo por ventanas temporales crecientes, izquierda

Para abordar los tres escenarios de acción con ventanas temporales descritos en el apartado 2.5, ahora será abordado el de ventanas temporales crecientes por la izquierda, haciendo con esto un uso variado de las ventanas temporales, no por ello se han agotado las posibilidades.

Las ventanas temporales crecientes por la izquierda pueden ser vistas también como decrecientes por la derecha, sin embargo, se presentan dos observaciones al respecto, la primera como caso general, suele verse al tiempo como una cuestión lineal en un solo sentido, por lo que al llamarle creciente se da la noción de que el tiempo avanza; la segunda observación es de cuestiones prácticas ya que al ser llamadas decrecientes se espera que se llegue a un fin, lo que sería una observación particular por lo que pierde la condición de serie, y al considerarse creciente, aunque sea por la izquierda, puede hacerse de forma indefinida limitado solo por la disponibilidad de datos.

Figura 3.18 Comportamiento histórico de los parámetros $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\theta}_1$, ventanas crecientes por la izquierda.

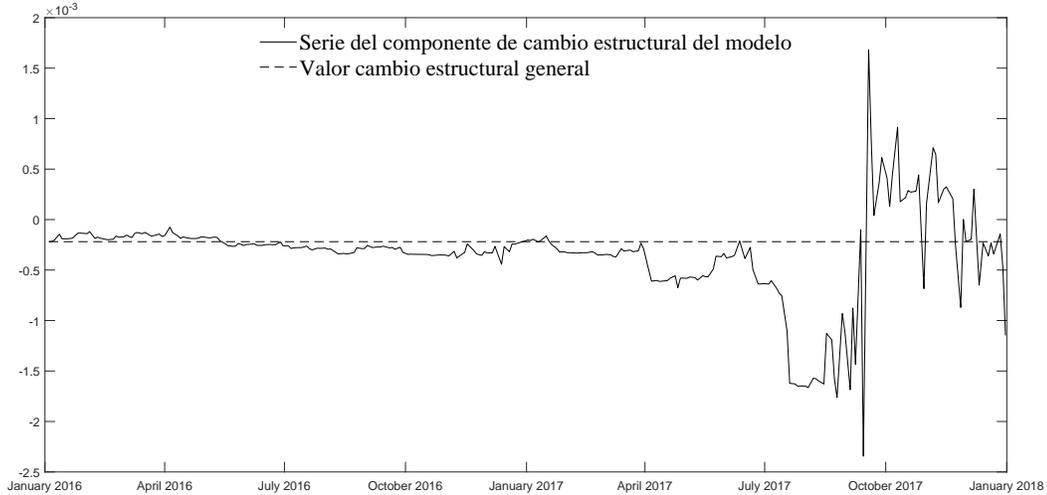


Elaboración propia, mediante software MATLAB.

3.7.1. Análisis de los parámetros $\hat{\phi}_1$, $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\phi}'_1$, ventanas crecientes por la izquierda

Por cuestiones prácticas se invierte el orden dado en el apartado 2.5.2, con el fin de hacer coincidir el tiempo entre las observaciones de los parámetros para poder así hacer el análisis que se requiera. Con esta condición, este método inicia con la serie principal como primer ventana continuando con el proceso hasta llegar a la ventana con amplitud $m = 251$.

Figura 3.19 Comportamiento histórico del parámetro $\hat{\phi}'_1$, ventanas crecientes por la izquierda.



Elaboración propia, mediante software MATLAB.

El registro de los parámetros se muestra en la Figura 3.18 para el caso de $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\theta}_1$, mientras en la Figura 3.19 está el que corresponde a $\hat{\phi}'_1$. Donde se muestra persistencia en los datos hasta un poco más de la mitad de la serie, para después, presentar grandes saltos. Recordemos que este comportamiento también se presentó durante el proceso de las ventanas deslizantes reafirmando así nuevo cambio estructural ya antes mencionado.

En la Tabla 3.7 se muestran los resultados de la prueba de bondad de ajuste, Jarque-Bera, los cuales rechazan normalidad. En las Figuras 3.20 y 3.21 se presenta la distribución de los tres parámetros, en las cuales, al analizarlas se observa y justifica el porque se rechaza la normalidad, y sobre todo con unos valores altos en los estadísticos, sin embargo, se mantienen con mayor cercanía entre si, 673 para $\hat{\phi}_1$, 290 para $\hat{\theta}_1$ y 283 para $\hat{\phi}'_1$, a diferencia de los resultados para ventanas deslizantes donde fue de 197, 208 y 56 respectivamente.

El motivo relevante es la presencia de leptocurtosis¹⁷ la cual no corresponde a una normal, una

¹⁷Condición de la distribución de datos donde el valor de curtosis es mayor que cero (valor para distribución normal), es decir, los datos se encuentran más atraídos a la media y las colas tienen mayor peso con respecto a una distribución normal.

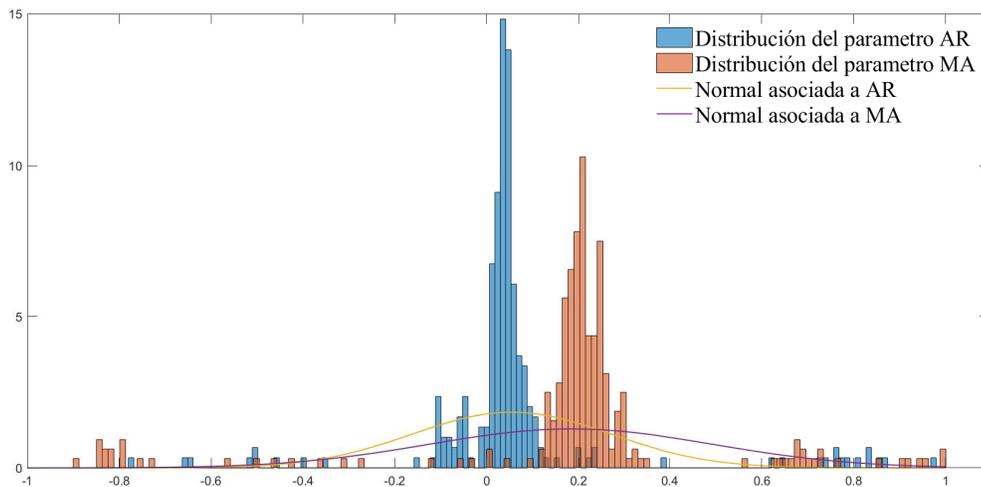
de las razones por las que se rechaza la prueba.

Tabla 3.7 Prueba de normalidad a parámetros obtenidos por ventanas temporales crecientes por la izquierda.

Parámetro	Normalidad	p-value	estadístico	valor crítico
$\hat{\phi}_1$	No	0	673.16659	5.75714
$\hat{\theta}_1$	No	0	290.79654	5.79241
$\hat{\phi}'_1$	No	0	283.46620	6.12731

Elaboración propia.

Figura 3.20 Histograma de los parámetros $\hat{\phi}_1$ y $\hat{\theta}_1$, ventanas crecientes por la izquierda.

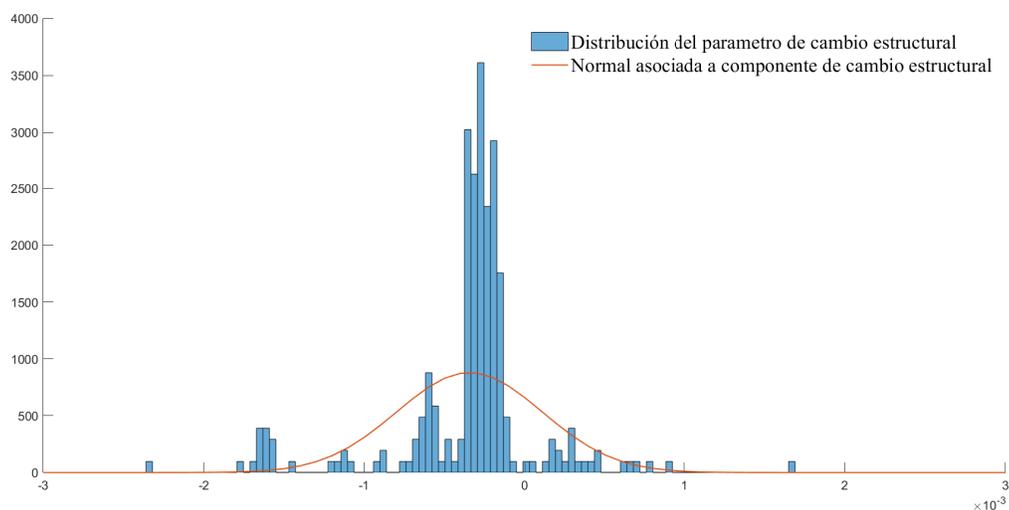


Elaboración propia, mediante software MATLAB.

A pesar de no cumplir normalidad, se procede a realizar las adecuaciones al modelo general en base al método de ventanas crecientes por la izquierda, y esto por dos razones, la primera la generalidad ya antes mencionada, de modo que asimilando procesos similares para los métodos en cuestión se puedan encontrar filtraciones que permitan dar robustez, sin pérdida de simplicidad, a un modelo como el elegido en este estudio; la segunda razón parte de la persistencia observada en el registro de los parámetros, la cual justifica la leptocurtosis y no permitirá gran sesgo en la media, a pesar del comportamiento visto al final de las series.

Habiendo establecido la generalidad, para el caso de este método, la Ecuación 3.7.1 muestra el

Figura 3.21 Histograma del parámetro $\hat{\phi}_1$, ventanas crecientes por la izquierda.



Elaboración propia, mediante software MATLAB.

resultado de la adecuación dada al modelo por el método de ventanas temporales crecientes por la izquierda.

$$\nabla Y_t = (0,0544481)\nabla Y_{t-1} + (0,1838309)\varepsilon_{t-1} + (-0,0003444)I_d(t-1)\nabla Y_{t-1}(t-1) + \varepsilon_t \quad (3.7.1)$$

Bajo este modelo se tiene como resultado lo siguiente: la suma de errores al cuadrado es de 12.84305975, siendo entonces para este criterio mejor que ventanas deslizantes pero el segundo menor después de ventanas crecientes por la derecha.

3.8. Modelo aplicado a la última ventana

Teniendo el conjunto de modelos generados en paginas anteriores, modelo estimado sobre la serie principal, modelo con filtración por ventanas deslizantes, modelo con filtración por ventanas crecientes por la derecha y modelo con filtración por ventanas crecientes por la izquierda, se agrega

además, un modelo estimado sobre la última ventana deslizante.

La serie principal presenta cambio estructural al final de la misma, dicho efecto se vio reflejado en los registros de parámetros por ventanas deslizantes y ventanas crecientes por la izquierda, los cuales tienen un elemento/ventana en común la última, por estos motivos se ve conveniente agregar al conjunto de modelos en análisis el estimado sobre la llamada última ventana.

Tenemos entonces la estructura definida para este quinto modelo a considerar, por lo que el valor de sus parámetros se muestra en la Ecuación 3.8.1, los cuales han sido estimados directamente sobre los datos de la serie como en el caso del modelo aplicado a la ventana principal.

$$\nabla Y_t = (-0,3981821)\nabla Y_{t-1} + (0,8488391)\varepsilon_{t-1} + (-0,0011467)I_d(t)t\nabla Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.8.1)$$

Dado que estos parámetros se obtienen de forma directa y no como resultado de su importancia estadística, para este apartado no se tiene el análisis de los parámetros, sin embargo, su importancia recae en el hecho de que el pronóstico es dado sobre los datos sucesores al último registro de la serie por lo que considerar esta última ventana dará un comparativo en el análisis conjunto de los pronósticos.

Como consideración final, se introduce una opción más, con el fin neto de tener otro punto de referencia. Ya que la última ventana resulta un punto de primordial interés, además de ser esta la puerta que da apertura al pronóstico, la consideración adicional es un modelo ARIMA(1,1,1), cuyos parámetros sean estimados de forma directa y que no considere cambio estructural.

3.9. Construcción del pronóstico

Este estudio tiene como objetivo principal construir un pronóstico mediante el uso de modelos ARIMA(1,1,1), en la serie temporal, tipo de cambio peso-dolar, aplicando el método de ventanas deslizantes, es entonces nuestro siguiente y último proceso a seguir.

Los pasos que se siguieron en este estudio fueron encaminados a la búsqueda de un método que logre, robustecer en cierta medida, un modelo sencillo y ampliamente conocido como es el modelo ARIMA(1,1,1), sin que éste se viera comprometido en su estructura y por consiguiente cambiar esta condición de ser un modelo práctico.

La utilidad de la metodología Box-Jenkins es la de emplearse como herramienta de pronóstico¹⁸, más allá de poder describir el comportamiento de una serie, por tal motivo ese es también el propósito de este trabajo.

Los pronósticos desarrollados en el apartado siguiente, que corresponde a resultados, se basan en el supuesto de que Y_{503} es la última observación con que se cuenta sobre el tipo de cambio peso-dólar. Sin embargo, no tenemos problema para pronosticar \hat{Y}_{504} , ya que hacemos uso de Y_{502} y Y_{503} , la restricción entra en juego cuando queremos pronosticar \hat{Y}_{505} , este condicionamiento se soluciona al tomar Y_{503} y \hat{Y}_{504} , para tal propósito. De manera similar para encontrar \hat{Y}_{506} tomamos \hat{Y}_{505} y \hat{Y}_{504} , continuando con este supuesto para obtener \hat{Y}_{507} .

Recordemos también que para el caso de la parte de medias móviles se tiene que establecer otro supuesto ya que asumimos que no hay valores reales para comparar se asume para \hat{Y}_{504} que el mismo es el valor real, por lo que $\hat{\varepsilon}_{504}$ es igual a cero¹⁹, y así con los demás valores.

Los supuestos planteados son generalidades de la metodología Box-Jenkins, en el caso de los software que cuentan con las las funciones definidas para el desarrollo de los modelos de este tipo consideran también estos supuestos, de este modo para la opción de pronóstico, por ejemplo, de MATLAB toma en consideración los supuestos aquí planteados.

Para el modelo aplicado a la última ventana con cambio estructural y sin cambio estructural, se consideró la última ventana para la estimación de los parámetros, sin embargo, a partir de esos resultados se aplicó el modelo a la serie principal con el fin de incluirlos al análisis conjunto.

¹⁸Los pronósticos mediante esta metodología son buenos sobre un punto adelante, pero, no se tiene la misma confianza a partir de un segundo punto a predecir.

¹⁹El supuesto de que a falta de valor real el último estimado se toma como el real, siendo el error asociado 0, esta dado por la metodología Box-Jenkins.

3.10. Resultado de los pronósticos

En las Tablas 3.8 y 3.9 se presentan los modelos desarrollados con sus respectivos resultados²⁰. Se presentan los valores correspondientes a los parámetros $\hat{\phi}_1$, $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\phi}'_1$, es notorio que se presentan ligeras tendencias entre los parámetros: para todos los modelos $\hat{\theta}_1$ es mayor que 0.18 por lo que, en general, se le da mayor peso a la parte de medias móviles; De manera similar en todos los modelos se considera a $\hat{\phi}'_1$ con signo negativo, de modo que se entiende la parencia de una tendencia positiva que los modelos ajustan al disminuirla con un parámetro de valor negativo; caso similar ocurre con $\hat{\phi}_1$ solo que aquí no hay una generalidad ya que para ventanas crecientes por la izquierda (5) este valor es positivo, mientras para los demás modelos es negativo.

Tabla 3.8 Comparación general de modelos ARIMA(1,1,1), bajo las condiciones descritas, 1 de 2.

Método	Serie principal sin cambio estructural (1)	Serie principal, con cambio estructural (2)	Ventanas deslizantes (3)	Ventanas crecientes derecha (4)
$\hat{\phi}_1$	-0.0433766	-0.10106247	-0.00053792	-0.110715314
$\hat{\theta}_1$	0.2139934	0.30464633	0.27819233	0.305771941
$\hat{\phi}'_1$	-	-0.00021894	-0.00034531	-0.000049932
SEC	12.8289083	12.8191352	12.8858811	12.83312532
EMC	0.02550478	0.02548535	0.02561805	0.025513172
aciertos 90 %, (ECM*1.96)	159 (0.0499893)	153 (0.0499513)	163 (0.0501184)	161 (0.0500058)
aciertos, 0.01	33	31	31	36
29/12/2017	19.7251149	19.7295919	19.7289724	19.7248590
02/01/2018	19.6527312	19.6578939	19.6571510	19.6538024
03/01/2018	19.6531723	19.6663114	19.6696539	19.6565978
04/01/2018	19.6531531	19.6645300	19.6674669	19.6562178
05/01/2018	19.6531540	19.6649074	19.6678502	19.6562695

Elaboración propia con los resultados obtenidos en éste estudio.

Es interesante la similitud entre las características de los parámetros a pesar de ser identificados mediante distintos métodos. Al respecto, cada diferente combinación de parámetros repercute

²⁰El orden de los modelos en las tablas esta dado respecto a su mención en el presente trabajo, de ahí que el modelo ARIMA(1,1,1) sin considerar cambio estructural aplicado a la serie principal se encuentre primero. Los modelos se enumeran y serán mencionados con su respectiva numeración para que sea sencillo relacionar el texto con las tablas

3.10. RESULTADO DE LOS PRONÓSTICOS

sobre la suma de los errores al cuadrado, pero, al igual que con los parámetros, es notoria la tendencia que éste presenta, a pesar de que nos es mínima la variación entre la combinación de los parámetros, por ejemplo, entre ventanas deslizantes (3) y crecientes por la derecha (4) el primer valor varía en más de 0.11, el segundo en 0.22 y el tercero en 0.0003, mientras sus demás valores en la tabla son similares.

Tabla 3.9 Comparación general de modelos ARIMA(1,1,1), bajo las condiciones descritas, 2 de 2.

Método	Ventanas crecientes izquierda (5)	Última ventana, con cambio estructural (6)	Última ventana, sin cambio estructural (7)	Valor real de la serie tipo de cambio peso-dólar
$\hat{\phi}_1$	0.054448178	-0.39891546	0.0001062	
$\hat{\theta}_1$	0.183830969	0.84858702	0.0956617	
$\hat{\phi}_1$	-0.00034442	-0.00114725	-	
SEC	12.84305975	14.8191054	12.9063737	
EMC	0.025532922	0.02946144	0.02565879	
aciertos 90 %, (ECM*1.96)	155 (0.0500445)	170 (0.0577444)	156 (0.0502912)	
aciertos, 0.01	31	28	26	
29/12/2017	19.7315097	19.7244011	19.7300031	19.6629
02/01/2018	19.6589000	19.6814698	19.6564730	19.4899
03/01/2018	19.6712863	19.6988857	19.6564724	19.3717
04/01/2018	19.6698063	19.6818481	19.6564724	19.2427
05/01/2018	19.6699836	19.6985352	19.6564724	19.2737

Elaboración propia con los resultados obtenidos en éste estudio.

La suma de los errores al cuadrado (SEC) puede ser considerado como una medida de ajuste, ya que entre menor sea la SEC, mayor será el acercamiento que tiene, en general, el modelo a los valores reales. Sobre éste punto podemos decir que el modelo ARIMA(1,1,1) con cambio estructural (2) tiene la menor SEC, seguido por el ARIMA(1,1,1) (1), ésto por su condición de ser estimados directamente por el método de máxima verosimilitud, cumpliendo así con su condición de óptimos para ambos casos, es decir, no hubo un filtro para encontrar los valores de dichos modelos.

El error cuadrado medio ECM está dado por la razón de $SEC/503^{21}$, el cual nos sirve para encontrar el llamado acercamiento relativo, es decir, en base a los criterios propios de cada modelo, por lo que los resultados pueden no ofrecer generalidades. Este proceso se basa en encontrar aquellas observaciones que tienen como variación, respecto a la serie real, el producto de $ECM * 1.96^{22}$ donde se cuenta como acierto si el valor real se encuentra entre $\hat{Y}_t \pm ECM * 1.96$, de aquí tenemos al modelo de última ventana con cambio estructural (6) con 170 aciertos siendo el mayor (era de esperarse pues tiene el mayor SEC), después se encuentra ventanas deslizantes (3) con 163, seguido de ventanas crecientes por la derecha(4) con 161.

Dado que el acercamiento relativo depende del SEC no resulta un buen indicador para considerarle como general, ya que el mayor registro concuerda con el modelo con mayor SEC. Ante esta situación se presenta el llamado acercamiento absoluto que se diferencia del anterior al considerar un valor fijo para todos los modelos, siendo de 1 centavo de peso, en proporción a los niveles de la serie sería de 0.01, de tal manera que es general para todos los modelos y además es relativamente pequeño, con esto los resultados indican al modelo de ventanas crecientes por la derecha (4) como el mejor con 36 aciertos, después está ARIMA(1,1,1) (1) con 33 aciertos, seguido de ARIMA(1,1,1) con cambio estructural, ventanas deslizantes (3) y ventanas crecientes izquierda (5), los tres presentando 31 aciertos.

Al final de la tabla se presentan cinco valores que corresponden a los pronósticos generados mediante los modelos presentados, de los cuales el primero correspondiente al último valor de la serie tipo de cambio peso-dólar 2016-2017, los otros cuatro son el pronóstico para \hat{Y}_{504} , \hat{Y}_{505} , \hat{Y}_{506} y \hat{Y}_{506} , respectivamente. Se presentan además los valores reales de la serie, por lo que se puede comprobar la certeza de los modelos. Sin embargo con los supuestos planteados para todos los modelos, se tiene que a partir de \hat{Y}_{505}^{23} el pronóstico deja de variar en un decimal respecto \hat{Y}_{504} y

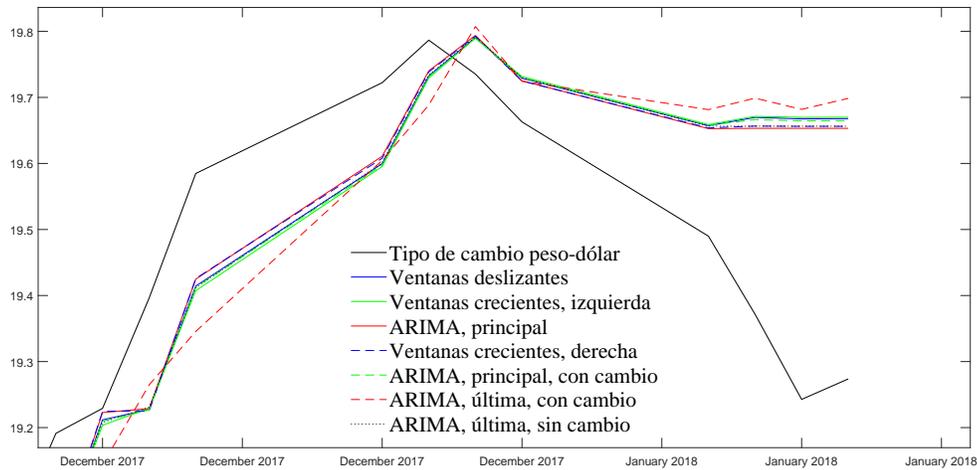
²¹Número de observaciones en la serie principal.

²²Valor de una normal que corresponde al 95 % de confianza (con 2 colas), es decir un intervalo de confianza con $\alpha = 0,05$.

²³Recordar que para $\hat{Y}_{504} = Y_{503} + \nabla Y_{504}$ se tiene $\nabla Y_{504} = \phi_1 \nabla Y_{503} + \theta_1 \varepsilon_{503} + \phi'_1 I_d(503) \nabla Y_{503}(503)$ donde existen los valores correspondientes, sin embargo, para $\hat{Y}_{505} = \hat{Y}_{504} + \nabla \hat{Y}_{505}$, no se tienen todos los valores por lo que los respectivos al error asociado se asumen = 0, entonces se tiene $\nabla Y_{505} = \phi_1 \nabla Y_{504} + \phi'_1 I_d(504) \nabla Y_{504}(504)$, y de manera similar \hat{Y}_{506} y \hat{Y}_{507} .

a partir de ese punto la variación está dada en menos de 0.003, a excepción del modelo de última ventana con cambio estructural donde presenta variaciones un poco más notorias que en los demás modelos.

Figura 3.22 Gráfica de los pronósticos que se generan con el abanico de modelos planteados.



Elaboración propia con los resultados obtenidos, mediante el software MATLAB.

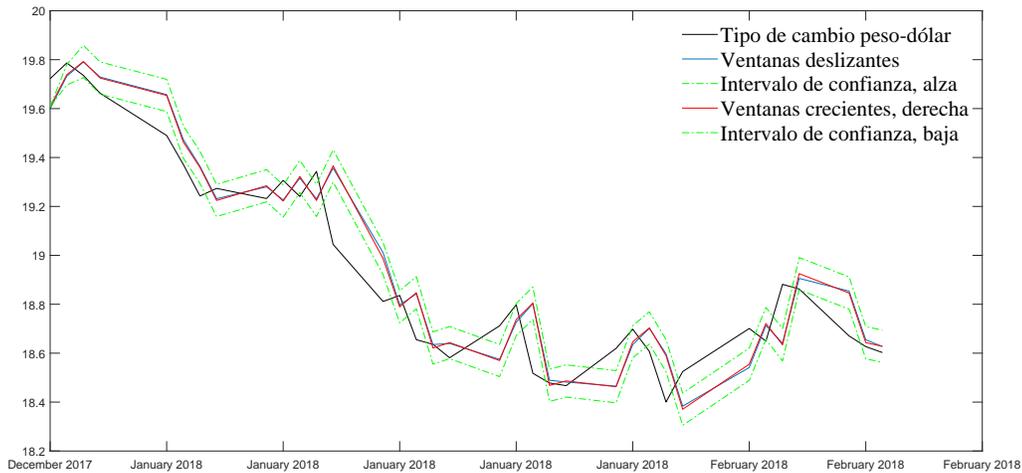
También se presentan los resultados sobre pronósticos en representación gráfica que se muestran en la Figura 3.22, de la que es notorio la estabilidad que presentan los modelos después de 2 pronósticos, el único modelo que no se estabilizó fue el de la última ventana con cambio estructural (6), sin embargo, sus variaciones son menores. Además del pronóstico, en la gráfica se presenta los últimos siete registros de la serie principal, por lo que se aprecia un caso en particular, el primer registro presentado en la gráfica, el cual presenta una acercamiento absoluto y relativo para los modelos (1) y (4), y solo relativo en (2), (3), (5) y (7), mostrando así la capacidad de ajuste del modelo ARIMA(1,1,1) a la serie tipo de cambio peso-dólar.

Una vez se obtuvieron los pronósticos de corto plazo se presentan también resultados con un plazo mayor (30 registros adelante del último correspondiente a la serie principal²⁴), para tal propósito se descartan los supuestos previamente mencionados, para lo cual consideramos entonces los registros reales de la serie tipo de cambio peso-dólar del año 2018, solo para la solución de las

²⁴Por las características de los estos 30 registros terminan el 14 de febrero de 2018.

ecuaciones de los modelos, mas no para la estimación de parámetros. Ya que en la representación gráfica los modelos resultan parecidos, solo se toman los dos con mejor ajuste a la serie según los criterios planteados, siendo entonces considerados los modelos de ventanas crecientes por la derecha (4) y ventanas temporales deslizantes (3), éste por sus resultados, además de ser el planteado desde el título del presente trabajo.

Figura 3.23 Gráfica de los pronósticos que se generan en un periodo de 30 días



Elaboración propia con los resultados obtenidos, mediante el software MATLAB.

Se presentan en la Figura 3.23 los resultados del pronóstico a mayor plazo, además se incluyen los intervalos de confianza al 95 %. Podemos mencionar al según los criterios planteados, en cuanto al acercamiento absoluto para ventanas crecientes por la derecha, 1, lo mismo que para ventanas deslizantes, aunque no precisamente en la misma fecha. En cuanto al acercamiento relativo se tienen 12 registros para ambos modelos, diferenciando solo la fecha en dos registros.

Como era de esperarse los modelos planteados generaron resultados variados, destacando que las combinaciones en los valores de los parámetros arrojan resultados distintos. A partir de esta idea se podría jugar con dichas combinaciones con el fin de disminuir, por ejemplo, la suma de errores al cuadrado, sin embargo, sería un proceso tedioso. Los modelos aplicados por los métodos planteados, es decir, ventanas temporales, pretenden dar una solución a este problema, resaltando que bajo las condiciones planteadas y la serie en cuestión los resultados son favorables.

Conclusiones

De este estudio realizado se puede destacar en primer lugar que el modelo ARIMA(1,1,1) que considera cambio estructural filtrado mediante ventanas temporales deslizantes no es, en este caso, el que describe mejor la serie tipo de cambio peso-dólar 2016-2017, sin embargo, es el segundo mejor bajo los criterios planteados, mientras que el modelo filtrado mediante ventanas temporales crecientes por la derecha describe mejor la serie, ésto contrastado con un modelo ARIMA(1,1,1) tradicional aplicado de manera directa, a pesar de tener éste menor suma de errores al cuadrado.

De los objetivos planteados para este estudio, en el caso del objetivo general, se logró construir un pronóstico mediante el uso de modelos ARIMA(1,1,1), en la serie temporal, tipo de cambio peso-dólar, aplicando el método de ventanas deslizantes e incluyendo además un tratamiento al cambio estructural que la serie presentaba.

En cuanto a los objetivos específicos, éstos fueron de ayuda para concretar el objetivo específico, resaltando que uno a uno se fue alcanzando a medida que el desarrollo del modelo, descrito en el capítulo 3, se iba construyendo, destacando entre ellos la significancia estadística de los parámetros, que es la clave de filtración para el desarrollo del modelo por ventanas temporales, de igual manera para las tres opciones planteadas.

La se acepta la hipótesis planteada para este trabajo, agregando que fue bajo tres diferentes criterios que se desarrolló un modelo ARIMA(1,1,1) a partir del método de ventanas temporales, se distinguen dos de ellos que demostraron mayor ajuste al modelo, lo mismo como herramienta de pronóstico en comparación con un modelo ARIMA(1,1,1) tradicional, estos modelos son el

modelo ARIMA(1,1,1) que considera cambio estructural filtrado mediante ventanas temporales deslizantes y el modelo ARIMA(1,1,1) que considera cambio estructural filtrado mediante ventanas temporales crecientes por la derecha.

La mejoría prevista en la hipótesis viene dada en los acercamientos puntuales, es decir, el modelo construido mediante la filtración de los parámetros dada por las ventanas temporales, crecientes por la derecha por ser el de mejores resultados, tiene más observaciones que describen la serie tipo de cambio peso-dolar, sin incrementar tanto la suma de errores al cuadrado.

Se presentan mejorías en ajuste del modelo y pronóstico, a pesar del pequeño aumento en cuanto a la suma de errores al cuadrado, realizando modificaciones a la implementación convencional de un modelo sencillo, como lo es el ARIMA(1,1,1), tratando además de que su condición de fácil implementación no se comprometiera, por lo que es posible considerarlo como un buen modelo aun frente aquellos más robustos, destacando por su simplicidad.

El método de ventanas temporales, tanto para ventanas deslizantes, crecientes por la derecha y la izquierda, nos ofrece una visión de lo que ocurre con los componentes de la serie, en este caso los parámetros del modelo, por lo que permite determinar condiciones presentes en la serie, en este caso la presencia de un segundo cambio estructural detectado tanto por ventanas deslizantes como ventanas crecientes por la izquierda.

La implementación del método de ventanas temporales deslizantes ofrece también cierto tratamiento al cambio estructural, en específico el segundo encontrado, debido a que ofrece diseccionar la serie principal, dando oportunidad si se determina así, de no considerar aquellas ventanas que son más susceptibles a dicho cambio, en este trabajo no se han considerado para mantener homogeneidad en los criterios de construcción.

En general, a pesar de que el cambio estructural presente en la serie tiene influencia sobre el modelo aplicado de forma convencional, y considerando que el tratamiento a dicho cambio no pudo ser abordado de forma robusta por la condición de mantener un modelo sencillo, el método de ventanas temporales crecientes por la derecha resultó ser una buena opción al momento de mejorar dicho modelo sencillo, ARIMA(1,1,1) con cambio estructural.

3.10. RESULTADO DE LOS PRONÓSTICOS

En este trabajo se presenta la idea, ya abordada por otros autores, del método de ventanas temporales el cual es de ayuda para conocer el comportamiento de los parámetros de un modelo, demostrando además su aportación como mejoría en la implementación de dicho modelo sencillo, sin que su uso lo vuelva robusto al tratarse solo de un proceso iterativo. En particular se puede destacar que las condiciones de estacionariedad e invertibilidad de la metodología Box-Jenkins permitió determinar significancia estadística ya que los parámetros permanecían en dentro del intervalo $(-1,1)$.

Dada la condición de cambio estructural de la serie que se usó los parámetros presentaron un comportamiento errático que se vió reflejado en el resultado del estadístico Jarque-Bera, el cual no comprobó normalidad para los registros de parámetros. Sería conveniente aplicar los procesos planteados sobre una serie que no presente un cambio estructural, ya sea diferente del tipo de cambio peso-dólar o en otro temporalidad que no presente ésta condición.

Sobre los modelos seleccionados como mejores, ventanas deslizantes y ventanas crecientes por la derecha, se puede agregar que en cuanto a la técnica del uso de ventanas temporales para estos casos se tiene la bondad de crecer el registro, es decir, para las ventanas crecientes por la derecha sería cuestión de ir creciendo la ventana con registros hacia adelante, ya que el punto de anclaje se encontrará al inicio de la serie; mientras que para las ventanas deslizantes el proceso consistiría en seguir avanzando en tanto se continué alimentando a la serie de registros (siguiendo con la idea de longitud fija), destacando que este método tiene la ventaja de tener además de longitud de ventana fija también la longitud de la serie principal fija, permitiendo descartar registros que se encuentren más distantes en el tiempo, bajo un proceso visto bajo la idea de una ventana de ventanas deslizantes.

Bibliografía

- Aguirre Sánchez, J. (2007). *Análisis del tipo de cambio peso mexicano-dólar estadounidense de enero de 2004 a marzo de 2006 mediante regresión lineal* (Tesis de grado, ingeniero, Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México). Recuperado desde <http://repositoriodigital.ipn.mx/handle/123456789/5893>
- Armengol, J., Vehí, J., Sainz, M. Á. & Herrero, P. (2002). Detección de los fallos en procesos reales basada en modelos intervalares y múltiples ventanas temporales deslizantes. *Computación y sistemas*, 6(2), 94-102.
- Banxico. (2013a). Efectos de la Política Monetaria sobre la Economía. *Del sitio en línea: <http://www.banxico.org.mx/politica-monetaria-e-inflacion>*.
- Banxico. (2013b). Flujos de Capital hacia México y Economías Emergentes. Recuperado desde <http://www.banxico.org.mx/publicaciones-y-prensa/informes-trimestrales/recuadros/%5C%7B12CFF2E0-78A7-199F-7496-3B2E6DF0F107%5C%7D.pdf>
- Banxico. (2016). Programa monetario 2016. Recuperado desde <http://www.anterior.banxico.org.mx/publicaciones-y-discursos/publicaciones/informes-periodicos/politica-monetaria-prog-anual/%5C%7B51535F77-810D-383A-EDE3-9A6363FBC197%5C%7D.pdf>
- Banxico. (2017). Programa monetario 2017. Recuperado desde <http://www.anterior.banxico.org.mx/publicaciones-y-discursos/publicaciones/informes-periodicos/politica-monetaria-prog-anual/%5C%7BEF2C0392-CEC2-9F34-3DD4-D9E4A7B163FD%5C%7D.pdf>
- Banxico. (2018a). Exportaciones México. Recuperado desde <http://www.banxico.org.mx/SieInternet/consultarDirectorioInternetAction.do?sector=1&accion=consultarCuadro&idCuadro=CE37&locale=es>

- Banxico. (2018b). Importaciones México. Recuperado desde <http://www.banxico.org.mx/SieInternet/consultarDirectorioInternetAction.do?sector=1&accion=consultarCuadro&idCuadro=CE49&locale=es>
- Banxico. (2018c). Remesas México. Recuperado desde <http://www.banxico.org.mx/SieInternet/consultarDirectorioInternetAction.do?sector=1&accion=consultarCuadro&idCuadro=CE81&locale=es>
- Banxico. (2018d). Reservas internacionales México. Recuperado desde <http://www.banxico.org.mx/SieInternet/consultarDirectorioInternetAction.do?accion=consultarCuadro&idCuadro=CF106§or=4&locale=es>
- Banxico. (2018e). Tipo de cambio peso-dólar FIX. Recuperado desde <http://www.anterior.banxico.org.mx/SieInternet/consultarDirectorioInternetAction.do?accion=consultarCuadro&idCuadro=CF102§or=6&locale=es>
- Banxico. (2018f). Volúmen mercado de cambios México. Recuperado desde https://www.banxico.org.mx/portal_disf/wwwProyectoInternetCambiarias.jsp
- Box, G. E. & Jenkins, G. M. (1976). *Time series analysis: forecasting and control, revised ed.* Holden-Day.
- Box, G. E. & Tiao, G. C. (1975). Intervention analysis with applications to economic and environmental problems. *Journal of the American Statistical association*, 70(349), 70-79.
- Bubula, A. & Ötoker, M. I. (2002). The evolution of exchange rate regimes since 1990: evidence from de facto policies. (WP/2/155). Working Paper, International Monetary Fund.
- Casares, E. R. (2007). Comercio, tipo de cambio real y crecimiento económico. *Estudios de economía*, 34(1), 21-35.
- Castillo, R. A. (2001). Remesas: un análisis de cointegración para el caso de México. *Frontera Norte*, 13(26), 31-50.
- De Gregorio, J. (2011). Acumulación de reservas internacionales en economías emergentes. *Cuadernos de Economía*, 30(55), 77-89.
- Dickey, D. A. & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American statistical association*, 74(366a), 427-431.

- Dickey, D. A. & Fuller, W. A. (1981). Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 49(4), 1057-1072.
- Estudio de Banxico, B. d. M. (2009). *Regímenes cambiarios en México a partir de 1954*. Banco de México.
- Fischer, S. (2008). Mundell-Fleming Lecture: Exchange rate systems, surveillance, and advice. *IMF Staff Papers*, 55(3), 367-383. doi:<https://doi.org/10.1057/imfsp.2008.12>
- FMI. (2017). Informe anual del FMI 2017: Promover el crecimiento inclusivo. *Del sitio en línea: <https://www.imf.org/external/pubs/ft/ar/2017/eng/assets/languages/IMF-AR17-Spanish.pdf>*.
- González Videgaray, M. C. (2011). *Pronósticos: Metodología de Box-Jenkins*. México, D.F.: Ediciones Acatlan.
- Guerrero Guzmán, V. M. (2003). *Análisis estadístico de series de tiempo económicas*.
- Hill, J. B. (2007). Efficient tests of long-run causation in trivariate VAR processes with a rolling window study of the money–income relationship. *Journal of Applied Econometrics*, 22(4), 747-765.
- Jarque, C. M. & Bera, A. K. (1980). Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics letters*, 6(3), 255-259.
- Latter, T. (1997). *La elección del régimen de tipo de cambio*. Centro de Estudios Monetarios Latinoamericanos.
- López Herrera, F., Rodríguez Benavides, D. & Ortiz Arango, F. (2011). Volatilidad estocástica del tipo de cambio peso-dólar: el régimen flotante en México. *Investigación económica*, 70(276), 19-50.
- Mántey de Anguiano, G. (2009). Intervención esterilizada en el mercado de cambios en un régimen de metas de inflación: la experiencia de México. *Investigación económica*, 68(SPE), 47-78.
- Mántey, G. (2013). ¿Conviene flexibilizar el tipo de cambio para mejorar la competitividad? *Problemas del desarrollo*, 44(175), 9-32.
- Navamuel, E. L. & Rivero, J. L. P. (2015). Regímenes de tipo de cambio y crecimiento económico en países en desarrollo. *Cuadernos de economía*, 38(106), 11-26.
- Pérez García, J. (1995). Tratamiento econométrico del cambio estructural: el método de estimación paramétrica ponderada.

- Phillips, P. C. & Perron, P. (1988). Testing for a unit root in time series regression. *Biometrika*, 75(2), 335-346.
- Rincón, L. (2012). *Introducción a los procesos estocásticos*. Ciudad de México: Las prensas de ciencias.
- Sabau García, H. (2011). *Análisis econométrico dinámico: una exploración para series de tiempo con el método econométrico*. Universidad Iberoamericana.
- Salazar Núñez, H. F. (2011). *Estimación y evaluación de modelos series de tiempo del comportamiento tipo de cambio peso-dólar en el periodo 2000-2010* (Tesis de maestría, Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México).
- Salazar Núñez, H. F. & Venegas Martínez, F. (2015). Memoria larga en el tipo de cambio nominal: evidencia internacional. *Contaduría y administración*, 60(3), 615-630. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.cya.2015.05.007>
- Sánchez, P. A. (2008). Cambios estructurales en series de tiempo: una revisión del estado del arte. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 7(12), 115-140.
- Valdivia Enríquez, S. A. (2016). *El tipo de cambio peso-dólar y sus determinantes: análisis de sensibilidad con redes neuronales artificiales*. (Tesis de grado, Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México., Ciudad de México, México).
- Yaglom, A. M. (1955). Correlation theory of processes with random stationary n th increments. *Matematicheskii Sbornik*, 79(1), 141-196.

Apéndice A

Apéndice

A.1. Series utilizadas

Tabla A.1 Registro histórico del tipo de cambio y series empleadas en el modelo

		Serie tipo de cambio peso-dólar 2016-2017	Diferencia del tipo de cambio peso-dólar 2016-2017	Variable ficticia asociada al modelo
Fecha	t	Y_t	∇Y_t	$I_d(t)t\nabla Y_{t-1}$
04/01/2016	1	17.3529		0.1042
05/01/2016	2	17.3456		-0.0073
06/01/2016	3	17.4411		0.0955
07/01/2016	4	17.6568		0.2157
08/01/2016	5	17.9283		0.2715
11/01/2016	6	17.9304		0.0021
12/01/2016	7	17.9119		-0.0185
13/01/2016	8	17.85		-0.0619
14/01/2016	9	17.9121		0.0621
15/01/2016	10	18.2108		0.2987
18/01/2016	11	18.2327		0.0219
19/01/2016	12	18.1947		-0.038
20/01/2016	13	18.608		0.4133
21/01/2016	14	18.5084		-0.0996
22/01/2016	15	18.428		-0.0804
25/01/2016	16	18.5352		0.1072
26/01/2016	17	18.4715		-0.0637
27/01/2016	18	18.453		-0.0185
28/01/2016	19	18.2906		-0.1624
29/01/2016	20	18.1935		-0.0971
02/02/2016	21	18.4902		0.2967
03/02/2016	22	18.4537		-0.0365
04/02/2016	23	18.1891		-0.2646
05/02/2016	24	18.3748		0.1857
08/02/2016	25	18.6959		0.3211
09/02/2016	26	18.7818		0.0859
10/02/2016	27	18.8089		0.0271

Fecha	t	Y_t	∇Y_t	$I_d(t)t\nabla Y_{t-1}$	
11/02/2016	28	19.1754	0.3665		0
12/02/2016	29	19.0392	-0.1362		0
15/02/2016	30	18.8471	-0.1921		0
16/02/2016	31	18.8148	-0.0323		0
17/02/2016	32	18.3895	-0.4253		0
18/02/2016	33	18.1439	-0.2456		0
19/02/2016	34	18.2762	0.1323		0
22/02/2016	35	18.0568	-0.2194		0
23/02/2016	36	18.1948	0.138		0
24/02/2016	37	18.2893	0.0945		0
25/02/2016	38	18.168	-0.1213		0
26/02/2016	39	18.1706	0.0026		0
29/02/2016	40	18.102	-0.0686		0
01/03/2016	41	17.9432	-0.1588		0
02/03/2016	42	17.8561	-0.0871		0
03/03/2016	43	17.8971	0.041		0
04/03/2016	44	17.7723	-0.1248		0
07/03/2016	45	17.7526	-0.0197		0
08/03/2016	46	17.9044	0.1518		0
09/03/2016	47	17.7523	-0.1521		0
10/03/2016	48	17.8601	0.1078		0
11/03/2016	49	17.7002	-0.1599		0
14/03/2016	50	17.7691	0.0689		0
15/03/2016	51	17.926	0.1569		0
16/03/2016	52	17.9308	0.0048		0
17/03/2016	53	17.4034	-0.5274		0
18/03/2016	54	17.2995	-0.1039		0
22/03/2016	55	17.3361	0.0366		0
23/03/2016	56	17.5273	0.1912		0
28/03/2016	57	17.461	-0.0663		0
29/03/2016	58	17.4015	-0.0595		0
30/03/2016	59	17.2509	-0.1506		0
31/03/2016	60	17.237	-0.0139		0
01/04/2016	61	17.3338	0.0968		0
04/04/2016	62	17.4484	0.1146		0
05/04/2016	63	17.7252	0.2768		0
06/04/2016	64	17.7286	0.0034		0
07/04/2016	65	17.893	0.1644		0
08/04/2016	66	17.7391	-0.1539		0
11/04/2016	67	17.6452	-0.0939		0
12/04/2016	68	17.5719	-0.0733		0
13/04/2016	69	17.49	-0.0819		0
14/04/2016	70	17.388	-0.102		0
15/04/2016	71	17.5669	0.1789		0
18/04/2016	72	17.4598	-0.1071		0
19/04/2016	73	17.2825	-0.1773		0
20/04/2016	74	17.3078	0.0253		0
21/04/2016	75	17.4202	0.1124		0
22/04/2016	76	17.4359	0.0157		0
25/04/2016	77	17.5866	0.1507		0
26/04/2016	78	17.4298	-0.1568		0
27/04/2016	79	17.3993	-0.0305		0
28/04/2016	80	17.2125	-0.1868		0
29/04/2016	81	17.1767	-0.0358		0
02/05/2016	82	17.2279	0.0512		0
03/05/2016	83	17.5234	0.2955		0
04/05/2016	84	17.7358	0.2124		0
05/05/2016	85	17.7866	0.0508		0
06/05/2016	86	17.9204	0.1338		0
09/05/2016	87	18.1033	0.1829		0
10/05/2016	88	18.0205	-0.0828		0
11/05/2016	89	17.9549	-0.0656		0
12/05/2016	90	17.9915	0.0366		0
13/05/2016	91	18.1562	0.1647		0
16/05/2016	92	18.1795	0.0233		0

Fecha	t	Y_t	∇Y_t	$I_d(t)t\nabla Y_{t-1}$	
17/05/2016	93	18.3217	0.1422		0
18/05/2016	94	18.3761	0.0544		0
19/05/2016	95	18.5465	0.1704		0
20/05/2016	96	18.3826	-0.1639		0
23/05/2016	97	18.4444	0.0618		0
24/05/2016	98	18.4694	0.025		0
25/05/2016	99	18.452	-0.0174		0
26/05/2016	100	18.4572	0.0052		0
27/05/2016	101	18.4527	-0.0045		0
30/05/2016	102	18.4777	0.025		0
31/05/2016	103	18.4118	-0.0659		0
01/06/2016	104	18.5299	0.1181		0
02/06/2016	105	18.6097	0.0798		0
03/06/2016	106	18.6283	0.0186		0
06/06/2016	107	18.5889	-0.0394		0
07/06/2016	108	18.5067	-0.0822		0
08/06/2016	109	18.1491	-0.3576		0
09/06/2016	110	18.2742	0.1251		0
10/06/2016	111	18.5046	0.2304		0
13/06/2016	112	18.7915	0.2869		0
14/06/2016	113	18.9814	0.1899		0
15/06/2016	114	18.8672	-0.1142		0
16/06/2016	115	18.9968	0.1296		0
17/06/2016	116	18.8527	-0.1441		0
20/06/2016	117	18.6559	-0.1968		0
21/06/2016	118	18.6444	-0.0115		0
22/06/2016	119	18.5325	-0.1119		0
23/06/2016	120	18.3207	-0.2118		0
24/06/2016	121	18.8716	0.5509		0
27/06/2016	122	19.1283	0.2567		0
28/06/2016	123	18.9113	-0.217		0
29/06/2016	124	18.555	-0.3563		0
30/06/2016	125	18.4646	-0.0904		0
01/07/2016	126	18.309	-0.1556		0
04/07/2016	127	18.3858	0.0768		0
05/07/2016	128	18.7536	0.3678		0
06/07/2016	129	18.8161	0.0625		0
07/07/2016	130	18.8607	0.0446		0
08/07/2016	131	18.5991	-0.2616		0
11/07/2016	132	18.4597	-0.1394		0
12/07/2016	133	18.3006	-0.1591		0
13/07/2016	134	18.3937	0.0931		0
14/07/2016	135	18.3061	-0.0876		0
15/07/2016	136	18.492	0.1859		0
18/07/2016	137	18.4879	-0.0041		0
19/07/2016	138	18.5719	0.084		0
20/07/2016	139	18.5729	0.001		0
21/07/2016	140	18.6022	0.0293		0
22/07/2016	141	18.6089	0.0067		0
25/07/2016	142	18.7569	0.148		0
26/07/2016	143	18.8114	0.0545		0
27/07/2016	144	18.8602	0.0488		0
28/07/2016	145	18.8979	0.0377		0
29/07/2016	146	18.7837	-0.1142		0
01/08/2016	147	18.8504	0.0667		0
02/08/2016	148	18.8966	0.0462		0
03/08/2016	149	18.9117	0.0151		0
04/08/2016	150	18.8612	-0.0505		0
05/08/2016	151	18.8691	0.0079		0
08/08/2016	152	18.5716	-0.2975		0
09/08/2016	153	18.3842	-0.1874		0
10/08/2016	154	18.3479	-0.0363		0
11/08/2016	155	18.2678	-0.0801		0
12/08/2016	156	18.2455	-0.0223		0
15/08/2016	157	18.0363	-0.2092		0

A.1. SERIES UTILIZADAS

Fecha	t	Y_t	∇Y_t	$I_d(t)t\nabla Y_{t-1}$
16/08/2016	158	17.9869	-0.0494	0
17/08/2016	159	18.2598	0.2729	0
18/08/2016	160	18.0832	-0.1766	0
19/08/2016	161	18.2674	0.1842	0
22/08/2016	162	18.3023	0.0349	0
23/08/2016	163	18.3202	0.0179	0
24/08/2016	164	18.4971	0.1769	0
25/08/2016	165	18.446	-0.0511	0
26/08/2016	166	18.283	-0.163	0
29/08/2016	167	18.5773	0.2943	0
30/08/2016	168	18.7953	0.218	0
31/08/2016	169	18.8611	0.0658	0
01/09/2016	170	18.8523	-0.0088	0
02/09/2016	171	18.6589	-0.1934	0
05/09/2016	172	18.5581	-0.1008	0
06/09/2016	173	18.3524	-0.2057	0
07/09/2016	174	18.3689	0.0165	0
08/09/2016	175	18.5427	0.1738	0
09/09/2016	176	18.8451	0.3024	0
12/09/2016	177	19.0646	0.2195	0
13/09/2016	178	19.152	0.0874	0
14/09/2016	179	19.2275	0.0755	0
15/09/2016	180	19.2514	0.0239	0
19/09/2016	181	19.6097	0.3583	0
20/09/2016	182	19.777	0.1673	0
21/09/2016	183	19.8394	0.0624	0
22/09/2016	184	19.5965	-0.2429	0
23/09/2016	185	19.7211	0.1246	0
26/09/2016	186	19.8322	0.1111	0
27/09/2016	187	19.5044	-0.3278	0
28/09/2016	188	19.5002	-0.0042	0
29/09/2016	189	19.4086	-0.0916	0
30/09/2016	190	19.3776	-0.031	0
03/10/2016	191	19.3211	-0.0565	0
04/10/2016	192	19.2138	-0.1073	0
05/10/2016	193	19.2554	0.0416	0
06/10/2016	194	19.2433	-0.0121	0
07/10/2016	195	19.2994	0.0561	0
10/10/2016	196	18.8786	-0.4208	0
11/10/2016	197	18.9531	0.0745	0
12/10/2016	198	18.9622	0.0091	0
13/10/2016	199	19.0399	0.0777	0
14/10/2016	200	19.0046	-0.0353	0
17/10/2016	201	18.8723	-0.1323	0
18/10/2016	202	18.6726	-0.1997	0
19/10/2016	203	18.5894	-0.0832	0
20/10/2016	204	18.5945	0.0051	0
21/10/2016	205	18.6481	0.0536	0
24/10/2016	206	18.5658	-0.0823	0
25/10/2016	207	18.5147	-0.0511	0
26/10/2016	208	18.6485	0.1338	0
27/10/2016	209	18.8443	0.1958	0
28/10/2016	210	18.7304	-0.1139	0
31/10/2016	211	18.8887	0.1583	0
01/11/2016	212	19.1306	0.2419	0
03/11/2016	213	19.2014	0.0708	0
04/11/2016	214	19.0792	-0.1222	0
07/11/2016	215	18.6192	-0.46	0
08/11/2016	216	18.5089	-0.1103	0
09/11/2016	217	19.925	1.4161	307.2937
10/11/2016	218	20.4812	0.5562	121.2516
11/11/2016	219	21.0511	0.5699	124.8081
14/11/2016	220	20.8729	-0.1782	-39.204
15/11/2016	221	20.349	-0.5239	-115.7819
16/11/2016	222	20.2884	-0.0606	-13.4532

Fecha	t	Y_t	∇Y_t	$I_d(t)t\nabla Y_{t-1}$
17/11/2016	223	20.1898	-0.0986	-21.9878
18/11/2016	224	20.4193	0.2295	51.408
22/11/2016	225	20.5205	0.1012	22.77
23/11/2016	226	20.6901	0.1696	38.3296
24/11/2016	227	20.7051	0.015	3.405
25/11/2016	228	20.6475	-0.0576	-13.1328
28/11/2016	229	20.5521	-0.0954	-21.8466
29/11/2016	230	20.6225	0.0704	16.192
30/11/2016	231	20.5155	-0.107	-24.717
01/12/2016	232	20.7488	0.2333	54.1256
02/12/2016	233	20.6149	-0.1339	-31.1987
05/12/2016	234	20.5927	-0.0222	-5.1948
06/12/2016	235	20.3863	-0.2064	-48.504
07/12/2016	236	20.2967	-0.0896	-21.1456
08/12/2016	237	20.4162	0.1195	28.3215
09/12/2016	238	20.3305	-0.0857	-20.3966
13/12/2016	239	20.2567	-0.0738	-17.6382
14/12/2016	240	20.2226	-0.0341	-8.184
15/12/2016	241	20.5973	0.3747	90.3027
16/12/2016	242	20.428	-0.1693	-40.9706
19/12/2016	243	20.4098	-0.0182	-4.4226
20/12/2016	244	20.43	0.0202	4.9288
21/12/2016	245	20.4921	0.0621	15.2145
22/12/2016	246	20.7179	0.2258	55.5468
23/12/2016	247	20.6271	-0.0908	-22.4276
26/12/2016	248	20.6445	0.0174	4.3152
27/12/2016	249	20.7052	0.0607	15.1143
28/12/2016	250	20.7314	0.0262	6.55
29/12/2016	251	20.664	-0.0674	-16.9174
30/12/2016	252	20.6194	-0.0446	-11.2392
02/01/2017	253	20.7323	0.1129	28.5637
03/01/2017	254	20.852	0.1197	30.4038
04/01/2017	255	21.3799	0.5279	134.6145
05/01/2017	256	21.3661	-0.0138	-3.5328
06/01/2017	257	21.3144	-0.0517	-13.2869
09/01/2017	258	21.3219	0.0075	1.935
10/01/2017	259	21.6168	0.2949	76.3791
11/01/2017	260	21.9076	0.2908	75.608
12/01/2017	261	21.7204	-0.1872	-48.8592
13/01/2017	262	21.633	-0.0874	-22.8988
16/01/2017	263	21.6643	0.0313	8.2319
17/01/2017	264	21.5738	-0.0905	-23.892
18/01/2017	265	21.8514	0.2776	73.564
19/01/2017	266	21.9044	0.053	14.098
20/01/2017	267	21.7002	-0.2042	-54.5214
23/01/2017	268	21.4512	-0.249	-66.732
24/01/2017	269	21.3692	-0.082	-22.058
25/01/2017	270	21.3439	-0.0253	-6.831
26/01/2017	271	21.2024	-0.1415	-38.3465
27/01/2017	272	21.0212	-0.1812	-49.2864
30/01/2017	273	20.7588	-0.2624	-71.6352
31/01/2017	274	20.7908	0.032	8.768
01/02/2017	275	20.7752	-0.0156	-4.29
02/02/2017	276	20.5757	-0.1995	-55.062
03/02/2017	277	20.3439	-0.2318	-64.2086
07/02/2017	278	20.637	0.2931	81.4818
08/02/2017	279	20.4994	-0.1376	-38.3904
09/02/2017	280	20.4163	-0.0831	-23.268
10/02/2017	281	20.3535	-0.0628	-17.6468
13/02/2017	282	20.328	-0.0255	-7.191
14/02/2017	283	20.3507	0.0227	6.4241
15/02/2017	284	20.3254	-0.0253	-7.1852
16/02/2017	285	20.3325	0.0071	2.0235
17/02/2017	286	20.4526	0.1201	34.3486
20/02/2017	287	20.4059	-0.0467	-13.4029

Fecha	t	Y_t	∇Y_t	$I_a(t)t\nabla Y_{t-1}$
21/02/2017	288	20.4489	0.043	12.384
22/02/2017	289	19.9127	-0.5362	-154.9618
23/02/2017	290	19.7011	-0.2116	-61.364
24/02/2017	291	19.8335	0.1324	38.5284
27/02/2017	292	19.8322	-0.0013	-0.3796
28/02/2017	293	19.9957	0.1635	47.9055
01/03/2017	294	19.9007	-0.095	-27.93
02/03/2017	295	19.9373	0.0366	10.797
03/03/2017	296	19.6147	-0.3226	-95.4896
06/03/2017	297	19.5538	-0.0609	-18.0873
07/03/2017	298	19.521	-0.0328	-9.7744
08/03/2017	299	19.6007	0.0797	23.8303
09/03/2017	300	19.7974	0.1967	59.01
10/03/2017	301	19.6279	-0.1695	-51.0195
13/03/2017	302	19.5803	-0.0476	-14.3752
14/03/2017	303	19.6543	0.074	22.422
15/03/2017	304	19.4493	-0.205	-62.32
16/03/2017	305	19.173	-0.2763	-84.2715
17/03/2017	306	19.117	-0.056	-17.136
21/03/2017	307	19.107	-0.01	-3.07
22/03/2017	308	19.0837	-0.0233	-7.1764
23/03/2017	309	18.9877	-0.096	-29.664
24/03/2017	310	18.8528	-0.1349	-41.819
27/03/2017	311	18.8661	0.0133	4.1363
28/03/2017	312	18.8853	0.0192	5.9904
29/03/2017	313	18.8092	-0.0761	-23.8193
30/03/2017	314	18.7079	-0.1013	-31.8082
31/03/2017	315	18.7955	0.0876	27.594
03/04/2017	316	18.732	-0.0635	-20.066
04/04/2017	317	18.8334	0.1014	32.1438
05/04/2017	318	18.7192	-0.1142	-36.3156
06/04/2017	319	18.7696	0.0504	16.0776
07/04/2017	320	18.656	-0.1136	-36.352
10/04/2017	321	18.6923	0.0363	11.6523
11/04/2017	322	18.7646	0.0723	23.2806
12/04/2017	323	18.7528	-0.0118	-3.8114
17/04/2017	324	18.5582	-0.1946	-63.0504
18/04/2017	325	18.4863	-0.0719	-23.3675
19/04/2017	326	18.8374	0.3511	114.4586
20/04/2017	327	18.8187	-0.0187	-6.1149
21/04/2017	328	18.8413	0.0226	7.4128
24/04/2017	329	18.6521	-0.1892	-62.2468
25/04/2017	330	18.9225	0.2704	89.232
26/04/2017	331	19.1119	0.1894	62.6914
27/04/2017	332	19.067	-0.0449	-14.9068
28/04/2017	333	18.9594	-0.1076	-35.8308
02/05/2017	334	18.7731	-0.1863	-62.2242
03/05/2017	335	18.8031	0.03	10.05
04/05/2017	336	19.0019	0.1988	66.7968
05/05/2017	337	19.0137	0.0118	3.9766
08/05/2017	338	19.1164	0.1027	34.7126
09/05/2017	339	19.1364	0.02	6.78
10/05/2017	340	18.9587	-0.1777	-60.418
11/05/2017	341	18.9039	-0.0548	-18.6868
12/05/2017	342	18.7594	-0.1445	-49.419
15/05/2017	343	18.67	-0.0894	-30.6642
16/05/2017	344	18.6183	-0.0517	-17.7848
17/05/2017	345	18.6761	0.0578	19.941
18/05/2017	346	18.8898	0.2137	73.9402
19/05/2017	347	18.6859	-0.2039	-70.7533
22/05/2017	348	18.6633	-0.0226	-7.8648
23/05/2017	349	18.615	-0.0483	-16.8567
24/05/2017	350	18.5689	-0.0461	-16.135
25/05/2017	351	18.4185	-0.1504	-52.7904
26/05/2017	352	18.4849	0.0664	23.3728

Fecha	t	Y_t	∇Y_t	$I_a(t)t\nabla Y_{t-1}$
29/05/2017	353	18.5121	0.0272	9.6016
30/05/2017	354	18.6643	0.1522	53.8788
31/05/2017	355	18.6909	0.0266	9.443
01/06/2017	356	18.5941	-0.0968	-34.4608
02/06/2017	357	18.6204	0.0263	9.3891
05/06/2017	358	18.3819	-0.2385	-85.383
06/06/2017	359	18.2762	-0.1057	-37.9463
07/06/2017	360	18.2278	-0.0484	-17.424
08/06/2017	361	18.1946	-0.0332	-11.9852
09/06/2017	362	18.1939	-0.0007	-0.2534
12/06/2017	363	18.1802	-0.0137	-4.9731
13/06/2017	364	18.0725	-0.1077	-39.2028
14/06/2017	365	17.9343	-0.1382	-50.443
15/06/2017	366	18.1154	0.1811	66.2826
16/06/2017	367	17.9321	-0.1833	-67.2711
19/06/2017	368	17.9519	0.0198	7.2864
20/06/2017	369	18.1167	0.1648	60.8112
21/06/2017	370	18.157	0.0403	14.911
22/06/2017	371	18.127	-0.03	-11.13
23/06/2017	372	17.99	-0.137	-50.964
26/06/2017	373	17.8775	-0.1125	-41.9625
27/06/2017	374	17.9862	0.1087	40.6538
28/06/2017	375	17.8973	-0.0889	-33.3375
29/06/2017	376	18.0279	0.1306	49.1056
30/06/2017	377	18.0626	0.0347	13.0819
03/07/2017	378	18.2064	0.1438	54.3564
04/07/2017	379	18.2036	-0.0028	-1.0612
05/07/2017	380	18.3556	0.152	57.76
06/07/2017	381	18.3227	-0.0329	-12.5349
07/07/2017	382	18.1394	-0.1833	-70.0206
10/07/2017	383	17.9751	-0.1643	-62.9269
11/07/2017	384	17.9482	-0.0269	-10.3296
12/07/2017	385	17.7708	-0.1774	-68.299
13/07/2017	386	17.7422	-0.0286	-11.0396
14/07/2017	387	17.5613	-0.1809	-70.0083
17/07/2017	388	17.5836	0.0223	8.6524
18/07/2017	389	17.5134	-0.0702	-27.3078
19/07/2017	390	17.4937	-0.0197	-7.683
20/07/2017	391	17.526	0.0323	12.6293
21/07/2017	392	17.5618	0.0358	14.0336
24/07/2017	393	17.6893	0.1275	50.1075
25/07/2017	394	17.7492	0.0599	23.6006
26/07/2017	395	17.7561	0.0069	2.7255
27/07/2017	396	17.6886	-0.0675	-26.73
28/07/2017	397	17.7435	0.0549	21.7953
31/07/2017	398	17.8646	0.1211	48.1978
01/08/2017	399	17.8108	-0.0538	-21.4662
02/08/2017	400	17.8696	0.0588	23.52
03/08/2017	401	17.8733	0.0037	1.4837
04/08/2017	402	17.8798	0.0065	2.613
07/08/2017	403	17.9641	0.0843	33.9729
08/08/2017	404	17.916	-0.0481	-19.4324
09/08/2017	405	17.9671	0.0511	20.6955
10/08/2017	406	17.9073	-0.0598	-24.2788
11/08/2017	407	17.847	-0.0603	-24.5421
14/08/2017	408	17.7755	-0.0715	-29.172
15/08/2017	409	17.8483	0.0728	29.7752
16/08/2017	410	17.716	-0.1323	-54.243
17/08/2017	411	17.7324	0.0164	6.7404
18/08/2017	412	17.8584	0.126	51.912
21/08/2017	413	17.6501	-0.2083	-86.0279
22/08/2017	414	17.6458	-0.0043	-1.7802
23/08/2017	415	17.7113	0.0655	27.1825
24/08/2017	416	17.6977	-0.0136	-5.6576
25/08/2017	417	17.6205	-0.0772	-32.1924

A.1. SERIES UTILIZADAS

Fecha	t	Y_t	∇Y_t	$I_d(t)t\nabla Y_{t-1}$
28/08/2017	418	17.8049	0.1844	77.0792
29/08/2017	419	17.876	0.0711	29.7909
30/08/2017	420	17.7753	-0.1007	-42.294
31/08/2017	421	17.8145	0.0392	16.5032
01/09/2017	422	17.7861	-0.0284	-11.9848
04/09/2017	423	17.8683	0.0822	34.7706
05/09/2017	424	17.836	-0.0323	-13.6952
06/09/2017	425	17.8136	-0.0224	-9.52
07/09/2017	426	17.6965	-0.1171	-49.8846
08/09/2017	427	17.7331	0.0366	15.6282
11/09/2017	428	17.6443	-0.0888	-38.0064
12/09/2017	429	17.781	0.1367	58.6443
13/09/2017	430	17.7836	0.0026	1.118
14/09/2017	431	17.7278	-0.0558	-24.0498
15/09/2017	432	17.6857	-0.0421	-18.1872
18/09/2017	433	17.761	0.0753	32.6049
19/09/2017	434	17.7643	0.0033	1.4322
20/09/2017	435	17.7009	-0.0634	-27.579
21/09/2017	436	17.8545	0.1536	66.9696
22/09/2017	437	17.7487	-0.1058	-46.2346
25/09/2017	438	17.8831	0.1344	58.8672
26/09/2017	439	17.9933	0.1102	48.3778
27/09/2017	440	18.13	0.1367	60.148
28/09/2017	441	18.1979	0.0679	29.9439
29/09/2017	442	18.159	-0.0389	-17.1938
02/10/2017	443	18.2337	0.0747	33.0921
03/10/2017	444	18.2113	-0.0224	-9.9456
04/10/2017	445	18.2282	0.0169	7.5205
05/10/2017	446	18.306	0.0778	34.6988
06/10/2017	447	18.5522	0.2462	110.0514
09/10/2017	448	18.6646	0.1124	50.3552
10/10/2017	449	18.6327	-0.0319	-14.3231
11/10/2017	450	18.718	0.0853	38.385
12/10/2017	451	18.7631	0.0451	20.3401
13/10/2017	452	18.9008	0.1377	62.2404
16/10/2017	453	19.0753	0.1745	79.0485
17/10/2017	454	19.0117	-0.0636	-28.8744
18/10/2017	455	18.8869	-0.1248	-56.784
19/10/2017	456	18.8248	-0.0621	-28.3176
20/10/2017	457	19.008	0.1832	83.7224
23/10/2017	458	19.0489	0.0409	18.7322
24/10/2017	459	19.2009	0.152	69.768
25/10/2017	460	19.077	-0.1239	-56.994

Fecha	t	Y_t	∇Y_t	$I_d(t)t\nabla Y_{t-1}$
26/10/2017	461	19.096	0.019	8.759
27/10/2017	462	19.1474	0.0514	23.7468
30/10/2017	463	19.2188	0.0714	33.0582
31/10/2017	464	19.1478	-0.071	-32.944
01/11/2017	465	19.1241	-0.0237	-11.0205
03/11/2017	466	19.185	0.0609	28.3794
06/11/2017	467	19.0814	-0.1036	-48.3812
07/11/2017	468	19.1349	0.0535	25.038
08/11/2017	469	19.0718	-0.0631	-29.5939
09/11/2017	470	19.09	0.0182	8.554
10/11/2017	471	19.0526	-0.0374	-17.6154
13/11/2017	472	19.168	0.1154	54.4688
14/11/2017	473	19.1334	-0.0346	-16.3658
15/11/2017	474	19.2268	0.0934	44.2716
16/11/2017	475	19.1224	-0.1044	-49.59
17/11/2017	476	18.9724	-0.15	-71.4
21/11/2017	477	18.8242	-0.1482	-70.6914
22/11/2017	478	18.74	-0.0842	-40.2476
23/11/2017	479	18.6041	-0.1359	-65.0961
24/11/2017	480	18.5379	-0.0662	-31.776
27/11/2017	481	18.52	-0.0179	-8.6099
28/11/2017	482	18.5848	0.0648	31.2336
29/11/2017	483	18.519	-0.0658	-31.7814
30/11/2017	484	18.6229	0.1039	50.2876
01/12/2017	485	18.6399	0.017	8.245
04/12/2017	486	18.642	0.0021	1.0206
05/12/2017	487	18.6958	0.0538	26.2006
06/12/2017	488	18.8897	0.1939	94.6232
07/12/2017	489	18.9315	0.0418	20.4402
08/12/2017	490	18.9445	0.013	6.37
11/12/2017	491	18.974	0.0295	14.4845
13/12/2017	492	19.1391	0.1651	81.2292
14/12/2017	493	19.1202	-0.0189	-9.3177
15/12/2017	494	19.1289	0.0087	4.2978
18/12/2017	495	19.0289	-0.1	-49.5
19/12/2017	496	19.1913	0.1624	80.5504
20/12/2017	497	19.2291	0.0378	18.7866
21/12/2017	498	19.3962	0.1671	83.2158
22/12/2017	499	19.5848	0.1886	94.1114
26/12/2017	500	19.7223	0.1375	68.75
27/12/2017	501	19.7867	0.0644	32.2644
28/12/2017	502	19.7354	-0.0513	-25.7526
29/12/2017	503	19.6629	-0.0725	-36.4675

A.2. Pruebas de estacionariedad en las ventanas temporales

Tabla A.2 P-value de las pruebas de estacionariedad de las ventanas temporales deslizantes

Fecha	Serie tipo de cambio peso-dólar 2016-2017				Diferencia del tipo de cambio peso-dólar 2016-2017			
	Phillips - Perron PP	Dickey-Fuller aumentada, ADF			PP	Dickey-Fuller aumentada, ADF		
	Orden p	Orden p	Con intercepto	Intercepto y tendencia	Orden p	Orden p	β_0	$\beta_0 +$ $\beta_1 t$
01/07/2016	0.919825	0.919825	0.620559	0.365900	0.001	0.001	0.001	0.001
04/07/2016	0.917751	0.917751	0.601044	0.355803	0.001	0.001	0.001	0.001
05/07/2016	0.919273	0.919273	0.651583	0.380165	0.001	0.001	0.001	0.001
06/07/2016	0.916270	0.916270	0.727955	0.404715	0.001	0.001	0.001	0.001
07/07/2016	0.929080	0.929080	0.882181	0.527805	0.001	0.001	0.001	0.001
08/07/2016	0.928243	0.928243	0.878164	0.517980	0.001	0.001	0.001	0.001
11/07/2016	0.926429	0.926429	0.865305	0.497694	0.001	0.001	0.001	0.001
12/07/2016	0.929128	0.929128	0.860908	0.503691	0.001	0.001	0.001	0.001
13/07/2016	0.938977	0.938977	0.911407	0.591541	0.001	0.001	0.001	0.001
14/07/2016	0.940679	0.940679	0.954279	0.657630	0.001	0.001	0.001	0.001
15/07/2016	0.931403	0.931403	0.932112	0.560369	0.001	0.001	0.001	0.001
18/07/2016	0.928708	0.928708	0.918347	0.525071	0.001	0.001	0.001	0.001
19/07/2016	0.913981	0.913981	0.931974	0.427643	0.001	0.001	0.001	0.001
20/07/2016	0.913624	0.913624	0.918808	0.409721	0.001	0.001	0.001	0.001
21/07/2016	0.930276	0.930276	0.946180	0.507712	0.001	0.001	0.001	0.001
22/07/2016	0.928471	0.928471	0.951282	0.479915	0.001	0.001	0.001	0.001
25/07/2016	0.920713	0.920713	0.927721	0.408282	0.001	0.001	0.001	0.001
26/07/2016	0.907678	0.907678	0.893446	0.325286	0.001	0.001	0.001	0.001
27/07/2016	0.910906	0.910906	0.876619	0.338704	0.001	0.001	0.001	0.001
28/07/2016	0.913956	0.913956	0.867581	0.346973	0.001	0.001	0.001	0.001
29/07/2016	0.891359	0.891359	0.858149	0.233432	0.001	0.001	0.001	0.001
01/08/2016	0.881598	0.881598	0.828241	0.205075	0.001	0.001	0.001	0.001
02/08/2016	0.879645	0.879645	0.760090	0.251278	0.001	0.001	0.001	0.001
03/08/2016	0.871251	0.871251	0.782538	0.196781	0.001	0.001	0.001	0.001
04/08/2016	0.850642	0.850642	0.799653	0.121824	0.001	0.001	0.001	0.001
05/08/2016	0.828439	0.828439	0.759673	0.095287	0.001	0.001	0.001	0.001
08/08/2016	0.806324	0.806324	0.717216	0.087757	0.001	0.001	0.001	0.001
09/08/2016	0.802668	0.802668	0.772218	0.026420(*)	0.001	0.001	0.001	0.001
10/08/2016	0.801680	0.801680	0.748436	0.032647(*)	0.001	0.001	0.001	0.001
11/08/2016	0.809991	0.809991	0.733746	0.047934(*)	0.001	0.001	0.001	0.001
12/08/2016	0.807119	0.807119	0.722631	0.046818(*)	0.001	0.001	0.001	0.001
15/08/2016	0.838449	0.838449	0.702995	0.109496	0.001	0.001	0.001	0.001
16/08/2016	0.857211	0.857211	0.684690	0.149620	0.001	0.001	0.001	0.001
17/08/2016	0.846851	0.846851	0.692974	0.126870	0.001	0.001	0.001	0.001
18/08/2016	0.861859	0.861859	0.670676	0.165870	0.001	0.001	0.001	0.001
19/08/2016	0.861656	0.861656	0.703846	0.128969	0.001	0.001	0.001	0.001
22/08/2016	0.852368	0.852368	0.704197	0.114436	0.001	0.001	0.001	0.001
23/08/2016	0.863139	0.863139	0.697702	0.128534	0.001	0.001	0.001	0.001
24/08/2016	0.819769	0.819769	0.616865	0.198237	0.001	0.001	0.001	0.001
25/08/2016	0.807098	0.807098	0.588362	0.297516	0.001	0.001	0.001	0.001
26/08/2016	0.829536	0.829536	0.576852	0.299766	0.001	0.001	0.001	0.001
29/08/2016	0.835385	0.835385	0.561938	0.329625	0.001	0.001	0.001	0.001

A.2. PRUEBAS DE ESTACIONARIEDAD EN LAS VENTANAS TEMPORALES

Fecha	Phillips - Perron PP	Dickey-Fuller aumentada, ADF			PP	Dickey-Fuller aumentada, ADF		
	Orden p	Orden p	β_0	$\beta_0 + \beta_1 t$	Orden p	Orden p	β_0	$\beta_0 + \beta_1 t$
30/08/2016	0.844705	0.844705	0.580154	0.277811	0.001	0.001	0.001	0.001
31/08/2016	0.845963	0.845963	0.548939	0.338991	0.001	0.001	0.001	0.001
01/09/2016	0.849993	0.849993	0.545849	0.340702	0.001	0.001	0.001	0.001
02/09/2016	0.813878	0.813878	0.539920	0.435652	0.001	0.001	0.001	0.001
05/09/2016	0.820290	0.820290	0.510479	0.498972	0.001	0.001	0.001	0.001
06/09/2016	0.809724	0.809724	0.523599	0.511609	0.001	0.001	0.001	0.001
07/09/2016	0.827824	0.827824	0.498311	0.514327	0.001	0.001	0.001	0.001
08/09/2016	0.837521	0.837521	0.518415	0.444993	0.001	0.001	0.001	0.001
09/09/2016	0.813229	0.813229	0.529320	0.493550	0.001	0.001	0.001	0.001
12/09/2016	0.808959	0.808959	0.524917	0.521719	0.001	0.001	0.001	0.001
13/09/2016	0.853149	0.853149	0.433342	0.565130	0.001	0.001	0.001	0.001
14/09/2016	0.844734	0.844734	0.394106	0.646308	0.001	0.001	0.001	0.001
15/09/2016	0.820951	0.820951	0.391602	0.768438	0.001	0.001	0.001	0.001
19/09/2016	0.802820	0.802820	0.429959	0.804256	0.001	0.001	0.001	0.001
20/09/2016	0.806860	0.806860	0.411291	0.812044	0.001	0.001	0.001	0.001
21/09/2016	0.809319	0.809319	0.393248	0.822000	0.001	0.001	0.001	0.001
22/09/2016	0.812653	0.812653	0.353843	0.847789	0.001	0.001	0.001	0.001
23/09/2016	0.802833	0.802833	0.349146	0.881906	0.001	0.001	0.001	0.001
26/09/2016	0.795418	0.795418	0.366924	0.881860	0.001	0.001	0.001	0.001
27/09/2016	0.785325	0.785325	0.388323	0.880865	0.001	0.001	0.001	0.001
28/09/2016	0.746512	0.746512	0.449678	0.903699	0.001	0.001	0.001	0.001
29/09/2016	0.734126	0.734126	0.453744	0.921985	0.001	0.001	0.001	0.001
30/09/2016	0.726201	0.726201	0.476913	0.906367	0.001	0.001	0.001	0.001
03/10/2016	0.736058	0.736058	0.449810	0.918646	0.001	0.001	0.001	0.001
04/10/2016	0.758401	0.758401	0.420416	0.899280	0.001	0.001	0.001	0.001
05/10/2016	0.752955	0.752955	0.407803	0.916264	0.001	0.001	0.001	0.001
06/10/2016	0.767895	0.767895	0.380957	0.903758	0.001	0.001	0.001	0.001
07/10/2016	0.765667	0.765667	0.359515	0.916221	0.001	0.001	0.001	0.001
10/10/2016	0.750558	0.750558	0.395956	0.915355	0.001	0.001	0.001	0.001
11/10/2016	0.770865	0.770865	0.360174	0.896752	0.001	0.001	0.001	0.001
12/10/2016	0.789116	0.789116	0.309270	0.884958	0.001	0.001	0.001	0.001
13/10/2016	0.763157	0.763157	0.326393	0.915002	0.001	0.001	0.001	0.001
14/10/2016	0.742603	0.742603	0.358985	0.927438	0.001	0.001	0.001	0.001
17/10/2016	0.780702	0.780702	0.323112	0.862035	0.001	0.001	0.001	0.001
18/10/2016	0.762241	0.762241	0.356969	0.873286	0.001	0.001	0.001	0.001
19/10/2016	0.782232	0.782232	0.310726	0.853751	0.001	0.001	0.001	0.001
20/10/2016	0.763051	0.763051	0.311008	0.879741	0.001	0.001	0.001	0.001
21/10/2016	0.809569	0.809569	0.228267	0.791177	0.001	0.001	0.001	0.001
24/10/2016	0.826561	0.826561	0.198315	0.718965	0.001	0.001	0.001	0.001
25/10/2016	0.819480	0.819480	0.204606	0.728692	0.001	0.001	0.001	0.001
26/10/2016	0.785416	0.785416	0.287334	0.804473	0.001	0.001	0.001	0.001
27/10/2016	0.740305	0.740305	0.348855	0.856341	0.001	0.001	0.001	0.001
28/10/2016	0.738193	0.738193	0.353904	0.851120	0.001	0.001	0.001	0.001
31/10/2016	0.746513	0.746513	0.365163	0.822067	0.001	0.001	0.001	0.001
01/11/2016	0.727664	0.727664	0.398718	0.830186	0.001	0.001	0.001	0.001
03/11/2016	0.749107	0.749107	0.374460	0.806050	0.001	0.001	0.001	0.001
04/11/2016	0.758841	0.758841	0.356320	0.793524	0.001	0.001	0.001	0.001
07/11/2016	0.733441	0.733441	0.368308	0.822725	0.001	0.001	0.001	0.001
08/11/2016	0.708658	0.708658	0.402180	0.840134	0.001	0.001	0.001	0.001
09/11/2016	0.689005	0.689005	0.415818	0.860715	0.001	0.001	0.001	0.001
10/11/2016	0.662558	0.662558	0.448314	0.878099	0.001	0.001	0.001	0.001
11/11/2016	0.650375	0.650375	0.461878	0.884905	0.001	0.001	0.001	0.001
14/11/2016	0.637595	0.637595	0.479789	0.879998	0.001	0.001	0.001	0.001
15/11/2016	0.681281	0.681281	0.435296	0.844374	0.001	0.001	0.001	0.001
16/11/2016	0.650302	0.650302	0.461037	0.872242	0.001	0.001	0.001	0.001
17/11/2016	0.644827	0.644827	0.466492	0.874593	0.001	0.001	0.001	0.001
18/11/2016	0.641233	0.641233	0.469033	0.878563	0.001	0.001	0.001	0.001
22/11/2016	0.635323	0.635323	0.474967	0.882702	0.001	0.001	0.001	0.001
23/11/2016	0.618574	0.618574	0.494010	0.899695	0.001	0.001	0.001	0.001
24/11/2016	0.623293	0.623293	0.487920	0.889426	0.001	0.001	0.001	0.001
25/11/2016	0.633934	0.633934	0.474672	0.881634	0.001	0.001	0.001	0.001
28/11/2016	0.637921	0.637921	0.471889	0.864292	0.001	0.001	0.001	0.001
29/11/2016	0.631840	0.631840	0.478962	0.862095	0.001	0.001	0.001	0.001

CAPÍTULO A APÉNDICE

Fecha	Phillips - Perron PP	Dickey-Fuller aumentada, ADF			PP	Dickey-Fuller aumentada, ADF		
	Orden p	Orden p	β_0	$\beta_0 + \beta_1 t$	Orden p	Orden p	β_0	$\beta_0 + \beta_1 t$
30/11/2016	0.618521	0.618521	0.491922	0.873081	0.001	0.001	0.001	0.001
01/12/2016	0.626083	0.626083	0.484056	0.866674	0.001	0.001	0.001	0.001
02/12/2016	0.608185	0.608185	0.504121	0.889308	0.001	0.001	0.001	0.001
05/12/2016	0.636928	0.636928	0.467600	0.882841	0.001	0.001	0.001	0.001
06/12/2016	0.617323	0.617323	0.498919	0.893445	0.001	0.001	0.001	0.001
07/12/2016	0.587229	0.587229	0.542895	0.906843	0.001	0.001	0.001	0.001
08/12/2016	0.553626	0.553626	0.580469	0.914503	0.001	0.001	0.001	0.001
09/12/2016	0.529469	0.529469	0.600744	0.917455	0.001	0.001	0.001	0.001
13/12/2016	0.530756	0.530756	0.614561	0.925212	0.001	0.001	0.001	0.001
14/12/2016	0.499725	0.499725	0.654111	0.937316	0.001	0.001	0.001	0.001
15/12/2016	0.537348	0.537348	0.607566	0.917343	0.001	0.001	0.001	0.001
16/12/2016	0.539744	0.539744	0.627796	0.928124	0.001	0.001	0.001	0.001
19/12/2016	0.543305	0.543305	0.623721	0.923441	0.001	0.001	0.001	0.001
20/12/2016	0.575013	0.575013	0.578001	0.899063	0.001	0.001	0.001	0.001
21/12/2016	0.604083	0.604083	0.542905	0.877969	0.001	0.001	0.001	0.001
22/12/2016	0.535241	0.535241	0.626773	0.912134	0.001	0.001	0.001	0.001
23/12/2016	0.487886	0.487886	0.672217	0.927552	0.001	0.001	0.001	0.001
26/12/2016	0.501204	0.501204	0.687669	0.932727	0.001	0.001	0.001	0.001
27/12/2016	0.556370	0.556370	0.636139	0.910588	0.001	0.001	0.001	0.001
28/12/2016	0.556865	0.556865	0.644723	0.910820	0.001	0.001	0.001	0.001
29/12/2016	0.590561	0.590561	0.595517	0.880296	0.001	0.001	0.001	0.001
30/12/2016	0.585484	0.585484	0.601335	0.878090	0.001	0.001	0.001	0.001
02/01/2017	0.557862	0.557862	0.624400	0.887906	0.001	0.001	0.001	0.001
03/01/2017	0.549847	0.549847	0.631404	0.888917	0.001	0.001	0.001	0.001
04/01/2017	0.562530	0.562530	0.610129	0.876029	0.001	0.001	0.001	0.001
05/01/2017	0.590503	0.590503	0.593711	0.859274	0.001	0.001	0.001	0.001
06/01/2017	0.585544	0.585544	0.607402	0.859544	0.001	0.001	0.001	0.001
09/01/2017	0.585262	0.585262	0.616766	0.854550	0.001	0.001	0.001	0.001
10/01/2017	0.570915	0.570915	0.637663	0.861893	0.001	0.001	0.001	0.001
11/01/2017	0.560745	0.560745	0.664158	0.866149	0.001	0.001	0.001	0.001
12/01/2017	0.534934	0.534934	0.700161	0.883271	0.001	0.001	0.001	0.001
13/01/2017	0.514653	0.514653	0.745079	0.897324	0.001	0.001	0.001	0.001
16/01/2017	0.506974	0.506974	0.751163	0.896197	0.001	0.001	0.001	0.001
17/01/2017	0.498790	0.498790	0.770947	0.898545	0.001	0.001	0.001	0.001
18/01/2017	0.492933	0.492933	0.780863	0.897418	0.001	0.001	0.001	0.001
19/01/2017	0.495793	0.495793	0.774311	0.888219	0.001	0.001	0.001	0.001
20/01/2017	0.481622	0.481622	0.781216	0.891962	0.001	0.001	0.001	0.001
23/01/2017	0.489693	0.489693	0.754779	0.878441	0.001	0.001	0.001	0.001
24/01/2017	0.490598	0.490598	0.745439	0.872192	0.001	0.001	0.001	0.001
25/01/2017	0.486691	0.486691	0.747316	0.870398	0.001	0.001	0.001	0.001
26/01/2017	0.492866	0.492866	0.756266	0.861813	0.001	0.001	0.001	0.001
27/01/2017	0.490970	0.490970	0.749610	0.857964	0.001	0.001	0.001	0.001
30/01/2017	0.499438	0.499438	0.727170	0.846508	0.001	0.001	0.001	0.001
31/01/2017	0.491255	0.491255	0.739810	0.848480	0.001	0.001	0.001	0.001
01/02/2017	0.504365	0.504365	0.725740	0.832549	0.001	0.001	0.001	0.001
02/02/2017	0.503792	0.503792	0.726324	0.828281	0.001	0.001	0.001	0.001
03/02/2017	0.540769	0.540769	0.706034	0.771055	0.001	0.001	0.001	0.001
07/02/2017	0.573514	0.573514	0.670799	0.703219	0.001	0.001	0.001	0.001
08/02/2017	0.572213	0.572213	0.675827	0.684283	0.001	0.001	0.001	0.001
09/02/2017	0.587947	0.587947	0.656223	0.640522	0.001	0.001	0.001	0.001
10/02/2017	0.583549	0.583549	0.664685	0.622753	0.001	0.001	0.001	0.001
13/02/2017	0.601505	0.601505	0.645380	0.540044	0.001	0.001	0.001	0.001
14/02/2017	0.598962	0.598962	0.651616	0.505698	0.001	0.001	0.001	0.001
15/02/2017	0.574700	0.574700	0.683860	0.574371	0.001	0.001	0.001	0.001
16/02/2017	0.580376	0.580376	0.685482	0.503899	0.001	0.001	0.001	0.001
17/02/2017	0.559940	0.559940	0.712294	0.546815	0.001	0.001	0.001	0.001
20/02/2017	0.570658	0.570658	0.691420	0.526246	0.001	0.001	0.001	0.001
21/02/2017	0.543950	0.543950	0.736656	0.530555	0.001	0.001	0.001	0.001
22/02/2017	0.521622	0.521622	0.760937	0.572595	0.001	0.001	0.001	0.001
23/02/2017	0.535619	0.535619	0.741887	0.529637	0.001	0.001	0.001	0.001
24/02/2017	0.553880	0.553880	0.726660	0.449526	0.001	0.001	0.001	0.001
27/02/2017	0.508093	0.508093	0.781606	0.544791	0.001	0.001	0.001	0.001
28/02/2017	0.502564	0.502564	0.760931	0.585513	0.001	0.001	0.001	0.001

A.2. PRUEBAS DE ESTACIONARIEDAD EN LAS VENTANAS TEMPORALES

Fecha	Phillips - Perron PP	Dickey-Fuller aumentada, ADF			PP	Dickey-Fuller aumentada, ADF		
	Orden p	Orden p	β_0	$\beta_0 + \beta_1 t$	Orden p	Orden p	β_0	$\beta_0 + \beta_1 t$
01/03/2017	0.502738	0.502738	0.751612	0.589360	0.001	0.001	0.001	0.001
02/03/2017	0.491822	0.491822	0.770944	0.578725	0.001	0.001	0.001	0.001
03/03/2017	0.520680	0.520680	0.752458	0.499802	0.001	0.001	0.001	0.001
06/03/2017	0.529847	0.529847	0.750464	0.446064	0.001	0.001	0.001	0.001
07/03/2017	0.565211	0.565211	0.714888	0.338195	0.001	0.001	0.001	0.001
08/03/2017	0.559264	0.559264	0.723559	0.319394	0.001	0.001	0.001	0.001
09/03/2017	0.534773	0.534773	0.748109	0.369362	0.001	0.001	0.001	0.001
10/03/2017	0.481823	0.481823	0.797679	0.471750	0.001	0.001	0.001	0.001
13/03/2017	0.457441	0.457441	0.800492	0.532089	0.001	0.001	0.001	0.001
14/03/2017	0.435239	0.435239	0.813511	0.550677	0.001	0.001	0.001	0.001
15/03/2017	0.441956	0.441956	0.792716	0.559451	0.001	0.001	0.001	0.001
16/03/2017	0.439063	0.439063	0.792151	0.557593	0.001	0.001	0.001	0.001
17/03/2017	0.382845	0.382845	0.797155	0.648713	0.001	0.001	0.001	0.001
21/03/2017	0.354420	0.354420	0.794530	0.680972	0.001	0.001	0.001	0.001
22/03/2017	0.355005	0.355005	0.772951	0.689677	0.001	0.001	0.001	0.001
23/03/2017	0.387618	0.387618	0.791235	0.641268	0.001	0.001	0.001	0.001
24/03/2017	0.362496	0.362496	0.794923	0.664808	0.001	0.001	0.001	0.001
27/03/2017	0.366266	0.366266	0.755303	0.686713	0.001	0.001	0.001	0.001
28/03/2017	0.396600	0.396600	0.800069	0.614884	0.001	0.001	0.001	0.001
29/03/2017	0.414068	0.414068	0.774723	0.613700	0.001	0.001	0.001	0.001
30/03/2017	0.440306	0.440306	0.760053	0.592611	0.001	0.001	0.001	0.001
31/03/2017	0.461861	0.461861	0.740385	0.592752	0.001	0.001	0.001	0.001
03/04/2017	0.478061	0.478061	0.732954	0.580852	0.001	0.001	0.001	0.001
04/04/2017	0.487439	0.487439	0.740172	0.537392	0.001	0.001	0.001	0.001
05/04/2017	0.491336	0.491336	0.730098	0.556002	0.001	0.001	0.001	0.001
06/04/2017	0.490081	0.490081	0.732897	0.543787	0.001	0.001	0.001	0.001
07/04/2017	0.484625	0.484625	0.729705	0.560048	0.001	0.001	0.001	0.001
10/04/2017	0.550060	0.550060	0.725982	0.417204	0.001	0.001	0.001	0.001
11/04/2017	0.572246	0.572246	0.703631	0.489021	0.001	0.001	0.001	0.001
12/04/2017	0.585756	0.585756	0.695968	0.514424	0.001	0.001	0.001	0.001
17/04/2017	0.571178	0.571178	0.699227	0.531659	0.001	0.001	0.001	0.001
18/04/2017	0.587106	0.587106	0.693805	0.536178	0.001	0.001	0.001	0.001
19/04/2017	0.610675	0.610675	0.689306	0.488154	0.001	0.001	0.001	0.001
20/04/2017	0.655391	0.655391	0.676219	0.431231	0.001	0.001	0.001	0.001
21/04/2017	0.689524	0.689524	0.667347	0.441256	0.001	0.001	0.001	0.001
24/04/2017	0.680309	0.680309	0.667779	0.407737	0.001	0.001	0.001	0.001
25/04/2017	0.656604	0.656604	0.673224	0.376995	0.001	0.001	0.001	0.001
26/04/2017	0.659148	0.659148	0.669735	0.296392	0.001	0.001	0.001	0.001
27/04/2017	0.689971	0.689971	0.659917	0.317616	0.001	0.001	0.001	0.001
28/04/2017	0.678076	0.678076	0.669139	0.395380	0.001	0.001	0.001	0.001
02/05/2017	0.672790	0.672790	0.679321	0.555736	0.001	0.001	0.001	0.001
03/05/2017	0.671151	0.671151	0.673694	0.436734	0.001	0.001	0.001	0.001
04/05/2017	0.652870	0.652870	0.680786	0.520316	0.001	0.001	0.001	0.001
05/05/2017	0.627537	0.627537	0.686097	0.656324	0.001	0.001	0.001	0.001
08/05/2017	0.627627	0.627627	0.686264	0.720021	0.001	0.001	0.001	0.001
09/05/2017	0.634551	0.634551	0.686366	0.637137	0.001	0.001	0.001	0.001
10/05/2017	0.694001	0.694001	0.676650	0.398988	0.001	0.001	0.001	0.001
11/05/2017	0.717120	0.717120	0.668503	0.348247	0.001	0.001	0.001	0.001
12/05/2017	0.490151	0.490151	0.715081	0.943680	0.001	0.001	0.001	0.001
15/05/2017	0.396921	0.396921	0.623174	0.976514	0.001	0.001	0.001	0.001
16/05/2017	0.270687	0.270687	0.462488	0.977889	0.001	0.001	0.001	0.001
17/05/2017	0.306628	0.306628	0.515092	0.979988	0.001	0.001	0.001	0.001
18/05/2017	0.391620	0.391620	0.659187	0.978692	0.001	0.001	0.001	0.001
19/05/2017	0.424118	0.424118	0.670663	0.984012	0.001	0.001	0.001	0.001

Fecha	Phillips - Perron PP	Dickey-Fuller aumentada, ADF			PP	Dickey-Fuller aumentada, ADF			
	Orden p	Orden p	β_0	$\beta_0 + \beta_1 t$	Orden p	Orden p	β_0	$\beta_0 + \beta_1 t$	
22/05/2017	0.436413	0.436413	0.689435	0.980829	0.001	0.001	0.001	0.001	
23/05/2017	0.408274	0.408274	0.638934	0.987883	0.001	0.001	0.001	0.001	
24/05/2017	0.369640	0.369640	0.608289	0.983791	0.001	0.001	0.001	0.001	
25/05/2017	0.309056	0.309056	0.557079	0.975861	0.001	0.001	0.001	0.001	
26/05/2017	0.280220	0.280220	0.551969	0.965295	0.001	0.001	0.001	0.001	
29/05/2017	0.276515	0.276515	0.568629	0.958878	0.001	0.001	0.001	0.001	
30/05/2017	0.271314	0.271314	0.600909	0.947967	0.001	0.001	0.001	0.001	
31/05/2017	0.245696	0.245696	0.581465	0.942255	0.001	0.001	0.001	0.001	
01/06/2017	0.262798	0.262798	0.609327	0.941448	0.001	0.001	0.001	0.001	
02/06/2017	0.225871	0.225871	0.528017	0.945382	0.001	0.001	0.001	0.001	
05/06/2017	0.239892	0.239892	0.570787	0.942033	0.001	0.001	0.001	0.001	
06/06/2017	0.263071	0.263071	0.563241	0.949978	0.001	0.001	0.001	0.001	
07/06/2017	0.304855	0.304855	0.617597	0.952778	0.001	0.001	0.001	0.001	
08/06/2017	0.322359	0.322359	0.637346	0.952706	0.001	0.001	0.001	0.001	
09/06/2017	0.308039	0.308039	0.598755	0.957187	0.001	0.001	0.001	0.001	
12/06/2017	0.360891	0.360891	0.610410	0.969402	0.001	0.001	0.001	0.001	
13/06/2017	0.382683	0.382683	0.625911	0.971496	0.001	0.001	0.001	0.001	
14/06/2017	0.391581	0.391581	0.631584	0.971902	0.001	0.001	0.001	0.001	
15/06/2017	0.318118	0.318118	0.523806	0.973860	0.001	0.001	0.001	0.001	
16/06/2017	0.382831	0.382831	0.575725	0.982637	0.001	0.001	0.001	0.001	
19/06/2017	0.382855	0.382855	0.577015	0.981309	0.001	0.001	0.001	0.001	
20/06/2017	0.380357	0.380357	0.567861	0.980989	0.001	0.001	0.001	0.001	
21/06/2017	0.349314	0.349314	0.541966	0.974770	0.001	0.001	0.001	0.001	
22/06/2017	0.333131	0.333131	0.466295	0.979090	0.001	0.001	0.001	0.001	
23/06/2017	0.358420	0.358420	0.495847	0.981194	0.001	0.001	0.001	0.001	
26/06/2017	0.387381	0.387381	0.498022	0.986490	0.001	0.001	0.001	0.001	
27/06/2017	0.411879	0.411879	0.493401	0.990772	0.001	0.001	0.001	0.001	
28/06/2017	0.433328	0.433328	0.500203	0.992925	0.001	0.001	0.001	0.001	
29/06/2017	0.459254	0.459254	0.532793	0.994139	0.001	0.001	0.001	0.001	
30/06/2017	0.458321	0.458321	0.536539	0.992298	0.001	0.001	0.001	0.001	
03/07/2017	0.421430	0.421430	0.479074	0.988045	0.001	0.001	0.001	0.001	